D'uso di F. Costanzo dalla Pieve
Cap.no. 1745.

NVOVA PRATTICA ASTROLOGICA
Di fare le Direttioni secondo la via Rationale,
E conforme ancora al fondam.to del Kepplero
per via di logaritmi.
Con vna Centuria di varij Problemi,
e con il compendio delle Regole
de Triangoli.
DI F. BONAVENTVRA CAVALIERI
Milanese Giesuato Priore della Mascarella
e publico Matematico nello Studio di
Bologna.
All'Em.mo et R.mo S.r Cardinale
Francesco Barberini
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE
IN BOLOGNA
Per il Ferroni.

EMINENTISSIMO, E REVERENDISSIMO Prencipe.

VESTO Libro, che è vn riſtretto di varie operationi matematiche particolarmente intorno al Cielo, e le Stelle, & il globo terreſtre

dono, e dedico io al glo-
riosissimo nome di V. E.
A lei, come à loro Nume
sono, e saranno sempre
diuotissimi tutti i miei
studi, come che sien figli-
uoli de gli ozi, che mi na-
scono dalla benigna pro-
tettione, che dalla genero-
sissima mano di sì gran Pa-
drone mi prouiene. E non
sarebbe egli gran manca-
mento, che le mie Sfere,
e le mie Stelle non girasse-
ro à piedi del loro sempre
sourano, e sempre benefi-
co Gioue? Le glorie dell'
Ec-

Eccellentiſs. Caſa di V. E. ſempre continuate, e più che mai fiammeggianti, hanno generato queſto iſtinto alle mie Stelle di deſiderarſi in quella Caſa, doue gli ſplendori non s'eclissano, ò tramontano mai. Se io non haueſsi poſto sù queſto Libro il nome del mio Protettore, non vi haurei regiſtrata la più bella eſperienza, ch'io faccia delle mie Stelle. Supplico V. E. ad argumentare, e gradir gli effetti della mia diuotione, dal

vedermi ricercare la Terra, e il Cielo, per poter ritrouare onde testificarle le mie obbligatissime osseruanze, ch'io in tanto pregandole da Dio il colmo delle meritate felicità le faccio humilissima riuerenza.

Di Bologna il 1. d'Aprile 1637.

Di V. E. Reuerendiss.

Humiliss. e obligatiss. Seruitore

F. Bonauentura Caualieri.

Li-

Licenza del Reuerendissimo P. Generale.

NOI F. Lutio Conchi di Pistoia, Generale de' Frati Giesuati di S. Girolamo, per le presenti nostre concediamo facoltà al R. P. F. Bonauentura Caualieri Sacerdote Professo dell'istesso Ordine, Priore della Mascarella, e Lettore publico delle Matematiche in Bologna, di potere fare stampare il Libro intitolato. Nuoua Prattica Astrologica, &c. reuisto per ordine nostro da due da noi deputati, che ci attestano non esserui cosa contro la fede, o buoni costumi, osseruando però le cose solite ad osseruarsi in questo genere. Date nel nostro Monasterio di S. Giouannino di Firenze alli 31. di Luglio 1636.

F. Lutio Conchi Generale, &c.

V. D. Polycarpus Pœnit. pro Eminentiſs. & Reuerēdiſs. Card. Archiep.

Imprimatur
Fr. Hieronymus Onuphri⁹ pro Reuerendiſs. P. Inquiſit. Bonon.

L'Aut-

L' Autore à chi legge.

NOn era veramente mio pensiero (benigno Lettore) che la presente Operetta intorno alle Direttioni vscisse fuori alla publica luce, essēdo ella fatta in gratia di alcuni particolari Studiosi, che me ne haueano fatto istanza, i quali hauēdo visto il mio Direttorio Vranometrico, desiderauano di practicare l'vso de' logaritmi intorno ad esse Direttioni, massime secondo la via detta, Rationale; parendo loro, che se bene cio hauea fatto in parte il Kepplero nella sua Sportula, soggiunta alle Tauole Rodolfine, adoprandoui i logaritmi del primo genere, ciò però fosse dà lui fatto non con quella chiarezza, che da essi era desiderata, per essersi egli ridotto à troppa breuità. Non era, dico, tale il mio pensiero, e massime sapendo come i Professori di quest'Arte godono del beneficio di molto nobili, e gloriose fatiche, fatte da valent'huomi-

mini in questo genere, che l'hanno ridotta à tanta facilità, che pare, che più desiderare nō si possa, seruendosi delle Tauole delle Ascēsioni, ò de gli Archi di positione, o de' cerchi di positione, &c. le quali se bene distese in ampij volumi, possono però cō la loro molta facilità cōtrapesare gli altri scommodi, che v'andassero accompagnati; frà le quali mi paiono veramente degne di molta lode le due Tauole Direttorie cōposte dal Magini per il Polo 42. e 45. stampate nel suo lib. posthumo, e ristampate dal Zoboli, se bene molto mal trattate quanto alla correttione della stampa, le quali, mediante le Tauole della differenza dell'orto, mirabilmente ci seruono per fare prontamentè le Direttioni secondo la detta via Rationale. Onde non mi pareua ragioneuole, essendosi arriuato à tanta facilità, di lasciare vscire cosa mia in questo genere, che non portasse seco ò maggiore, o almeno pari facilità à quella de' detti Autori.

Non-

Nõdimeno vinto dalle preghiere de' ſudetti Studioſi, acciòche con più commodità poteſſero reſtare ſeruiti delle copie di queſta mia piccola fatica, condeſceſi finalmente alla loro volontà: ſtimando anco poi dall' altro canto, che à chi vorrà conſiderare ben bene le cõditioni di queſta Operetta, ella nõ debba in tutto ſpiacere, prima eſſendo (ſe io non m'inganno) coſa nuoua, poiche ſe bene anco il Kepplero le fà cõ i logaritmi, nõdimeno il metodo ſuo è differente, oltre che egli adopra i logaritmi del primo genere, & io quelli del ſecondo, che hanno il zero per logaritmo dell' vnità, e l'vnità con zeri per logaritmo del Seno intiero (non ſapẽdo io poi ſe altri ciò habbino fatto) Secondo il volume è picciolo, e perciò commodo d'adoprare, e portare in volta. Terzo con queſta occaſione godiamo quà della cõmodità di vna Tauola, che è la prima logaritmica, per non dire delle altre, la cui vtilità non ſi riſtringe ſolo à que-

ſto particolare delle Direttioni, mà, applicandoui le diuerſe Regole della Trigonometria, rieſce di vna fecondità ineſtimabile, come in parte ſi potrà comprendere dalla aggiunta Centuria di Problemi. Quarto quì ſi ſparagna la fatica di cercare la parte proportionale, e maſſime in croce, che tanto trauaglia il calcolatore, e tanto più, quando ſi vogliano le aſcenſioni alle eleuationi di Polo di gradi, e minuti, che ci biſogna tãte volte replicarla. Sebene non tralaſcierò di dire, che per volere più ſcrupoloſamente operare ſarà conueniente ancora quà tenere taluolta conto della metà di vn minuto, o terzo, quarto, &c. di eſſo, nel prendere con gli archi i logaritmi, e gli archi cõ i logaritmi, à benche nelli Eſſempij quà poſti ſi ſia tralaſciata queſta ſcrupoloſità, la qnale però è poca fatica, riſpetto alla ſudetta. Quinto poi l'operarſi quì immediatamente per le Regole de Triangoli, nel qual modo il fare le Direttioni è ſtato riputa-

to ſempre da gl'intendenti dell'Arte per coſa molto difficile, può bene rendere degna di ſcuſa queſta nuoua maniera, quando non pareſſe loro, che pareggiaſſe la facilità delle immenſe Tauole, che ſi ſogliono adoprarui: E tanto più che io non la publico come più facile dell'altre aſſolutamēte, mà ſolo reſpettiuamente, cioè conferita con gli altri modi di operare immediatamente, come hò detto, per le Regole de' Triangoli, la quale per li ſudetti vantaggi potria parere poi forſi anco non in tutto dà diſprezzare, quando venga pure ancora aſſolutamente conſiderata. Mà qualunque ella ſi ſia non mi è parſo finalmente mal fatto, eſſendoui queſto modo ancora di fare le Direttioni, il metterlo in conſideratione alli Studioſi, al cui giudicio ſtà il darne la ſentenza. Accetta adūque corteſe Lettore queſto picciol frutto, dà me coltiuato per paſſatempo nelle vacanze da'ſtudij più ſeueri in gratia de' detti Studioſi, à

qua-

quali, riuſcendoti non ingrato, dourai più che à me renderne gratie, conoſcendomi anch'io più toſto à loro obligato, mētre eſſi mi hanno porto occaſione di ſeruirti, ò almeno di moſtrarti la mia pronta volontà, e di ſodisfare in qualche parte alla promeſſa fatta nel fine del detto mio Direttorio per quello, che s'aſpettaua all' applicatione de l'vſo de logaritmi, al che ſeruirà ancora l'aggiunta Centuria di Problemi, e viui felice.

Ta-

TAVOLA DE' CAPITOLI della presente Prattica Astrologica.

sc

Co-

oue-

Indice delle Tauole.

Ta-

Di

Dichiarationi de' termini d'adoprarsi in questa Prattica Astrologica.
Cap. I.

PErche l'ignoranza, ò pure la oſcura, e confuſa cognitione de' termini, che ſi adoprano nelle dottrine, ſuole eſſere madre d'errori, e di confuſione; perciò mi è parſo neceſſario auanti d'ogni altra coſa ſpiegar quelle voci, o termini, de quali ſi habbiamo à ſeruire in questa noſtra Prattica Aſtrologica; e ſpecialmente per quelli, à quali giungono nuoui i logaritmi, ne ſono grã fatto verſati nell'Arte di fare le Direttioni, il che hora eſſequiremo con le ſuſſeguenti eſplicationi.

1. Logaritmo è voce tratta dal Greco, & inuentata dà Gio: Nepero, al quale come à primo Autore ſi aſcriue queſto nobiliſſimo trouato, & il quale volſe così chiamare certi numeri artificioſi, l'addittione, ò ſottrattione de quali fà l'iſteſſo ſeruitio, che la moltiplicatione, e diuiſione:

On-

Onde per questi logaritmi si viene molto ad allegerire la fatica nel calcolo, e tanto più che quà viene anco esclusa quasi del tutto la sottrattione da essi logaritmi. Questi poi sono i numeri areali della prima, e seconda Tauola logaritmica. E tanto parmi, che basti per il puro Prattico, che se alcuno volesse poi la propria definitione de logaritmi potrà vedere il sudetto Nepero nel 1. lib. al Cap. 2. ò pure Enrico Briggio nella sua Arit. log. ò Beniamin Orsino nel lib. 2. al Cap. 6. della sua Trigonometria, ò finalmente il mio Direttorio nella p. p. al Cap. 4.

2. Douendo noi adoprare quì due sole specie de log. la prima delle quali si chiama pure logaritmo, e tiene il nome del genere, e la seconda mesologaritmo, basterà sapere che dei numeri areali della prima Tauola logaritmica si chiamano logaritmi quelli della prima, e seconda colonna, e quelli della 3. e 4. mesologaritmi, si come mostrano i titoli di quelle. Similmente sono logaritmi li numeri areali

li della ſeconda Tauola logaritmica, che portano ſopra queſto titolo. Di più nella prima Tauola logaritmica, quelli della prima colōna ſi chiamano ſemplicemente logaritmi, e quelli della terza meſologaritmi, mà quelli della ſeconda colonna log. 2. e quelli della quarta meſolog. 2. ciò però è per li archi ſiniſtri del quadrante, che ſono poſti nella prima colonetta ſiniſtra e caminano dà o. ſino à g.45. poiche per li archi deſtri, che caminano nell' vltime colōnette dà g. 45. ſino à g.90. ſono log. 2. e meſ. 2. quelli della 1. e 4. colonna, ſi come vien dichiarato dà titoli poſti in fronte, e dà baſſo di dette colonne.

3. Perche ci biſognerà alle volte ſottrare vn log. ouer log. 2. di vn'arco da queſto numero 1000000. che è il maſſimo de log. chiameraſſi quì il numero, che reſta per tale ſottrattione, reſiduo logaritmo, ouero reſiduo logaritmo ſecōdo, che è l'iſteſſo, che il compimento aritmetico nel mio Direttorio.

Per

Per abbreuiatione poi significarà sempre la sẽplice lettera.
l. ouero log. logaritmo.
m. ouero mes. mesologaritmo.
l. 2. ouero log. 2 logaritmo secõdo
m. 2. ouero mes. 2. mesologaritmo secondo.
r l. ouero res. log. residuo logaritmo.
r l 2. ouero r. log. 2 ò pure res. log 2. residuo logaritmo secondo.
E questi sarãno li soli, e perpetui caratteri d'adoperarsi in tutti i nostri calcoli, cioè per quello, che si attiene ad essi logaritmi.

4. Quanto alli archi del cerchio conuiene poi sapere, che proposto qualsiuoglia arco minore del quadrante, si dice compimento di quello il rimanente al quadrante, onde cõpimento di g. 20. saranno g. 70. di g. 25. g. 65. e di g. 10. 22 g. 79 38. Hora nella sudetta prima Tauola log. habbiamo sempre nelle estreme colõnette gli archi minori del quadrãte, che sono vicendeuolmente l' vno cõpimento dell'altro, cioè quelli, che sono

nel-

nella medeſima linea, vn C, ſolo poi, ouero Comp. ſignificarà detto Compimento.

5. Significatore appreſſo gli Aſtrologi ſuole chiamarſi quel punto, luogo, ò ſtella, nella celeſte sfera, che ſoſtiene il dominio, & ſignificato di qualche coſa, ſi come Promiſſore quello, che promette qualche accidente, quando eſſo arriui al ſito del ſignificatore, & il tempo dell'arriuo viene miſurato nell'arco dell' Equinottiale, che aſcende frà tanto ſopra il cerchio maſſimo, che paſſa per il detto Significatore, e per le interſegationi del Meridiano, e dell'Orizonte (il quale vien detto cerchio di poſitione) o deſcende ſotto quello, che ſi chiama l'arco della direttione, conſiſtendo queſt'arte principalmēte nell' inueſtigatione di detto arco. La ſudetta poi ſi chiama direttione diretta, per la quale s'intende che il Promiſſore ſecondo il moto del primo mobile ſi trasferiſca al cerchio di poſitione del Significatore, mà quando

ſi intenda mouerſi il Significatore al cerchio di poſitione del Promiſſore, ſecōdo il moto pure del primo mobile, queſta ſi chiama direttione cōuerſa, della quale ſi ſuole ſeruire Toleméo quando il Significatore della vita cade trà la cuſpide della decima, e ſettima, il quale gli aſſegna vn ſolo Promiſſore, cioè il grado dell' Occidente, e gli Arabi pare che l'vſaſſero per la Parte della fortuna, e per li Pianeti retrogradi. Sono poi li conſueti Significatori cinque, cioè il Sole, la Luna, l'Aſcendente, il Mezo Cielo, e la Parte della fortuna, aggiungendouiſi per ſeſto talhora qualche Pianeta, che ottenga dominio di certi luoghi principali della figura celeſte. I Promiſſori ſogliono eſſere i corpi de' Pianeti, i loro aſpetti, i termini, gli Antiſcij, Cōtrantiſcij, le ſtelle fiſſe, i principij delle caſe, il ☊, e ☋, della Luna, e finalmente qualunque luogho nella celeſte sfera, che ſi creda di qualche ſignificatione, & efficacia. Sapiſi poi ancora, che quell' arco

dell'

dell'Equinottiale, che resta intrapreso trà il Meridiano , & vn dato cerchio di positione , si chiama arco di positione , di chi si troua in tale cerchio di positione.

6. Finalmente , oltre l'intelligenza de'sudetti termini, e bene sapere che cosa sia lõghezza,larghezza boreale, & australe , declinatione boreale , & australe , quali notaremo per il più cō B.& A. similmente ascensiō retta, ascensione obliqua, differēza ascensionale, eleuatione polare , Aspetti, e simili , quali potremo intendere da gli Autori della Dottrina Sferica , à benche , chi non volesse fare tal fatica,basterà pur'anco che operi secondo le Regole, senza cercar'altro.

Dell'vso della prima Tauola log. e di vna Regola generalissima nelle additioni de log. e mesolog. Cap. II.

IN due modi potiamo entrare nella prima Tauola log. cioè ò lateralmente con gli archi per cercare i

log. e mes. ouero arealmente con i log. e mes. per trouare gli archi. Nel primo modo hauendo vn' arco non maggiore di g 45. entraremo lateralmēte à mano sinistra, cercando in cimà alla colonnetta il numero de gradi, e descendendo in essa i minuti, poiche dirimpetto à quelli hauremo nelle proprie colōne quello, che cerchiamo. Quando poi l'arco passi g. 45. entraremo lateralmente à man destra cercando nel fondo della colonnetta i gradi, & ascendendo in quella i minuti, e dirimpetto à quelli prendēdo nella propria colōna quello, che si ricerca. Auertendo quando si voglia il, r l, ouero, r l 2, di vn'arco di trouare il suo log. ò log. 2. e quel lo sottrare dà 1000000. (il che facilmente si può fare à memoria) trascriuendo il detto, r l, ouero, r l 2. E similmente che quando si habbi vn'arco maggiore del quadrante, ma minore del mezocerchio, s'entrarà nella Tauola con il rimanente al detto mezocerchio.

Nell'

Nell'area poi entraremo ſempre con log. ouero log.2. o con meſ. ouero meſ.2. e trouato queſto, o il più vicino, prenderemo lateralmente l'arco dirimpetto à man deſtra, o ſiniſtra secōdo che il titolo di log.ò meſ.ouero di log.2. ò meſ.2.accennerà.

Eſſempij.

Così dunque per eſſempio trouo, che di g.7.13. il log.è 909907.di g.14 8. il l.2. è 998665. di g.11.57. il, rl, è 068391.di g.28.19. il, rl2, è 005535. di g.61.5. il meſ.è 1015774.e di g.15 17. il meſ.2. è 1056343.

E per il cōtrario il log.962432. mi dà g.24.54. mà ſe foſſe log.2. mi darebbe g.65.6. ſimilmente il log.2. 937228. benche non ſi troui nella Tauola, nōdimeno in vece ſua prendendo il più vicino, che è 937237.cō eſſo, che hà da baſſo il titolo di l.2. prendo à man deſtra g.76.22. che ſe foſſe ſtato ſemplicemente log. haurei preſo à man ſiniſtra g.13.38. poiche il titolo ſemplice di log.ſtà in cima alla colonna, nella quale viene trouato

 eſ-

esso log. Così il mes. 1041864 .ouer il suo più vicino nella Tauola, che è 1041847.mi dà g.69.7.à man destra, perche il titolo di mes. è dà basso, doue se fosse mes.2. il qual titòlo è di sopra, prēderei à man sinistra g.20. 53. E così finalmente il mes. 957010. ouero il più vicino 957004. mi dà à mano destra g.69.37.essendo il titolo di mes.2. dà basso,che se fosse cercato come mes. perche questo titolo è di sopra haurei preso nel lato sinistro g.20.23.

Chi vorrà poi operare più scrupolosamēte sarà bene,che tēga cōto almeno di vn mezo min. se non di vn terzo, quarto, &c. nell'vna, e l'alttra operatione,come si è detto nella Prefatione al Lettore, la quale scrupolosità, per non imbrogliare il Lettore si è quà tralasciata nelli Essempij,che si trouaranno.

Perche poi siamo per seruirsi solo dell' Additione de log. e mes. della detta Tauola (non si sottraendo mai, se non nel caso detto di prendere il,

rl,

rl, ouero il, rl2, che è Sottrattione facile, tenēdo noi in mente il 1000000. dal quale ſi caua il log. ò log. 2. come ſi è detto di ſopra) perciò douraſſi oſſeruare queſta Regola generaliſſima in tutte le Addittioni de log. che ſi farāno, cioè biſognerà tralaſciare di ſcriuere tutto cio, che dall' Additione riſultarà nel ſettimo luogo à man ſiniſtra, ò ſe pure ſi ſcriue, cancellarlo, eccettuato quando la ſomma ſia meſ. del quale però la proſſima figura, cioè del ſeſto luogo non ecceda 3. perche in tal caſo douremo laſciare nel 7. luogo vn'vnità, agiutandoci la memoria il ſapere che alcuni meſ. cioè quelli de gradi dà 45. ſino à 90. hanno ſempre nel 7. luogo vn' vnità. Ciò intenderemo facilmente in queſti calcoli, ò Additioni di log. e meſ. nel primo de'quali

m	1057138		m	1089237		l	894716	
l	911473		l 2	912314		l	911841	
l	891962	1	m	1047189	2	l	999386	3
l	2860573		m	1048740		m	805943	

ſi vede eſſere cãcellato il 2. nel 7. luogo à mano ſiniſtra, nel 2 poi benche in tal luogo veniſſe 3. ſi è ritenuta vna ſola vnità, eſſendo la ſomma meſ. la cui ſeſta figura nõ paſſa 3. eſſendo o. Nel terzo calcolo finalmente benche la ſomma ſia meſ. nõdimeno, perche la vicina figura del ſeſto luogo paſſa 3. eſſendo 8. perciò ſi ſono tralaſciate tutte le vnità, che veniuano nel 7. luogo, e così ſempre ſi dourà oſſeruare.

Data la longhezza di qualſiuoglia punto dalla celeſte sfera, e la larghezza ancora, quando ſia fuori della Eclittica, trouare la declinatione, & aſcenſione retta di eſſo punto. Cap. III.

QVando il dato punto nõ ſia nel primo quadrante dell'Eclittica, doueraſſi prendere prima la diſtanza dal più vicino punto di Equinottio, & operare per le infraſcritte Regole, imperoche quando il punto nõ habbi larghezza, con

due ſole Additioni di log. e quando l'habbi, cō quattro hauremo la Declinatione, & Aſcenſione retta di detto punto.

Regola prima per il punto poſto nella Eclittica.

LA prima Additione ſi farà del log. della longhezza, ò diſtanza dal proſſimo Equinottio, e del log. della maſſima Declinatione, e ne verrà il log. della Declinatione (tralaſciate le vnità ſuperflue nel 7. luogo à man ſiniſtra, ſe ve ne foſſero, conforme alla Regola generaliſſima del Cap. ant. come ſempre di quà auanti intēderemo) la quale ſarà ſempre dell' iſteſſa affettione con il ſegno. La 2. Additione poi ſi farà del meſ.2. della ſudetta longhezza, ò diſtanza, e del, rl2, pure della maſſima Declinatione, e ne verrà il meſ.2. di vn'arco, che ſarà l'aſcēſione retta nel 1. quadrante, ò cauato dal mezo cerchio nel 2. quadrante, e aggiuntoli nel 3. e caua-

to dal cerchio intiero nel 4. ci darà l'aſcenſione retta, che ſi cerca, come ſi vede qui da baſſo dopo la 2. Regola

Regola ſeconda per il punto poſto fuori dell'Eclittica.

DOuēdoſi fare per queſto 4. Additioni, la 1. ſi farà de log. 2. della detta longhezza, ò diſtanza, e della larghezza, e ne verrà il log. 2. dell'Inuento primo.

La 2. Additione ſi farà del, rl, di detta lōghezza, ò diſtanza, e del meſ. della larghezza, e ne verrà il meſ. dell'Inuēto 2. il quale giungerai alla maſſima Declinatione, quādo la larghezza ſarà dell'iſteſſa affettione cō il ſegno, ouero eſſendo di diuerſa, leuarai il minore dal maggiore, & il numero riſultante lo chiamaremo arco che ſeruirà per le altre Additioni.

La 3. adunque ſi farà de log. del detto arco, e del 1. Inuento, e ne verrà il log. della Declinatione, la quale ſarà ſempre dell'iſteſſa affettione cō

il

il segno, eccetto quando si sarà sottratta la massima Declinatione dall' Inuento 2.

La 4. Additione finalmente si farà del, rl2. del detto arco, e del mes. 2. dell'Inuento 1. e ne verrà il mes. 2. di vn' arco 2. il quale talhora sarà l'Ascensione retta, talhora nò, mà da esso si cauerà detta Ascensione retta conforme alle infrascritte cautioni, essendo essa il rimanente di quello, che si caua, ò risultando dall'aggiunta, che si fà.

Nel quadrante	1 l'arco è l'ascensione retta 2. si caua dal mezo cerchio. 3 si aggiunge al mezo cerchio. 4. si caua dall' intiero cerchio.	Ma, se fatta la somma della massima Decl. & Inu. 2. essa eccede g. 90.	Si caua dal cerch. intiero. l'arc. è l'asc. retta.

Vedi alla pag 149 in fine.

Mà il tutto meglio dalle forme de' calcoli intēderemo, le quali perseueraranno sempre le medesime, quanto alle note de logaritmi.

Essempio primo per la prima Regola.

Sia il Sole in g.27.15.di ♈. e voglisi la sua Decl. & Asc. retta, operando adunque come si vede nella forma del primo Calcolo, trouaremo la sua Decl. essere Bor. e g.10.32.e l'Asc.retta g.25.10.

Essempio secondo per la prima Regola.

Sia hora il Sole in g.14.39.di ♏.operando adunque come nella forma del secondo calcolo trouo la Decl.essere Austr. è g.16.18.e l'Asc. retta g. 222.10.

Essempio terzo per la seconda Regola.

Sia la ☽. in g.19.47.di ♌,cō lar.bor. g.4.12.operando adunque come nella forma del terzo Calcolo, trouo la Decl.essere bor. e g.18.55.e l'Asc.retta g.143.37.

Essempio quarto per la seconda Regola.

Sia parimente ♂.in g.10.34.de ♓. cō larg.austr.g.2.45.operando adunque come nel quarto Calcolo, trouo

la

la ſua Decl. eſſere g. 10. 10. auſtr. e l'Aſc. retta g. 343. 9.

Eſſempio quinto per la ſeconda Regola.

Sia finalmẽte la ☽. in g. 1. 12. di ♈. cõ larg. bor. g. 4. 50. operãdo adunque come nel quinto Calcolo trouo la ſua Decl. eſſere g. 4. 55. bor. e l'Aſc. retta g. 359. 10.

Primo Calcolo nel primo quadrante.

G. M.				
Longhez. 27. 15	1	966075	m 2	1028816
Maſſ. decl. 23. 32	1	960128	s l 2	003771
Decl. B. 10. 32	1	926203		
Aſc. retta 25. 17			m 2	1032587

Secondo Calcolo nel terzo quadrante.

G. M.				
Diſtãza 44. 39	1	984682	m 2	1000531
Maſſ. decl. 23. 32	1	960128	s l 2	003771
Decl. A. 16. 18	1	944810		
Arco ſec. 42. 10			m 2	1004302
Mezoc. ag. 180. 0				
Aſc. retta 222. 10				

Ter-

Terzo Calcolo nel secondo quadrante.

	G.M.				
Distanza	40.13	l 2	981287	r l	018993
Larghez. B.	4.12	l 2	999883	m	886591
1. Inuento	40.24	l 2	988170		
2 Inuento	6.29	Agg.		m	905589
Mass. decl.	23.32				
Arco	30. 1	l	969919	r l2	006254
1. Inuento	40.24	l	981166	m2	1007004
Decl. B.	18.55	l	951085		
Arco sec.	36.23			m2	1013258
Mezo c.	180. 0				
Asc. retta	143.37				

Quarto Calcolo nel quarto quadrante.

	G.M.				
Distanza	19.26	l 2	997452	r l	047793
Largh. A.	2.45	l 2	999950	m	868154
1. Inuento	19.36	l 2	997402		
2. Inuento	8.13	Agg.		m	915947
Mass. decl.	23.32				
Arco	31.45	l	972116	r l2	007040
1. Inu.	19.36	l	952562	m2	1044845
Dec. A.	10.10	l	924678		
Arco sec.	16.51			m2	1051885
Cerchio	360. 0				
Asc. retta	343. 9				

Quin-

Quinto Calcolo nel primo quadrante.

	G.M.				
Longh.	1.12	l 2	999990	t l	167897
Largh. B.	4.50	l 2	999845	m	892716
1.Inu.	4.59	l 2	999835		
2.Inu.	76. 5	Agg.		m	1060613
Mass decl.	23.32				
Arco	99.37	l	999385	rl2	077714
1.Inu.	4 59	l	893885	m2	1105951
Decl B.	4 55	l	893270		
Arco sec.	0 50			m2	1183665
Cerchio	360. 0				
Asc.retta	359.10				

Date le medesime cose del Cap. ant. purche la larghezza non ecceda g. 8. trouare prõtamente la Declinat. & Asc. retta. Cap. IV.

BEnche habbiamo poste le Regole del Cap. ant. per insegnare il metodo generale di trouare la Decl. & Asc. retta à qualsiuoglia grado di larghezza nondimeno conoscendo quanto sia questo modo laborioso,

per ſolleuare in parte la fatica del Calcolo, ſi ſono poſte quà le Tauole delle Declinationi,& Aſcēſioni rette per li punti dell'Ecclittica, e poi ſoggiunte due altre dell'Equationi di eſſe, come al ſuo luogo ſi può vedere, che ſeruono per la larghezza di g.8. cioè per tutta la faſcia del Zodiaco.

Volendo adunque la Declinatione ò Aſcenſione retta di vn dato punto nella Ecclittica, cercaremo queſta nella propria Tauola conforme al ſolito, prendēdo la parte proportionale per li minuti, quando vi foſſero, e raccogliendo la Declinat. dell'iſteſſa affettione col ſegno, ouero l'Aſcenſione retta, ſe pur queſta ſi deſidera. Quando poi il punto habbi larghezza nõ maggiore di g.8. ſi cercarà prima la ſua Declinatione, ò Aſcenſione retta, come che foſſe nell' Ecclittica, e ſi ſerbarà per correggerla cõ la ſua equatione, in queſto modo. Imperoche ſe la larghezza ſarà dell'iſteſſa affettione col ſegno, ci ſeruiremo della prima parte della propria Tauola

del-

della Equatione, entrando in quella lateralmente col grado del ſegno alla ſiniſtra deſcendendo, ò alla deſtra aſcendendo, ſecondo che ſi trouerà, e dirimpetto al più vicino numero de' gradi (che procedono di trè in trè per nõ fare in queſto ſalto le dette equationi molta differenza) ſotto la larghezza à gradi intieri prenderemo la equatione, oſſeruando la parte proportionale per li minuti della larghezza, quando vi ſiano (il che ſarà commodo per le interpoſte differenze) & anco per quelli della lõghezza, quando il ſalto pareſſe conſiderabile (benche il maggiore nõ ecceda nella Tauola equatoria della declinat. Min. 3. & in quella dell'aſcẽſione retta min. 13. nel ſalto di gradi 3.) e così haueremo l'equatione per la declinatione ò aſcenſione retta, dà giungere, ò leuare dalla già ſerbata, conforme al titolo, che ſarà ſopra il ſegno; e n'haueremo la declinatione, ò aſcẽſion retta, che ſi cerca, giuſtificata. Mà ſe la larghezza ſarà di cõtraria affettione

al

al ſegno, entraremo nella ſecõda parte di eſſe Tauole equatorie, oſſeruando l'iſteſſe coſe già dette, dal che ſi può comprendere tenerſi l'iſteſſo ſtile tanto per trouare la declinatione, quanto l'aſcenſione retta. Solo vi è ben queſta differenza, che venendo il caſo, che l'equatione trouata ſottrattiua non ſi poſſi ſottrarre dalla declinatione, ò aſcenſione retta per eſſere maggiore di quella, biſognerà in tal caſo per il contrario ſottrarre la declinatione dalla ſua equatione, e quello, che reſtarà ſarà la declinatione di affettione contraria al ſegno. Mà circa l'aſcenſione retta, le ſi preſtarà vn cerchio, e ſi ſottrarà pure la medeſima equatione, reſtando l'aſcenſione retta dà noi ricercata, mà il tutto hora con Eſſempij ſi farà più chiaro.

Eſſempio primo.

Tralaſciati gli eſſempij del trouare la declinat. & aſc. retta de' punti della Ecclittica, per eſſere coſa tanto facile, ſupporremo pure e. g. eſſere la ☽. co-

come ſopra in g.19.47. di ♌. cõ larg. bor.g.4.12.e di voler prima la ſua declinatione, per la Tauola adunque della declinatione del Sole, e dell'Eclittica, trouo la ſua ſemplice declinatione eſſere g.14.56.bor.Per eſſere poi la larg. & il ſegno bor. vado alla prima parte della Tauola equatoria delle declinationi, cercando li g.19.47.di ♌. per li quali prendo g. 21. e dirimpetto à quelli ſotto la larghezza 4 prendo l'equatione g. 3. 47. con la differenza 57. quale ſcriuo ſotto li min. della larghezza trouando con la ſolita moltiplicatione, e diuiſione min.11.d'aggiungere alli g.3.47. e ne viene l'equatione giuſtificata g.3.58. d'aggiũgere alla declinatione trouata g.14.56. come moſtra il titolo ſopra la colonna del ♌.e ne viene la declinatione eſſatta g.18.54. pur come ſopra, e come appare in queſta forma di Calcolo.

Vo-

Long.19.47 ♌	Larg.bor 4.12	15.11	3 47
19	57	Sot.15	Ag. 11
60 | 893	60 | 684	14.56	3.58
15	11	3.58	Ag.
	Decl bor.	18.54	

Volendo poi l'aſcenſione retta prēdo dalla Tauola propria cō g. 19. 47. ♌ (vſando la parte proportionale, come ſempre ſi dourà intendere, ſenza che ogni volta s'habbi à replicare) l'aſcenſione retta g. 142. 13. per eſſere poi la larg.bor.in ſegno bor.vado alla prima parte della Tauola equatoria per le aſcenſioni rette, e con g. 19. 47. di ♌. ſotto la larghezza 4. prendo g. 3. 47. e per li min. della larghezza min. 11. che fanno la equatione g. 1. 24. aggiuntiua, come moſtra il titolo, quale perciò con la ſudetta aſcenſione retta g. 142. 13. danno l'aſcenſione retta giuſtificata g. 143. 37. come pure ſi trouò di ſopra.

Eſ.

Essempio secondo.

Sia hora ♂. come dianzi in g. 10. 34. ♓. con larg.austr.g. 2. 45. per hauere dunque la declinatione prima trouo la declinatione sẽplice g.7. 38. e poi nella prima parte della Tauola equatoria per le declinationi prendo l'equatione aggiuntiua g.2.32. che cõ la declinatione semplice mi dà g.10. 10. declinat. austr. pur come sopra. E per l'ascẽsione retta, prendo la semplice g.342.5. e dalla prima parte della sua Tauola equatoria piglio la equatione aggiuntiua g 1.3. che cõ quella fà l'ascẽsione retta giustificata g.343. 8. solo differente di vn min. dalla già ritrouata.

Essempio terzo.

Sia pur'anco la ☽. in g. 1. 12. ♈. con larg bor g.4.50. Trouo dunque la declinatione semplice essere g.0. 29. e l'ascensione retta semplice g.1. 6. di poi l'equatione della declinatione si troua nella prima parte della sua Tauola equatoria essere g.4.26 aggiunti

tiua, che però con g.0. 29. fà la declinatione vera g.4.55 bor. l'equatione poi dell'aſcenſione retta è g.1.55.ſottrattiua, la quale per eſſere maggiore della ſemplice già ritrouata g.1.6.per ciò giungēdoli g.360. che ne vengono g.361.6 e dà queſti leuādo la detta equatione g.1.55. reſta l'aſcēſione retta vera g.359.11.ſolo di vn min.differente dalla già ritrouata.

Eſſempio quarto.

Sia finalmente ♀.in g.1.13. ♈. con larg.auſtr.g 3.35. Per la declinatione adunque trouo la declinatione ſemplice eſſere g.0.29.e l'aſcenſione retta ſemplice g.1 7. ſimilmente la equatione della declinatione è g.3.17 ſottrattiua, la quale eſſendo maggiore di g 0.29.declinatione ſemplice,perciò leuo queſta dalla equatione g. 3. 17.e reſta la delinatione g.2. 48. mà di affettione contraria al ſegno, cioè auſtr.l'equatione poi dell' aſcenſione retta è g.1.25. aggiūtiua,la quale con la ſemplice aſcenſione retta g.1.7. dà

l'aſcen-

l'ascensione retta vera g.2.31. Non credo poi che mi occorra dire, che quando dall'aggiunta dell'equatione all'ascēsione retta semplice ne venisse più di g.360. come può accadere, che questi si deuono leuare, essendo il rimanente l'ascensione retta, poi che ciò è per se stesso manifesto.

Questo è quanto mi accade dire circa il modo di trouare le declinationi, & ascensioni rette, il che essendo di molta necessità per fare le Direttioni per via de logaritmi, perciò si sono auertiti, tutti i casi, che possono occorrere, acciò il Calcolatore non habbi difficoltà nell' operare, onde non hò voluto sparagnare di essere alquanto longo, acciò fossi in cosa tanto necessaria (parlādo per li principianti) ben'inteso.

Come, data la eleuatione del Polo della Regione, e la declinatione di vn punto della celeste sfera, che in quella naschi, si possi hauere la differenza ascensionale, l'arco semidiurno, e seminotturno, e data in oltre l'ascension retta di quello, se ne formi la sua ascensione obliqua.

Cap. V.

IL mes. dell' eleuatione del Polo, con il mes. della declinatione, darà sempre il log. della differēza ascensionale. Questa differenza si deue aggiungere à g. 90. nella delinatione boreale, e sottrare nell' australe, che ne verrà l'arco semidiurno, il cui rimanente à g. 180. è il seminotturno. Per il contrario poi volendo l'ascensione obliqua, nella declinatione boreale si leua dalla ascēsione retta, prestandoli vn cerchio, quando nō si potesse sottrare, e nell'australe si aggiunge detta differenza ascensionale alla medesima ascēsione retta, e ne viene l'ascensione obliqua.

Es-

Essempio.

Sia data la ☽. come nel primo Essēpio del prossimo antecedēte Cap. in g. 19. 47. di ♌. con larg. bor g. 4. 12. della quale si trouò la declinatione g. 18. 54. bor. e l'ascensione retta g. 143. 37. e vogliasi la differenza ascensionale per essempio all'eleuatione polare di g. 44. Per trouarla dūque giongo insieme il mes. di g. 44. con il mes. di g. 18. 54. e ne viene il log. di g. 19. 18 differenza ascensionale, la quale, per essere la declinatione boreale, aggiunta à g. 90. fà l'arco semidiurno g. 109. 18. & il rimanente à g. 180. cioè g. 70. 42. arco seminotturno. Si come per il contrario essa differenza ascensionale g. 19. 18. leuata dalla ascēsione retta g. 143. 37. dà l'ascensione obliqua g. 124. 19. come si vede chiaramente nella presente forma di Calcolo.

G. M'

Eleuatione del Polo.	44.0.	m	998484
Decl. bor. della Luna	18.54	m	953450
Differenza ascens.	19.18	l	951934
Arco semidiurno	109.18		
Arco seminotturno	70.42		
Ascensione retta	143.37		
Ascensione obliqua	124 19		

Come si troui il cerchio di positione di qual si voglia Significatore di nota longhezza, e larghezza, posto fuori de gli angoli della Figura celeste, ad vna data eleuatione di Polo. Cap. VI.

SVpposto prima, che il Significatore sia nella parte del Cielo ascendente, che è dal mezo, fino all' imo Cielo per l'Oroscopo, si come la rimanente si chiama parte descēdente, ci seruiremo di quale più ci pare delle due infrascritte Regole.

Regola prima

Habbisi la declinatione, & ascensione retta del Significatore, dalla qua-

quale ſi caui l'aſcēſione retta del m. c. per conſtituirne la diſtanza del Significatore dà eſſo m. c. Et in oltre faciſi la ſomma, e la differenza dell' eleuatione del Polo, e del compimēto della declinatione. Imperoche il, r l 2, della detta ſemiſomma, cō il log. 2. della ſemidifferenza, & il meſ. della ſudetta ſemidiſtanza dal m. c. darà il meſ. di vn primo angolo: Et il, r l, della detta ſemiſomma, e log. della ſemidifferenza con il meſ. della ſemidiſtanza, darà il meſ. di vn ſecondo angolo, quale giungerai al primo, ſe l'eleuatione polare ſuperarà il comp. della declinatione, mà ſe ſarà maggiore il comp. della declinatione (come accaderà ſempre, mentre non ſi diriga Significatore di maggiore latitudine di g. 8 alla eleuatione polare dà g. 58. in giù) lo leuarai dà eſſo primo angolo, e ne verrà vn'angolo, quale potiamo chiamare, angolo declinatorio. E finalmēte il log. di queſto angolo declinatorio con il log. 2. della declinatione del Significatore, darà il log. del

cerchio di positione, che si desidera. Auertendo però, che quando il Significatore habbi declinatione australe si dourà prendere della detta semidistanza in vece di mes. il mes. 2.

Regola seconda.

In questa pure si habbi la declinatione, & asc. retta del Significatore, e l'ascensione retta del m. c. è constituiscasi la distanza dà esso m.c. come sopra, e la semidistanza. Poi giunti i mes. dell'eleuatione polare, e della declinatione del Significatore, farai il mes. 2. di vn'angolo, dal quale sottratti sempre g. 45. prenderai il mes. del residuo, giungendolo con il mes. della detta semidistāza dal m. c. e ne verrà il mes. di vn'arco, d'aggiungere sēpre con la detta semidistanza; poiche la somma sarà l'arco di positione del Significatore, il cui res. log. con il mes. 2. della eleuatione polare darà il mes. 2. del cerchio di positione di tale Significatore. Auertendo pur quà ancora, che quādo il Significatore habbi

bi declinati. australe, si prenderà della detta semidistanza in vece di mes. il mes 2. e ne verrà il mes. del detto arco, dà giungersi però ancora alla detta semidistanza dal m.c.

Quãdo poi alcuno cercasse il cerchio di positione di vn Significatore posto nella parte descendente, potrà seruirsi del luogo opposto, con la latitudine di contraria affettione, se l'hauesse, come se il Significatore si ritrouasse in tal luogo, & operare come sopra, poiche ciascuno Significatore, & il suo luogo opposto, sono sempre nell'istesso cerchio di positione.

Essempio.

Sia pure all'eleuatione polare g.44 nella parte del Cielo asceudente la ☽. come sopra in g. 19.47.♌.cõ larghezza bor.g.4.12.essendo in in m.c.g.18. o. ♊, la cui ascensione retta sarà g. 76.57. si come la declinatione della ☽. è g.18.54. bor. e l'ascensione retta g.143.37. dalla quale leuata l'ascensione retta del m. c. g.76. 57. resta la

diſtanza dal m c.g.66.40.è per operare conforme alla prima Regola giungo la eleuatione polare g.44. o. con il comp.della declinatione g.71.6.e poi leuo il minore dal maggiore,facendo la ſomma g. 115.6.e la differẽza g.27. 6. e la ſemiſomma g. 57 33.e la ſemidifferenza g.13.33. ſi come la ſemidiſtanza dal m c ſarà g. 33.20.cõ queſte adunque operando ſecõdo i precetti di detta prima Regola, come ſi vede in queſto primo Calcolo, raccolgo il cerchio di poſitione eſſere g. 37. 8. Così poi operando per la ſecõda Regola, formando prima la ſemidiſtanza dal m. c. trouo pure il cerchio di poſitione eſſere g.37.8.come ſopra,e come ſi vede nel ſecondo Calcolo.

Pri-

Primo Calcolo.

	G. M.				
Semisomma	57.33	rl2	027038	rl	007373
Semidifferenza	13.33	l2	998774	l	936976
Semid dal M C.	33.20	m	981803	m	981803
Angolo primo	50. 0	m	1007615		
Angolo 2. sottr.	10.21			m	926152
Aug. declinat.	39.39	l	980489		
Decl. bor.	18.54	l2	997593		
Cerchio di posit.	38.81	l	978082	l	l

Secondo Calcolo.

	G.M		
Eleuat. polare	44.0	m	998484
Declinat. bor.	18.54	m	953450
Angolo	71.42	m2	951934
Resid. dig. 45.	26.42	m	970152
* Semid. dal M. C.	33.20	m	981803
* Arco aggiũtiuo	18.17	m	951955
Arco di posit.	51.38	rl	010565
Eleuat. polare	44.0	m2	1001516
Cerchio di posit.	37.8	m2	1012081

Notisi poi come in questi calcoli, per essere il Significatore di declinatione bor. alla semidistanza, & all'ar-

co aggiuntiuo nel ſecondo calcolo viene aſcritto il titolo di meſ. che ſe foſſe ſtato auſtrale doueano eſſere meſ.2.

Notiſi ancora, che operando per la ſeconda Regola all'eleuatione polare di g.45. ſi ſparagna vn'Additione de' log. poiche la differenza della declinatione, e di g.45. è il reſiduo, che ci verrebbe dalla prima Additione de' logaritmi.

Notiſi finalmente, che per il più facile operare nel fare le Direttioni ci potremo ſeruire della ſeconda Regola, ſparagnando la terza additione de log. per trouare il cerchio di poſitione, potendoſi fare ſenza eſſo, ſeruendoſi ſolo dell'arco di poſitione, che ſi troua con due ſole additioni de log. anzi al Polo 45. con vna ſola, coſa che veramente pare molto facile, comparandola à i diuerſi modi, che ſi poſſono vſare, maſſime volẽdo fare le Direttioni per le leggi de' triangoli immediatamente, che ſin'hora è ſtato riputato hauer molta difficoltà.

Come si diriga qualunque Significatore, posto nelli angoli della Figura celeste, à qualsiuoglia Promissore.
Cap. VII.

SE il Significatore sarà il grado del m.c. ò dell'asc. sottrahendo l'ascensione retta del m.c. dà quella del Promissore, e similmente l'ascensione obliqua dell'Asc. dà quella del Promissore, ne restarà l'arco della Direttione.

Essempio primo.

Sia il g. del m.c. 30. ò ♈. dà dirigere al ☉. in 15. ò ♊. trouando adunque le loro ascēsioni rette per il Cap. 3. ò 4. la loro differenza sarà l'arco della Direttione, come quà si vede.

Asc. retta del ☉. Promissore. g.	73. 43.
Asc. retta del m.c. Significat.	27. 54.
Arco della Direttione.	45. 49.

Essempio secondo.

Sia all'eleuatione polare di g. 44. il g. dell'Asc. 18. ò ♋. dà dirigere al corpo di ♂. in g. 25. ò ♌. con lat g. bor. g. 1. 17. trouando adunque le loro ascēsioni oblique, per il Cap. 5. la differēza di esse sarà l'arco della Direttione; come quì appare.

Asc. obliqua di ♂. Promiss.	g. 133. 19.
Asc. obliqua dell'Ascē. Signif.	84. 55.
Arco della Direttione.	48. 24.

Nota poi che haurai l'ascensione obliqua dell'Asc. giungendo g. 90. alla asc. retta del m. c.

Nota ancora, che nell' istesso modo dirigerai qualunque Significatore posto nel m. c. ò nell'Asc. il quale conoscerai essere in essi angoli, quando haurà con quelli le istesse ascensioni.

Se poi finalmente si douesse dirigere come Significatore il grado dell' i. c. ouero dell'Occidente, ò qualche

al-

altro posto in essi, noi in tal caso dirigeremo l'opposto di quello (prendendo l'istessa larghezza, quãdo l'hà, mà di contraria affettione) all'opposto del Promissore, procedendo come sopra, dirigendo l'i. c. come il m. c. e l'Occidēte come l'Asc. e così qualunque Significatore, che in essi si ritroui. Lascio per breuità gli Essempij, essendo cosa chiara.

Come si diriga il Significatore posto fuori delli angoli della Figura celeste. Cap. VIII.

SE il Significatore sarà nella parte del Cielo ascendēte, cercaremo il suo cerchio di positione per quale ci parerà delle due Regole del Cap. 6. e poi con quello, e con la declinatione del Significatore, e Promissore secondo il Cap. 5. cercaremo parimente le loro differenze ascensionali, formandone le ascensioni oblique, è leuando quella del Significatore da quella del Promissore, poiche resterà

l'arco della Direttione, che si ricerca.

Ouero per la seconda Regola pur del Cap. 6. cercaremo l'arco di positione del Significatore, e giongendolo all' ascensione retta, n'hauremo l'ascensione obliqua di esso Significatore. Fatto questo giungeremo insieme il log. di detto arco di positione, il mes. della eleuatione polare, & il mes. della declinatione del Promissore, e n'hauremo la differēza ascensionale del Promissore, la quale aggiunta alla sua ascensione retta, ò leuata da quella, conforme che la declinatione sarà australe, ò boreale, ci darà l'ascēsione obliqua di esso Promissore, dalla quale leuata l'ascensione obliqua del Significatore, ne restarà pure l'arco della Direttione, che si desidera, e questa maniera parmi più spedita dell'antecedente, sparagnandosi con questa il cerchio di positione, come si diceua.

Se poi il Significatore sarà nella parte descendente, dirigeremo il suo luogo opposto all' opposto del Promis-

missore con le medesime larghezze, se le hanno, ma però di contraria affettione, non hauendo perciò mai dà seruirsi di descensioni, mà solo di ascensioni.

Essempio primo.

Habbisi dà dirigere come Significatore il corpo della ☽. posta nella parte del Cielo ascendēte in g.28.39. ♍, con larg. austr. g.5. 14. al Promissore l'☍.di ♂.posto in g.27.58. ♊. con larg.bor.g.2.51.cioè al g.27.58. ♐. con larg.austr.g.2.51.all'eleuatione polare g.42. essendo in m.c. g.14. 5. ♍, la cui ascensione retta è g 165. 21. Trouo dunque mediante il Cap. 3. ouer 4. la declinatione della ☽. essere g.25.1. austr.e l'ascensione retta g.235.9. similmente la declinatione dell' ☍. di ♂. trouo essere g.26. 22. austr. e l'ascensione retta g.267. 43. Poi cauo l'ascensione retta del m. c. g.165.21. dall'ascensione retta della ☽. g 235.9. e resta la distāza dal m.c. g.69.48, e la semidistanza g.34.54. simil-

milmente facio la somma, e la differenza della eleuatione polare g.42. 0. e del comp. della declinatione pure della ☽. g.64.59. venendo la sōma g.106.59. è la differenza g.22. 59. e la semisomma g.53.29.30. e la semidifferenza g. 11.29.30. mà, per lasciare li secondi, diremo che la semisōma sia g.53. 29. e la semidifferenza g. 11. 30. crescendoli vn vnità per li duoi mezi, che si lasciarebbono. Preparate queste cose, operaremo come appare nell'infrascritto primo calcolo, e trouaremo l'arco della Direttione essere g.34.13.

Mà quando io mi voglia seruire della seconda Regola, come più facile, hauuta la declinatione, & ascensione retta tanto del Significatore, quanto del Promissore, e la semidistanza dal m.c. opero come appare nel secondo calcolo, e ne cauo l'arco della Direttione essere pure come sopra g.34.13.

G.M.

Semisomma 53.29	rl2	022544	rl	00949
Semidif. 11.30	l2	999119	l	929966
Sem.dalm.c.34.54	m2	1015639	m	1015639
Angolo 1. 67.3	m	1037302		
Ang 2.sott. 19.35			m	955096
Ang.Decl. 47.28	l	986740		
Decl.del sig.A 25.1	l2	995722	m	966700
Cerc di pos. 41.54	l	982462	m	995291
Di.as.d l sig ag 24 45			l	962191
Asc.r del sig 235.9		Agg.	m	995291
Dec.d PRO A 26.22			m	969520
Dif.as del P. 26.24	l		l l l	964811
As.r.del P. 267.43				
As.ob del P. 294.7				
as.ob.del si. 259.54				
Arc.di Diret. 34.13				

Secondo Calcolo.

Asc.retta del M.C.	165.21		
Eleuat polare	42.0	m	995444
Decl.del sig. A.	25.1	m	966900
Angolo	67 13	m2	962344
Residuo di g.45.	22.13	m	961112
Semid. dal M.C.	34 54	m2	1015639
* Arco aggiun.	59 39	m2	976751
* Arco di posit.	94.33	l	999863
Decl.del Pro.A.	26.22	m	969520
Dif.as.del Pro.agg.	26.25	l	964827
Asc.retta del pro.	267.42		
Asc.ob. del pro.	294.7		
Asc.ob.del sig.	259.54		
Arco di Direttione.	34.13		

Essempio secondo.

Deuasi hora al Polo g.45. dirigere il ☉. in g.17.25.♈. à ♄.in g.26. ò ♊.cõ larg.austr,g.1.5. essendo nèl m. c. g. 8.15.♒. Trouo dunque prima la declinatione del ☉.essere g.6.52.bor. è l'ascẽsione retta g.16.7.similmente la declinatione di ♄.è g.22.23.bor. è l'ascẽsione retta g.85,39. e l'ascẽsione retta del m. c. g.310. 41.la quale sottratta da quella del Significatore, aggiũtoui vn cerchio, cioè da g. 376. 7.resta la distanza dal m.c. g.65.26. e la semidistanza g.32.43 .operãdo poi conforme alla seconda Regola del Cap.6. come più facile, e come si vede in questo terzo calcolo,trouo l'arco della Direttione essere g.54.43.

Ter-

Terzo Calcolo.

	G. M.		
Asc.retta del m.c.	310.41		
Decl.del sig.bor.	6.52		
Residuo a g 45.	38.8	m	989489
Semidist dal m c.	32.43	m	980781
Arco aggiun.	26.46	m	970270
Arco disposit ione	59.29	l	993525
Dec. del Prom B.	22.23	m	961472
Dif.as.del P.B. sot.	20.46	l	954997
Asc.retta del Pro.	85.39		
Asc.ob.del Prom.	64.53		
Asc.ob.del sig.	10.10		
Arco di Direttione	54.43		

Vedesi poi che per dirigere il detto Significatore alli altri Promissori basta aggiungere il mes. della declinatione al log. dell'arco di positione, e ne viene il log. della differenza ascẽsionale all'eleuatione polare di g. 45. & alle altre eleuationi di Polo, giunti insieme il log. dell'arco di positione, & il mes. della eleuatione polare, si farà vn log. (il quale, come anco quello dell'arco di positione al Polo 45. potiamo chiamare, log. commune) giun-

giungendo poi sempre il mes. della declinatione al detto log. commune, ne verrà pure il log. della differenza ascẽsionale, la quale giunta all'ascensione retta, o leuata da quella, ci darà poi l'ascensione obliqua. Per esplicatione della quale cosa si è posto il presente Essempio di dirigere il ☉. posto in g. 20.55. ♉. come Significatore alli sottoscritti Promissori, per dare insieme la forma distendere il Calcolo delle Direttioni, lasciando per essere breue di essẽplificarla ne gli altri Significatori, potendo bastare questo, con questi pochi Promissori per li molti altri, che si potriano mettere. Prima dunque per ritrouare il detto log. commune, e l'ascẽsione obliqua del Significatore, si potrà osseruare la forma del presente 4. Calcolo, e poi quella, che segue per la Direttione à Promissori, ricordando pure che in questa forma di questo 4. Calcolo si sparagnarà, come si disse dianzi, vn additione de' log. E similmẽte, che se il Significatore fosse australe, si dourà

ascri-

aſcriuere alla ſemidiſtāza dal m. c. & arco agginntiuo il titolo di meſ. 2. in vece di meſ. come pur anco ſi diceua, e queſta forma conſigliarci à tenere sēpre, come quella che pare la più ſpedita, e più facile, che da me ſi ſia potuta ſin'hora aggiuſtare, per dirigere per via de' logaritmi.

Quarto Calcolo.

		G.M.		
	Aſc.retta del ſig.	408. 28		
	Aſc.retta del m.c.	310.26		
	Diſtanza dal m.c.	98.2		
	Eleu. polare	44.0	m	998484
	Decl. del ſig. B.	18.3.	m	951306
	Angolo	72 32	m2	949790
	Reſiduo di g 45.	27.32	m	971709
*	Semidiſtāzà dal m.c.	49.1	m	1006109
*	Arco aggiuntiuo	30.58	m	977818
	Arco di poſitione	79.59	l	999333
	Eleu. polare	44.0	m	998484
	Logaritmo commune		l	997817
	Aſc.ob.del ſig.	30.25	l	

Di-

Direttioni del ☉. posto in g.22. 55. ♉. àgli infrascritti Promissori, nell'Eleuatione polare di g.44. essendo il log. commune 997817. e la sua Ascensione obliqua g.30. 25.

997817 30. 25

Promissori	Long	Larg.	Decl.	Mes.	Log.	Dif. asc.	As. re.	As. ob.	Ar. di di.
	G. M.	G. M.	G. M.			G. M.	G. M.	G. M.	G. M.
△ des. di ♄	27. 35 ♉	1. 8 A	18. 35 B	952661	950478	18. 39 S	55. 35	36. 56	6. 31
Ant. di ♂	29. 26 ♉	1. 9 B	21. 14 B	958944	956761	21. 41 S	56. 58	35. 17	4. 52
✶ des. di ♂	0. 34 ♊	0. 34 B	20. 53 B	958153	955970	21. 16 S	58. 17	37. 1	6. 36
Aldebaram	4. 42 ♊	5. 30 A	15. 44 B	944981	942798	15. 32 S	63. 47	48. 15	17. 50
☌ di ♄	19. 16 ♊	0. 37 A	22. 28 B	961651	959468	23. 9 S	78. 22	55. 13	24. 48
□ des. di ♄	27. 35 ♊		23. 31 B	963865	961682	24. 27 S	87. 22	62. 55	32. 30
Ant. di ♃	10. 34 ♋	0. 37 A	22. 29 B	961687	959504	23. 11 S	101. 27	78. 16	47. 51
☌ di ♂	0. 34 ♌	1. 9 B	21. 14 B	958944	956761	21. 41 S	122. 32	100. 51	70. 26

NEl dirigere li Significatori alli corpi de'Pianeti, ò delle stelle fisse communemēte si osserua la larghezza, come anco all'☍. tenendo l'istessa larghezza, mà di cōtraria affettione, e nel qnadrato nō si osserua mà circa l'Aspetto sestile, è, trino, alcuni vogliono che si prenda la metà della larghezza, che hà il Pianeta, ò Stella, che manda l'aspetto, dell'istessa affettione nel ⚹, mà di contraria nel △. come si è apunto osseruato nelle antecedēti prossime Direttioni del ☉. il che veramēte ci necessita à maggiore fatica nel pigliare le declinationi, & ascensioni rette, entrandoui per lo più la larghezza, che ci molesta, perciò seguēdo l'altra opinione, che ci pare hauere molta probabilità, cioè che non s'habbi dà osseruare la larghezza nel dirigere à gli Aspetti, eccetto che all'☍. doueremo tuttauia prendere l'arco del ⚹, e △, dalla seguēte Tauoletta, fatta per li Promisso-

ſori, che hanno larghezza, e ciò con li gradi della larghezza deſcēdendo, poiche giungendo quell'arco al luogo del promiſſore, ne haueremo il luogo del ⚹, ò △, ſiniſtro, e leuandolo hauremo quello del ⚹, o △, deſtro dà notarſi nella colonna della longhezza, nel Calcolo delle direttioni, fatto conforme al metodo del Cap. ant. sēza hauer biſogno di notare la largh.

Se poi piaceſſe ad alcuno di dirigere ancora à gli Aſpetti nell'Equatore, con la declinatione del Promiſſore deſcendendo nell'iſteſſa colonnetta, prēderemo dirimpetto pure l'arco del ⚹, ò △, aggiungēdolo all'aſcenſione retta di eſſo Promiſſore, per farne il ⚹, o △, ſiniſtro, e leuandolo per hauerne il ⚹, o △, deſtro, poiche ſe dà queſti cauaremo l'aſcēſione obliqua, del Significatore, ne hauremo l'arco della Direttione à quello Aſpetto nell' Equatore.

Eſſempio.

Sia Promiſſore la ☽. in g. 20. 30. ♋. con

con larg, austr.g. 4. 55. sarà dunque la sua declinatione g. 17.7. bor. e l'ascē-sione retta g. 111.28. con li gradi della largh. poi 4.55. prēdo dalla seguente Tauoletta l'arco del ✶. g. 59. 52. e del △.g. 120.8. e giungendo questi à g. 20. 30. di ♋. cioè à Segni 3. 20. 30. giungendo Segni 1.29 52. per il ✶, e segni 4.0.8 per il △. trouo che l'aspetto ✶, sinistro cade in g 20.22. ♍, & il △, in g. 20.38. ♏, e sottraendo li medesimi dalli Segni 3.20.30. trouo il ✶, destro cadere in 20 38. ♉, & il △, in 20. 22. ♓, ouero più breuemēte per il ✶, destro prēdo l'opposto del △, sinistro, e per il △, destro l'opposto del ✶, sinistro, & ottengo l'istesso.

Mà se io voglio i luoghi di questi Aspetti nell'Equatore, cō la declinatione g. 17.7. prendo dall' istessa Tauoletta l'arco del ✶, g. 58. 28. e del △. g. 121.32. quali giungo all'ascēsione retta g. 111.23. e ne vengono per il ✶, sinistro g. 169 51. e per il △, sinistro g. 232.55. ouero leuando dall'ascensione retta l'arco del ✶, ne vengono per

il

il ✶, destro g. 52. 55. e per quello del △, destro g. 349. 51. i quali si hãno parimente giungẽdo g. 180. al luogo del ✶, sinistro, o leuandoli, e ne viene il △, destro, e così giungẽdo pur g. 180. al △. sinistro, ò leuandoli, ne viene pure il ✶, destro.

Questo modo ci solleua in parte la fatica del Calcolo, non hauendo per li Aspetti da cercare la declinatione, & ascensione retta con la larghezza, come nell'altro modo per il più bisogna, mà solo ci occorrerà far questo per li corpi de' Pianeti, ò stelle fisse, e loro luoghi opposti, Antiscij, & Contratiscij, nel che pure si potria ancora solleuare in parte la fatica, se quando si è fatta la Figura celeste, e si sono notate le larghezze, Antiscij, e Contratiscij, allhora si trouasse la declinatione, & ascensione retta almeno de' Pianeti, e loro opposti (se non delli Antiscij, e Contratiscij) poiche per le stelle fisse si è supplito assai compentemente, come dal Cap. seguente si intenderà.

Ta-

G	✶ G	✶ M	△ G	△ M	G	✶ G	✶ M	△ G	△ M
1	60	0	120	0	31	54	19	125	41
2	59	59	120	1	32	53	52	126	8
3	59	57	120	3	33	53	24	126	36
4	59	55	120	5	34	52	55	127	5
5	59	52	120	8	35	52	23	127	36
6	59	49	120	11	36	51	50	128	10
7	59	45	120	15	37	51	14	128	46
8	59	40	120	20	38	50	37	129	23
9	59	35	120	25	39	49	57	130	3
10	59	29	120	31	40	49	15	130	45
11	59	22	120	38	41	48	31	131	29
12	59	15	120	45	42	47	43	132	17
13	59	7	120	53	43	46	52	133	8
14	58	59	121	1	44	45	58	134	2
15	58	50	121	10	45	45	0	135	0
16	58	40	121	20	46	43	58	136	2
17	58	29	121	31	47	42	51	137	9
18	58	17	121	43	48	41	39	138	21
19	58	4	121	56	49	40	21	139	39
20	57	51	122	9	50	38	56	141	4
21	57	37	122	23	51	37	23	142	37
22	57	22	122	38	52	35	42	144	18
23	57	6	122	54	53	33	49	146	11
24	56	49	123	11	54	31	43	148	17
25	56	31	123	28	55	29	20	150	40
26	56	12	123	48	56	26	36	153	24
27	55	52	124	8	57	23	22	156	38
28	55	31	124	29	58	19	28	160	39
29	55	8	124	52	59	13	53	166	7
30	54	44	125	16	60	0	0	180	0

Larghezza, ouero Declinatione.

PErche ſi poſſi hauere prontamẽte la lunghezza, larghezza, e grã dezza, & in particolare la declinatione, & aſcenſione retta. come anco la mediatione del Cielo, di alcune ſtelle fiſſe, cioè delle più illuſtri, ſi è poſta quà vna Tauola, che contiene cento delli più inſigni ſtelle, con le loro longhezze, e larghezze all'Anno 1600. ſecondo l'oſſeruatione di Tichone, dal quale ſi ſono tolte pur'anco le grandezza, le declinationi, & aſcenſioni rette, già dà eſſo calcolate pure al detto Anno, con la differenza creſcente, ò decreſcẽte in Anni 100. dopo il 1600 come ſi può vedere nella prima parte de'ſuoi Proginnaſi, hauendoci poi aggiunto la mediatione del Cielo. Per l'vſo dunque di eſſa Tauola conuiene ſapere, che potremo hauere generalmẽte la longhezza di qualſiuoglia delle dette ſtelle fiſſe per 400. Anni cioè per 200. inanzi, e 200. dopo la radice di tempo, che è l'Anno 1600. giun-

giungẽdo per ciaſcun'Anno dopo la radice 51. ſecondi al luogo di eſſa ſtella, o leuandoli inanzi la detta radice, ritenendo eſſa l' ſteſſa larghezza, poiche quella non fà ſenſibile varietà per il detto ſpatio di tẽpo, il che anco s'intenderà per tutte quelle del Catalogo di Tichone. Quanto poi alla declinatione, aſcenſione retta, e mediatione del Cielo, ella ſerue per 100 Anni inanzi, e 100. Anni doppo la detta radice per le dette 100. ſtelle, benche ſi foſſero per hauere più eſſattamẽte per il Calcolo de' Triangoli, che per la parte proportionale, nondimeno la differenza non è di tanta conſideratione, che molto importi in queſto negotio delle Direttioni. Volendo adũque la declinatione, aſcẽſione retta, ò mediatione del Cielo di vna delle dette cẽto ſtelle in vno de' detti Anni, prenderemo dalla Tauola quella, che ſtà iui notata con la differenza aſcritta alla detta ſtella, e moltiplicando eſſa differenza nel numero de gli Anni interpoſti frà il dato tempo, & il

 1600.

1600. partendo il prodotto per cento, con leuare à man destra due figure, hauremo la parte proportionale, d'aggiungere sempre dopo la radice, per l'ascensione retta, e mediatione del Cielo, e dà leuare inanzi la radice, e ne verrà l'ascēsione retta, ò mediatione del Cielo, che si cerca. Mà per la declinatione bisognerà auertire alla lettera A, che significa aggiungere, & S. sottrare dopo la radice, poiche inanzi essa si dourà fare il contrario, cioè per la lettera A, sottrare, & aggiungere per la S, le quali cose hora si faranno più chiare con gl'infrascritti Essempij.

Essempio psimo.

Pongasi, che noi vogliamo la lōg. larg. dec. asc retta, e med. del Cielo della stella Aldebaram nel fine dell' Anno 1636. Trouo dunque prima nella Tauola la sua longhezza essere g.4. 12. II, moltiplicando poi Anni 36. per 51. secondi, e partēdo il prodotto per 60. ne vēgono min. 30. e

sec.

ſec.36. d'aggiungere alla detta longhezza,e ne vẽgono g.4.43.per la ſua vera longhezza nel fine dell'An.1636 la larghezza poi è g.5.31.auſtr dà non mutarſi. Poi trouo la declinatione eſſere g.15.38. bor. è la ſua differẽza min. 15. aggiuntiua dopo la radice, della quale la parte, che conuiene à 36. anni è min. 9. li quali giunti alla detta declinatione fanno la declinatione per il detto tẽpo g. 15.47. Così eſsẽdo l'aſc.retta g.63.17.la differenza g.1.26.aggiũtiua, e la parte per gli Anni 36.g.0.52.ne viene l'aſcenſione retta g.64.9. Parimente eſſendo la mediatione del Cielo g.5.12. ♊. e la differenza g. 1. 23. aggiuntiua, e di quella la parte proportionale per Anni 36.g.0.50. ſarà pure la mediatione del Cielo g.6.2. ♊.

Eſſempio ſecondo.

Deuanti hora trouare l'iſteſſe coſe per il Cuore del ♌,e per il fine dell' Anno 1571 leuo queſto dũque dalla radice 1600.e reſtano interpoſti Anni

 29.

29 inanzi la radice. Prendo poi dalla Tauola dirimpetto ad eſſa ſtella la ſua largh. g 24.17. ♌. E poi moltiplicando ſec.51. per 29. è partendo per 60. ne vẽgono min. 24. e ſec. 39. che ſottratti dà g. 24. 17. ♌, per eſſere inãzi la radice laſciano per la longhezza al detto tẽpo g 2 [illegible].52. ♌. La declinatione poi è g. 13. 53. bor. e la differenza 28. m. aggiuntiua, cioè contraria alla lettera S, per eſſere inanzi la radice, e di quella la parte proportionale per Anni 29. è 8. da giungerſi à g. 13. 53. onde ne viene la declinatione g. 14. 1. bor. Parimente l' aſcenſione retta è g. 146. 46. la differẽza g. 1. 22. ſottrattiua, per eſſere inanzi la radice, e la parte per Anni 29. g. o. 24. che leuati dà g. 146. 46. laſciano l'aſcẽſione retta g. 146. 22. Finalmente la mediatione del Cielo è g. 24. 26. ♌, e la differenza g. 1. 26. ſottrattiua, per eſſere inãzi la radice, e la parte per Anni 29. g. o. 25. quali leuati da g. 24. 26. ♌, reſta la mediatione del Cielo g. 24. 1. ♌.

Ri-

Ricordisipoi, che in tutte le sudette operationi per trouare la parte proportionale delle differenze, si parte per 100. fuori che nell'inuestigare la longhezza, che si parte all'hora per 60. come si è detto di sopra: si potria però anco partire per 100. nella longhezza quando si moltiplicassero sẽpre per gli Anni inanzi, o dopo la radice g. 1. 25. cioè min. 85. che tanto importa il moto delle fisse in cẽto Anni, e si partisse il prodotto pure per 100. e ne verrebbe l'istessa parte proportionale trouata di sopra col partire per 60. il che pare anco più facile.

Nota di più, che volendo la declinatione, ascẽsione retta, ò mediatione del Cielo, per il luogo opposto di vna delle dette stelle, prenderemo la declinatione, ascensione retta, o mediatione del Cielo dell'istessa stella, giungendo poi così alla longhezza, come all'ascensione retta g. 180. e (leuandone g. 360. quando la somma li eccedesse) n'hauremo la longhezza, ò

aſcenſione retta del detto ☍. è la declinatione ſarà l'iſteſſa, mà di contraria affettione. Con la Tauoletta poi equatoria del ⚹, e △. potremo prontamente trouare doue caſchi il loro aſpetto ⚹, o △, così nell'Ecclittica; come nell'Equatore, quando n'haueſſimo biſogno, purche la larghezza, ò declinatione non paſſi g. 60.

Nota finalmente ancora, che volendo ſapere con quale punto dell' Eclittica naſchi vna delle dette ſtelle ad vna data eleuatione di Polo, ſi dourà prima hauere la ſua declinatione, & aſcēſione retta per queſto Cap. e poi medianti queſte la differenza aſcenſionale per il Cap. 5. formandone la ſua aſcēſione obliqua, e poi, volendo operare ſpeditamēte, cercaremo nelle Tauole delle aſcēſioni oblique à quella eleuatione di Polo, à qual punto di Eclittica cōuenga tale aſcenſione, ouero ciò otteneremo, bēche più difficilmente, per il Cap. 12. ſuſſeguēte, e con tale punto diremo naſcere la detta ſtella à quella eleuatione

ne

ne di Polo. Per hauere poi il ſuo occaſo, cercaremo l'orto del ſuo ☍. come ſopra, poiche il punto oppoſto nella Eclittica ſarà quello, col quale tramontarà detta ſtella in tale eleuatione di Polo, e ciò baſti per quello, che s'appartiene alle ſtelle fiſſe.

Della Direttione conuerſa. Cap. XI.

DOuendoſi dirigere per la Direttione conuerſa, non vi è altra differenza dalla diretta, ſe non che in vece di cercare il cerchio di poſitione, ouero arco di poſitione del Significatore, ſi cerca quello del Promiſſore, formando la ſua aſcenſione obliqua, e ſottrahendola dalla aſcẽſione obliqua del Significatore, e ciò nella parte del Cielo aſcendente, poiche nella deſcendente douraſſi dirigere l'oppoſto del Significatore all'oppoſto del Promiſſore, per ſeruirſi sẽpre delle aſcenſioni, come ſi è fatto nella diretta. E così volendo per eſſempio dirigere il Significatore della vita, po-

ſto tra la Decima, e l'occaſo, al grado pure dell'Occidente come Promiſſore, ſecondo che vuole Tolemeo, noi in vece dirigeremo l'oppoſto del detto Significatore al grado dell'Aſcendente, che è poi vn dirigere il detto Aſcēdente all'oppoſto di detto Significatore per Direttione diretta, e ciò baſti intorno alla Direttione cōuerſa.

Come, data vn'aſcenſione retta, ouero obliqua, ad vna data eleuatione di Polo, ſe le poſſa trouare l'arco corriſpondente dell'Eclittica. Cap. XII.

QVanto all'aſcēſione retta faciliſſimamente ſi trouerà l'arco, che li corriſponde entrando arealmēte nella Tauola delle aſcenſioni rette, e prendendo il grado lateralmente, & anco i minuti, oſſeruando la parte proportionale, ſe non ſi troua preciſamente in detta Tauola. E nell'iſteſſo modo ſi trouarebbe l'arco corriſpondēte alla data

aſcen-

aſcēſione obliqua nelle Tauole delle aſcenſioni oblique, mà quando non haueſſimo quelle, ò non ſe ne voleſſimo ſeruire, procederemo in queſto modo.

Regola.

Dimezaremo prima l'aſcenſione propoſta ò ſia retta, ouero obliqua, facendo la ſemiaſcenſione, la quale ſuperando g. 90. gettaremo via eſſi g. 90 ritenendo il rimanente, quale in vece di ſemiaſcenſione lo chiamaremo ſemieccceſſo, poiche queſto viene à numerarſi dal principio della ♎ e la ſemiaſcēſione dal principio dell' ♈. Dipoi hauendo vna ſemiaſcenſione faremo la ſomma, e differēza della maſſima declinatione, e della eleuatione del Polo creſciuta di g. 90. mà hauendo vn ſemieccceſſo faremo la ſomma, e differēza della maſſima declinatione, e del compimento della eleuatione del Polo ſenz' altra aggiunta, e dimezandole n'hauremo la ſemiſomma, e ſemidifferenza. Giun-

geremo poi in oltre insieme il, r, log. 2 della detta semisomma, & il log. 2. della semidifferenza, con il mes. della semiascensione, o semieccesso, e ne hauremo il mes. di vn primo angolo da serbare. Dipoi giungeremo insieme della medesima semisomma il res. log. della semidifferẽza il log. con il mes. dell'istessa semiascensione, o semieccesso, e n'hauremo il mes. di vn secondo angolo, d'aggiungere al primo sempre (purche l'eleuatione polare sia manco di g. *66*. 28. poiche se fosse maggior di quella bisognaria leuarlo) e ne verrà l'arco dell'Eclittica, che si ricerca, da numerarsi dal principio dell' ♈. per la semiascensione, mà per il semieccesso dal principio della ♎, il che meglio dà questi Essempij hora s'intenderà.

Essempio primo.

Sia data all'eleuatione polare di g. 45. l'ascensione obliqua g. 124. 28. onde la semiascensione sarà g. 62. 9. dalla quale, per essere minore del

qua-

quadrante, non occorre leuare g.90. come si douria se fosse maggiore; e perche ella è semiascẽsione, non hauendo superato g.90. perciò aggiungo insieme la massima declinatione g.23.32. e l'eleuatione polare con g. 90. di più, cioè g.134.0. e poi leuo il minore dal maggiore, facẽdo la somma g.157.32. e la differẽza g.110.28. onde la semisomma è g.78.46. e la semidifferenza g.55.14. operando adunque con queste, e con la semiascẽsione, come appare in questo primo calcolo, raccolgo l'arco dell'Eclittica essere g.137.31. ouero Segni 4.17 31. dà numerarsi dal principio dell' ♈. per essere semiascensione, cioè gli corrispondono g.17.31. ♌.

Primo Calcolo.

	G. M.				
semisõ.	78.46	rl2	971042	rl	000840
semidiff.	55.14	l2	975605	l	991460
semiascensi.	62.9	m	1027707	m	1027707
1. Angolo	79.46	m	1074352		
2. Ang. ag.	57.45			m	1020007
Arco	137.31l				

Es-

Essempio secondo.

Sia hora all'istessa eleuatione polare data l'ascensione obliqua g. 330. 32. sarà dunque la semiascẽsione g. 165. 16. dalla quale leuati g. 90. perche li supera, resterà il semieccesso g. 75. 16. e perciò aggiungo, e leuo la massima declinatione g. 23. 32. & il comp. della eleuatione polare, cioè g. 46. 0. facendo la somma g. 69. 32 e la differenza g 22. 28. onde la semisomma viene ad essere g. 34. 46. e la semidifferenza g. 11. 14. operando adunque come appare in questo secondo calcolo, trouo l'arco della Eclittica essere g. 130. 0. cioè Segni 4. 10. 0. dà numerarsi dal principio della ♎, per essere semieccesso, onde corrispondono à detta ascensione g. 1. 0. di ♒.

G. M. *Secondo Calcolo.*

	G. M.					
Semisõ.	34. 46	n2	008540	nl		024395
Semidif.	11. 14	l2	999160	l		928960
Semieccef	75. 16	m	1058010	m		1058010
1. angolo	71. 35	m	1065715			
2 ang	29. 52 25			m		1011365
Arco	130. 01					

No-

Nota poi, che all'istessa eleuatione polare per la semiascensione perseuera l'istessa semisomma, e semidifferenza, onde anco i loro log. saranno gl'istessi per le altre semiascensioni ancora: & il medesimo accade per li semieccessi, perseuerando sempre questi altri duoi log. anzi ciascuno di questi è il, r, log. di quelli, come si può vedere nella Tauola ascensionale, fabricata per alleggerire in questo la fatica al calculatore, nella quale vi sono i log. delle dette semisomme, e semidifferenze, già ritrouate cominciando dalla sfera retta, cioè dalla eleuatione polare di g. o. fino à g. 60. hauendo ancora dalli g. 30. di eleuatione fino à g. 60. posto i log. per le Case della figura celeste, per poter trouare li gradi delle cuspidi, come nel Cap. seguente si intenderà. Proposta dũque qualsiuoglia semiascensione, o semieccesso, ad vna data eleuatione di Polo, fino à g. 60. trouando detta eleuatione nella colonnetta à man sinistra, dirimpetto prẽderemo

mo li due log. della prima, e seconda colonna per la semiascēsione, e quelli della terza, e quarta per il semieccesso, aggiungendo ciascuno di loro al mes. della semiascēsione, o semieccesso, e n'hauremo li mes. de' detti due angoli primo è secondo, che si trouano come ne gli Essempij di sopra posti, dà giuntare insieme, o leuare l'vno dall'altro, come si disse nella Regola per hauerne l'arco dell'Eclittica, che si cerca. Così adunque all' eleuatione polare, per essempio g. 44. trouo li due log. 046645. 992300. per la semiascensione, cioè per il primo Essempio di questo Cap. i quali giunti separatamēte al mes. 1027707. della detta semiascensione mi danno pure li duoi mes. 1074352 1020007. come apunto nel primo calcolo. Così per il semieccesso, e per l'essempio secondo alla istessa eleuatione g. 44. piglio i log. 007700. 953355. li quali accoppiati con il mes. 1058010. separatamente, fanno li duoi mes. 1065710. 1011365. come nel secondo calcolo, l'v-

l'vſo poi de'log. delle Caſe s'intenderà nel Cap. ſeguente.

Come, dato il luogo del Sole, e l'hora aſtronomica, ſi trouino li punti della Eclittica nelle cuſpidi delle Caſe ſecondo la via Rationale: Cioè, come, ſecondo quella, ſi conſtituiſca la Figura celeſte ad vna data eleuatione di Polo. Cap. XIII.

PEr far queſto cercaremo prima l'aſcenſione retta del Sole per la ſua Tauola, & aggiungendoui le hore riſolute in gradi per la Tauola competente, poſta nel fine di queſto Cap. leuando dalla ſomma g. 360. quādogli eccedeſſe, ne hauremo l'aſcenſione retta del M.C. la quale trouata nell'area della Tauola delle aſcē ſioni rette, ci darà lateralmēte il punto della Eclittica, che li corriſponde, e ſi ritroua nel M.C.

Per hauere poi i punti dell'altre cuſpidi prenderemo la metà dell'aſcenſione retta del M. C. & à queſta aggiungeremo g. 15. è ne verrà la ſemi-

aſcen-

aſcenſione obliqua della Vndecima, quando non paſſi g.90. mà paſſando ſi getterà via il 90. tenendo il reſto, che ſarà ſemieccesſo, al quale giungẽdo pure g. 15. e non paſſando g.90. ne verrà pure il ſemieccesſo per la Duodecima: E così facendo continuamẽte queſta giunta, ne hauremo il ſemieccesſo della Prima, Seconda, e Terza Caſa, ma occorrendo, che per queſta continua giunta di g. 15. ſi trapaſſi il 90. il rimanẽte leuato il 90. diuentarà ſemiaſcẽſione, ſi come ſe quelle inanzi foſſero ſtate in vece di ſemieccesſi, ſemiaſcẽſioni, al trapaſſo del 90. ſi ſarebbe notato il ſopra-uanzo per ſemieccesſo, e così ſuſſeguentemente, ſeguẽdo li ſemieccesſi alle ſemiaſcenſioni, e le ſemiaſcẽſioni alli ſemieccesſi. Fatto queſto cercaremo nella Tauola aſcenſionale il noſtro Polo nella colonnetta à mano ſiniſtra, e prendendo li duoi log. conforme al titolo in frõte di ſemiaſcenſione, o ſemieccesſo, dirimpetto alla noſtra caſa di quel Polo, giungendo

esſi

essi log. ciascuno separatamente al mes. della nostra semiascensione, o semieccesso, n'hauremo duoi mes. che ci daranno li duoi angoli primo, e secondo d'aggiungere sẽpre insieme, perche i Poli di essa Tauola sono minori di g.66. 28. poiche la somma sarà l'arco dell'eclittica dà numerarsi dal principio dell'♈. per la semiascẽsione, e della ♎, per il semieccesso, come pur anco si diceua nel Cap. ant. per li semplici Poli, e n'hauremo il punto della Eclittica nella proposta cuspide. Così dunque trouaremo i punti delle cuspidi dalla Decima sino alla Quarta, li cui opposti saranno quelli delle cuspidi dalla Quarta per sino alla Decima, il che con questo Essempio si farà più manifesto.

Essempio.

Diasi il luogo del Sole in g.20. 55. ♉. come nel Cap.8. l'hora astronomica 17.28. alla eleuatione polare g.45. Trouo dunque l'Ascensione retta del Sole essere g.48. 28. e le hore 17.

28. dano g. 262. che cõ quella compongono l'aſcenſione retta del m. c. g. 310. 28. la quale trouata nell'area della Tauola delle aſcenſ. rette, mi dà g 8. 2. ♒. Per le altre cuſpidi poi dimezo l'aſc. retta del m. c. g. 310. 28. e ne viene la ſemiaſc. g. 155. 14. alla quale giungẽdo g. 15. ne vẽgono g. 170. 14. dà quali leuãdo il 90. reſtano g. 80. 14 ſemiecceſſo della Vndecima. A queſti poi giongẽdo di nuouo g. 15. facio g. 95. 14. dà quali gettando via il 90. reſtano g. 5. 14. cõ titolo di ſemiaſc. della Duodecima, perche l'antecedẽte era ſemieccceſſo, e così con queſta cõtinua aggiunta di g. 15. trouo le ſemiaſcenſ. della p. 2. è 3. caſa, cioè delle cuſpidi di quelle, notando li ſuoi meſ. e ſotto di quelli li due log. preſi dalla Tauola aſc. al Polo 45. giõgendoli ſeparatamẽte al ſuo meſ. e facendone due meſ. che ci dãno li due angoli 1. e 2 d'accoppiare inſieme, poiche la loro ſomma ci darà il punto della Ecclit. che ſi troua nella cõſiderata cuſpide, come in queſta forma del Calc. ſi può vedere.

For-

☉ 29.55. ♉ ascen. retta g.		48.28	A, B, sono tolti dalla Tauoletta del Pol 45
Hore 17. 28. cioè		262 c.	
Ascensione retta del M. C.		310 28	
Decima 8. 2 ♒	semiascensione	155. 14	Mes.
	Arco aggiuntiuo	15.	
Vndec. 3.17. ♓	Semieccesso	80. 14	1076414
		A	011244
		B	969533
Ar. dal prin. de. ♎ g. 1. 53. 17.		82 26	087658
		70 51	1045947
Duode. 18.7. ♈	Semiascensione	5.14	896187
		A	042759
		B	991710
Ar. dal prin. dell' ♈ g. 18.7		13. 47	938946
		4. 20	887897
Prima 5 20. ♊	Semiascensione	20.14	956654
		A	048047
		B	992487
Ar. dal prin. dell' ♈. g. 65.20		48. 6	1004701
		17. 4	949141
Seconda 2.23. ♋	Semiascensione	35.14	984899
		A	042759
		B	991710
Ar. dal prin. dell' ♈ g. 92.23		62. 7	1027658
		30.16	976609
Terza 20 26 ♋	Semiascensione	50.14	1007978
		A	030467
		B	988756
Ar dal prin dell ♈. g. 110.26		67.35	1038445
		42.51	996734

E poi manifesto, che nella cuspide della Quarta sarãno g.8.2. ♌. della Quinta 3.17.♍.della Sesta 18.7.♎ della Settima 5. 20.♐.dell'Ottaua 2. 23.♑.e della Nona 20.26.♑. luoghi opposti alli di già ritrouati nella soprapposta forma del Calcolo.

Notisi adunque, che per seruitio di questo habbiamo calcolato le Tauolette per i log. delle case nella Tauola ascensionale dalla eleuatione polare di g.30. sino à quella di g.60. e ciò con giungere insieme il mes.2. della data eleuatione di Polo al res. log. di g.30.per la Vndecima, e di g. 60. per la Duodecima, venendone il mes.2. della eleuatione polare sopra le cuspidi di dette case, e seruendo l'istessa eleuatione per la Vndecima, e Terza, e l istessa per la Duodecima, e Quarta; hauendo dipoi trouato secondo la Regola del Cap. ant. i logaritmi delle colonne posti dirimpetto alle dette case, sotto il titolo di semiascensione, o di semieccesso, come in essa Tauola si può vedere.

Que-

Questo modo poi di fare la Figura celeste, per via de'log. si è messo per dare sodisfattione à chi ne hauea curiosità, e per seruitio di chi non si ritrouasse hauere le Tauole delle case, ne delle ascensioni oblique, e desiderasse pure di hauere in ciascuna cuspide li gr. e min. poiche per altro sò bene anch'io essere questo modo troppo laborioso, rispetto à quello delle sudette Tauole.

Tauoletta per conuertire li G. M. e S. dell'Equatore in Hore, Min. Sec. e Terzi.

G	H	M	G	H	M	G	H	M
M	M	S	M	M	S			
S	S	T	S	S	T			
1	0	4	31	2	4	70	4	40
2	0	8	32	2	8	80	5	20
3	0	12	33	2	12	90	6	0
4	0	16	34	2	16	100	6	40
5	0	20	35	2	20	110	7	20
6	0	24	36	2	24	220	8	0
7	0	28	37	2	28	130	8	40
8	0	32	38	2	32	140	9	20
9	0	36	39	2	36	150	10	0
10	0	40	40	2	40	160	10	40
11	0	44	41	2	44	170	11	20
12	0	48	42	2	48	180	12	0
13	0	52	43	2	52	190	12	40
14	0	56	44	2	56	200	13	20
15	1	0	45	3	0	210	14	0
16	1	4	46	3	4	220	14	40
17	1	8	47	3	8	230	15	20
18	1	12	48	3	12	240	16	0
19	1	16	49	3	16	250	16	40
20	1	20	50	3	20	260	17	20
21	1	24	51	3	24	270	18	0
22	1	28	52	3	28	280	18	40
23	1	32	53	3	32	290	19	20
24	1	36	54	3	36	300	20	0
25	1	40	55	3	40	310	20	40
26	1	44	56	3	44	320	21	20
27	1	48	57	3	48	330	22	0
28	1	52	58	3	52	340	22	40
29	1	56	59	3	56	350	23	20
30	2	0	60	4	0	360	24	0

Tauoletta per conuertire le Hore, Min. Sec. e Terzi, in G. M. Sec. e Ter. dell'Equatore.

H	G	M	G	M	M	G	M
		S	M	S	S	M	S
		T	S	T	T	S	T
1	15	1	0	15	31	7	45
2	30	2	0	30	32	8	0
3	45	3	0	45	33	8	15
4	60	4	1	0	34	8	30
5	75	5	1	15	35	8	45
6	90	6	1	30	36	9	0
7	105	7	1	45	37	9	15
8	120	8	2	0	38	9	30
9	135	9	2	15	39	9	45
10	150	10	2	30	40	10	0
11	165	11	2	45	41	10	15
12	180	12	3	0	42	10	30
13	195	13	3	15	43	10	45
14	210	14	3	30	44	11	0
15	225	15	3	45	45	11	15
16	240	16	4	0	46	11	30
17	255	17	4	15	47	11	45
18	270	18	4	30	48	12	0
19	285	19	4	45	49	12	15
20	300	20	5	0	50	12	30
21	315	21	5	15	51	12	45
22	330	22	5	30	52	13	0
23	345	23	5	45	53	13	15
24	360	24	6	0	54	13	30
		25	6	15	55	13	45
		26	6	30	56	14	0
		27	6	45	57	14	15
		28	7	0	58	14	30
		29	7	15	59	14	45
		30	7	30	60	15	0

Come ſi troui à quale luogo del Zodiaco peruenga la Direttione di vn dato Significatore in qual ſi voglia tempo propoſto. Cap. XIV.

TRalaſciata per breuità la diſputa intorno alla vera miſura dei gradi delle Direttioni, ſupponendo per eſſempio, che noi vogliamo con Tolemeo dare à ciaſcheduno grado vn'Anno, e laſciando che ciaſcuno ſegua quale opinione più gli piace, dico che, ſe ſarà Significatore il m. c. o l'Aſc. o che in eſſo ſi ritroui, facilmente otteneremo l'intẽto, giungendo l'arco della Direttione, che importano eſſi Anni all'aſcẽſione retta del m. c. o all' aſcenſione obliqua dell' Aſc. e poi cercando l'arco dell'Eclittica, il quale corriſponde alla detta aſcenſione retta, ouero obliqua, conforme al Cap. 12. ſe non ſi vogliono adoprare le proprie Tauole delle aſcenſioni, che ſi faria più ſpeditamente, imperoche così hauremo il punto dell' Eclittica, al quale arriua

per

per Direttione il m. c. ouero l'Asc. nel proposto tempo.

Se poi fosse Significatore l'I. C. ouero l'Occidēte, o posto in essi, opereremo come se fosse nel m. c. o nell' Asc. prendendo poi l'opposto del luogo ritrouato.

Ma se il Significatore si ritrouasse fuori delli angoli, e nella parte del Cielo ascendente, cercando prima il suo cerchio di positione per il Cap. 6. e l'ascensione obliqua di quello, vi aggiungeremo il dato arco di Direttione, formandone vn'altra ascēsione obliqua, e trouando come sopra il corrispondente arco dell'Eclittica.

E finalmente quando il Significatore fosse nella parte del Cielo descendente, ci seruiremo del suo luogo opposto, prendendo poi l'opposto del punto dell' Eclittica ritrouato.

Come, dato l'arco della Direttione tra vn' eletto Significatore, che sia il M. C. o l'Asc. & vn dato Promissore, si correga il tempo natalitio prossimo supposto, & il luogo del Significat. Cap. XV.

SE il Significatore sarà il m.c. o posto in esso, leuando dalla ascensione retta del Promissore l'arco della Direttione, restarà l'ascensione retta del m. c. con la quale haueremo il grado di esso, e cauando l'ascensione retta del Sole dà questa, restarãno li gradi dà conuertire in hore per il tempo natalitio rettificato.

Se poi il Significatore fosse l'Asc. o posto in esso, cauando il dato arco della Direttione dalla ascensione obliqua del Promissore, restarà l'ascensione obliqua dell'Asc. con la quale trouaremo il grado horoscopante per il Cap. 12. o p le Tauole, leuando poi dà questa ascensione obliqua g. 90. n'hauremo l'ascensione retta del m. c. dalla quale cauando pure l'ascensione retta del Sole, hauremo li gra-

gradi, che conuertiti in hore ci daranno parimente il tempo natalitio rettificato.

Come si troui la distanza trà vn dato Significatore, e Promissore, nel dato cerchio di positione, quando ambedue in quello si ritrouino. Cap. XVI.

QVando il Significatore, e Promissore habbino eguali declinationi, e dell'istessa affettione, è manifesto che toccarãno il medesimo punto del dato cerchio di positione. Mà quando habbino diuersa declinatione, il log. della declinatione del Significatore, con il r l 2, della eleuatione polare sopra il dato cerchio di positione, la quale perciò è nota, darà il log. della latitudine ortiua in esso cerchio di positione. Ouero essẽdosi trouato solo l'arco di positione, conforme alli 3. vltimi calcoli del Cap. 8. leuaremo il detto arco di positione dalla distanza del Significatore dal meridiano, e ne

restarà la differenza ascensionale, il log. 2. della quale cõ il log. 2. della declinatione darà il log. 2. della larghezza ortiua in esso cerchio di positione. E ne gli istessi modi inuestigaremo la larghezza ortiua del Promissore nel medesimo cerchio di positione. Hora essendo ambedue dell' istessa affettione, leuando la minore dalla maggiore, ò essendo di diuersa accoppiãdole insieme, ne hauremo la distanza trà il Significatore, e Promissore in detto cerchio di positione; la quale distanza quanto sarà minore tanto si giudicarà ragioneuolmente la Direttione più efficace, & efficacissima, quando ambedue toccassero l'istesso punto del cerchio di positione del medesimo Significatore. Habbiamo poi lasciati gli Essempij in questi trè prossimi Capitoli, sì per essere breui, sì anco per essere queste operationi assai facili, e note alli Professori della Astrologia. E sin qui sia detto à bastanza intorno al modo di fare le Direttioni secondo

la

Delle Direttioni ſecondo il Kepplero, e come, dato il numero de gli Anni dalla naſcita, troui eſſo i luoghi della Direttione de' cinque conſueti Significatori. Cap. XVII.

HAuendo ne' paſſati Capitoli dato leggiermente vna ſcorſa alle coſe attenenti al fare le Direttioni ſecōdo la via Rationale, e ciò per hauere queſta hoggidì più ſeguaci, laſciando per eſſere breue, e per non confondere il Lettore, tutti gli altri modi dà parte ſecondo le varie opinioni, che ſono ſtate intorno à quelle, imperoche alcuni dirigeuano per li gradi eguali della Eclittica, altri per li moti diurni medij del Sole, altri per li veri, altri per le parti ſimili de gl'archi diurni del Significatore, e Promiſſore m.c. come Tolemeo, nō hò potuto fare di meno di non iſpiegare quì il modo di dirigere del Kepplero addotto dà eſſo nella ſua Spor-

tula, come che ad alcuni riesca alquanto oscuro il suo pensiero, e ciò per sodisfare principalmente al desiderio delli sudetti Studiosi, che mostrorno ancora singolarmente curiosità di questo. Sarà perciò il rimanente di questa Prattica Astrologica in esplicatione del sopradetto modo di fare le Direttioni.

Il suo fondamento adunque parmi essere questo, cioè che il moto diurno vero del Sole dal primo giorno della nascita corrisponda al primo Anno numerato pure dalla nascita, e quello del secondo giorno al secondo Anno, quello del terzo, al terzo Anno, parimente quello del 10. giorno 20.30.40. al 10.20.30.40. Anno, e così di man'in mano: d'onde si raccoglie, che il moto diurno vero del Sole per essempio de i primi 30. giorni dalla nascita importa il tempo de i primi 30. Anni, cioè che caschi la Direttione del Sole al punto dell' Ecclittica, al quale esso arriua in 30. giorni dalla nascita, nel fine del 30. Anno

pu-

pure computato dalla nascita, così quella di 40.giorni ne' 4c. Anni, quello di 50. giorni in 50. Anni, e così và discorrendo.

Vuole adunque il Kepplero, che proposto qualunque Anno computato dalla nascita, come per Essempio il 30. noi cerchiamo, quanto sia ne i primi 30.giorni dalla nascita il moto diurno del Sole, il che nelle Effemeridi anco di vn'Anno nõ natalitio, come del 1600. posta quà, prontamente si può vedere, trouando il luogo del Sole nel mezo dì del giorno natalitio, & anco nel mezo dì del giorno 30. dalla nascita, ò pure del giorno tanto distante dalla nascita, quanto è il numero de gli Anni proposti, e cauãdo il minore dal maggiore, imperoche l'arco che resta, vuole che si aggiunga non solo al luogo del Sole, mà anco della Luna natalitio, poiche così dice si haurà il punto nella Ecclittica, al quale arriua il Sole per Direttione nel fine del trẽtesimo Anno, e quello, al quale nell'istesso tempo arriua la ☽.

Hauuti questi, per trouare i punti, o luoghi della Direttione del m. c. Asç. e Parte della fortuna nel proposto Anno, vuole che di questo ritrouato luogo della Direttione del Sole, per essempio nel trētesimo Anno cerchiamo l'ascensione retta, & à quella giongiamo le hore natalitie risolute in gradi, e della somma come ascensione retta cerchiamo pure il punto eclittico, che gli risponde, che sarà quello, al quale nell'istesso tempo delli 30 Anni arriua per Direttione il mezo cielo.

Aggiungendo poi à questa ascensione retta g. 90 ne hauremo vn'ascē sione obliqua dell' Ascendente, alla quale trouando il corrispondente pūto della Eclittica, dice che à questo arriua pure l'Asc. ne'detti 30. Anni.

E finalmente se à questo ritrouato punto della Direttione dell' Asc. aggiungeremo la distanza natalitia del Sole dalla Luna, hauremo il luogo della Direttione della Parte della fortuna del detto 30. Anno.

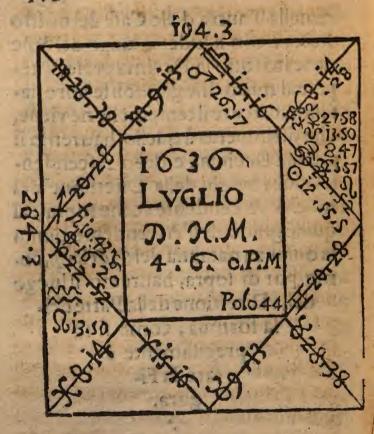
Si vede adunque, che la Direttione della Parte della fortuna ſuppone quella dell'Aſ e queſta del m. c. e quel la del m. c con quella della ☽. ſuppone quella del Sole, eſſendo quella del Sole ſemplice, & indepēdente, e formādoſi come vn nuouo Tema celeſte, il cui m c. Aſc e Parte della Fortuna, ſono i luoghi della loro Direttione nel ſudetto Anno, il che cō l'Eſſempio ſi farà più chiaro.

Eſſempio.

Habbinſi dà ritrouare nella ſeguente Figura celeſte i luoghi della Direttione delli cinque cōſueti Significatori ☉. ☽. m c. Aſc. e Parte della fortuna, nel fine del 30. Anno dalla naſcita. Trouo adunque nell'Effemeridi, e nel giorno natalitio il luogo del Sole in mezo dì eſſere g. 12. 40. 49. ♋ e 30. giorni doppo, cioè alli 3 di Agoſto pure in mezo dì eſſere in g. 11. 17. 18. ♌. onde l'arco dell' Eclittica decorſo dal Sole dalli 4. Luglio in mezo dì ſino alli 3. di Agoſto pure in mezo

dì è g.28.36.29.aggiungo questi adũque al luogo natalitio così del Sole, come della ☽. e ne viene il luogo della Direttione del Sole nel detto 30. Anno in g.11.31.34.♌.e quello della ☽. in g. 7. 23. 19. di ♍. Trouo poi l'ascensione retta del luogo della Direttione del Sole g.11.31.34.♌.essere g.134. à quali aggiungo per hore 6. doppo il mezodì natalitio g.90.e ne viene l'ascẽsione retta del nuouo m c. g 224. che ci dà dell' Eclittica g. 16. 29. ♏. luogo della Direttione del m.c. alla cui ascensione retta g. 224. giunti g.90. ne vengono g.314. ascensione obliqua del nuouo Asc. che ci dà in esso dell' Eclittica g.19. 17. ♑. luogo della Direttione dell' Asc. E finalmente à questo grado aggiunta la distanza natalitia del ☉, dalla ☽, che è g 25.52. ne vengono g.15. 9. ♒, luogo della Direttione della Parte della fortuna.

Nota poi, che potremo ancora, trouato il luogo della Direttione del Sole come sopra, con quello entrare

re nella Tauola delle Caſe del noſtro Polo, e con il ſudetto luogo del Sole cercato ſotto la Decima preſo il tẽpo dal mezo dì, e giuntoli le hore natalitie, cercare il tempo, che ne viene, che dirimpetto à quello hauremo il g. della Decima, e dello Aſcendente, cioè i luoghi della Direttione del m. c. & Aſcendente come ſopra, al quale grado dell'Aſcendente giunta la diſtanza natalitia del ☉, della ☽, come pur di ſopra, hauremo il luogo della Direttione della Parte della fortuna, come ſi fà preciſamente à fare la Figura.

Larghezza de' Pianeti.

♄.	0.	28.	S.	D.
♃.	1.	5.	S	D.
♂.	1.	6.	M.	D.
♀.	1.	8.	S.	D.
☿.	1.	29.	S.	D.
☽.	0.	25.	S.	D.

Come si troui il tempo della Direttione di qualsiuoglia de'consueti Significatori ad vn dato Promissore, secondo gl'istessi fondamenti.

SVpposto che sia Significatore il Sole, cercaremo nelle Effemer di l'Anno natalitio,& in esso doppo il tempo natalitio, quel momẽto,nel quale egli arriua al luogo del Promissore, notando l'interuallo de'giorni, & hore trà questo momẽto, e l'hora natalitia, e dando à ciascuno giorno vn'Anno, e per ogni due hore computando vn mese mediocre, cioè di giorni 30. e per ogni 4. min. di hora vn giorno, che così hauremo il tempo di detta Direttione.

Se poi Significatrice fosse la ☽. leuando il suo luogo natalitio da quello del Promissore, ne hauremo vn' arco da giungere al luogo pur natalitio del Sole,e ne verrà il luogo della Direttione del Sole nell'istesso tempo, che la ☽. arriuarà per Direttione al detto Promissore. Il che si haue-

reb-

rebbe ancora leuando dal luogo del Promissore la distanza natalitia trà il ☉, e la ☽, come vsa il Kepplero. Cerchisi poi nelle Effemeridi come sopra doppo il luogo natalitio del ☉, questo luogo della sua Direttione, notando l'interuallo de i giorni, & dell' hore, che ci daranno gli Anni, mesi, e giorni, nel fine de quali accaderà detta Direttione così del Sole à questo luogo, come della ☽ al di già supposto Promissore, arriuandoci ambedue per Direttione nell'istesso tempo.

Similmente essendo Significatore il m. c. cercaremo l'ascensione retta del Promissore, e da quella cauādo le hore doppo il mezo dì natalitio risolute in g. per la sua Tauola, restarà l'ascensione retta del luogo della Direttione del Sole, per la quale haueremo pure anco il detto luogo. Cercando adunque nelle Effemeridi come sopra quando esso arriui à detto luogo, haueremo il tempo di questa Direttione, che è l'istesso, che quello

del-

della Direttione del m. c. al detto Promiſſore.

Mà ſe foſſe Significatore l'Aſcen. cercaremo l'aſcenſione obliqua del Promiſſore, e cauandone g.90.n'hauremo l'aſcenſione retta del m. c. dalla quale leuando l'hora natalitia riſoluta in gradi, ne verrà l'aſcenſione retta del luogo della Direttione del Sole, che ſi fà nell'iſteſſo tempo; che quella dell'Aſc. al detto Promiſſore, e però cercando come ſopra il tempo di queſta Direttione del ☉, hauremo ancora il tempo di quella dell'Aſc. al dato Promiſſore.

E ſe finalmẽte foſſe Significatrice la Parte della fortuna, leuaremo dal Promiſſore la diſtanza natalitia trà il ☉, e la ☽, e reſtarà il luogo della Direttione dell'Aſc. del quale cercãdo l'aſcenſione obliqua, e dà quella cauando pure g.90. reſtarà l'aſcenſione retta del m. c. dalla quale cauando finalmẽte l'hora natalitia riſoluta in gradi, reſtarà l'aſcenſione retta del luogo della Direttione del Sole nell'

iſteſ-

istesso tempo, che la Parte della fortuna arriua al dato Promissore, e per ciò trouando per il Sole il tempo della Direttione come sopra, l'hauremo anco per la Parte della fortuna al dato Promissore.

Si vede adunque, che per trouare il tempo della Direttione della ☽. m. c. Asc. e Parte della fortuna ad vn dato Promissore, si cerca quel punto dell' Eclittica, al quale arriua il Sole per Direttione nell' istesso tempo, che l'eletto Significatore arriua al dato Promissore, e questo si ottiene osseruando li sudetti Precetti. Così dũque la Direttione della Parte della fortuna si riduce à quella dell' Asc. quella dell' Asc. à quella del m. c. e quella del m. c. come anco quella della ☽, immediatamẽte à quella del Sole, come meglio dà gl'infrascritti Essempij si intenderà.

Essempij.

1. Nella soprapoſta Figura celeste pongasi che si vogli sapere quando

do il ☉ arriuarà per Direttione à ♄. Cerco adũque nell'Effemeridi l'Anno natalitio 1636. & in questo doppo il tẽpo natalitio quando il Sole arriui à g. 2, 28. ♍. luogo di ♃, e trouo ciò accadere doppo il mezo dì del giorno 25. di Agosto h. 0. 29. essendo adunque il tempo natalitio h. 6. doppo il mezodì del dì 4. di Luglio, vengono ad intermediare giorni 51. h. 18. 29. che mostrano la Direttione del Sole à ♃, accadere 51. Anni, 9. mesi, e 7. giorni in circa doppo il tempo natalitio.

2. Mà se volessimo sapere quando la ☽, arriuarà pure al medesimo ♃, cauando il luogo della ☽, dà quello di ♃, ne restano g. 23. 41. li quali giunti al luogo del ☉, natalitio g. 12. 55, 5. ♋. mi danno g. 6. 36. 5. ♌, alli quali trouo nel modo tenuto di sopra che arriua il Sole in giorni 24. h. 20. 25. e perche nell'istesso tempo arriua anco la ☽. per Direttio. à ♃, nel quale il ☉ arriua al detto punto, perciò diremo accadere questo in Anni

24 mesi 10. e giorni 6. in circa doppo il tempo natalitio. L'istesso poi haueressimo trouato leuando dal luogo di ♃, Promissore, che è g. 2. 28. ♍. la distanza natalitia trà il ☉, e la ☽, che è g. 25. 52. prestandoli vn Segno (e più, quando non si potesse fare la sotrattione) imperoche restano pure g. 6. 36. alli quali già si è trouato arriuare il ☉, in giorni 24. h 20. 25. & in conseguenza la ☽, à ♃, in Anni 24. mesi 10. e giorni 6. come si disse di sopra.

3. Habbisi hora dà dirigere il, m. c. à ♂. nell'istessa Figura, posto in g. 26. 17. ♎. cō larghezza g. 1. 6. mer. la sua ascensione retta dunque sarà g. 204. 15. dalla quale cauati g. 90. per hore 6. doppo il mezodì natalitio, restano g. 114. 15. ascensione retta del luogo della Direttione del Sole, che sarà g 22. 26. ♋. al quale luogo arriua il ☉ in giorni 9. h. 23. 6. e però il tempo della Direttione così del Sole al detto punto di Eclittica, come del m. c. à ♂, sarà di Anni 9. mesi 11. e gior-

e giorni 16. in circa.

4. Se poi si volesse dirigere l'Asc. come per Essempio à ♄, che è in g. 10.43.♑, con larghezza g.0.28. bor. trouata l'ascensione obliqua di ♄. al Polo 44. che è g. 305. 19 e da questi cauati g.90. restano g.215.19. ascensione retta del luogo della Direttione del m. c. dà questa poi cauati di nuouo g.90. per le hore 6. natalitie, restano g.125. 19. ascensione retta del luogo della Direttione del Sole, che è g.3.1.♌, al quale arriua in giorni 21. h.2.25. la onde il tempo della Direttione così del Sole al detto punto di Eclittica, come dell' Asc. à ♄. sarà di Anni 21. mesi 1. e giorni 6. in circa.

5. E se finalmente volessimo dirigere la Parte della Fortuna all'☍. della ☽. la quale ☍. casca in g.8.47 di ♒, leuando dà questo luogo la distanza del ☉ dalla ☽. natalitia, che è g.25. 52. restaranno g.12.55.♑, luogo della Direttione dell' Asc. nell'istesso tempo, dalla cui ascensione ob-

obliqua g. 308. 9. leuati g. 90. rimangono g. 218. 9. ascensione retta del luogo della Direttione del m. c. dà quali leuati pure g. 90. per le 6. hore natalitie, restano g. 128 9. ascensione retta del luogo della Direttione del Sole, che sarà g. 5. 45. ♌. al quale arriua il Sole in giorni 23. h. 23. 10. si che il tempo della Direttione del Sole à questo punto di Eclittica, e parimente della Parte della fortuna alla ☍ della ☽. sarà di Anni 23. mesi 11. e giorni 15. in circa. Onde è manifesto il modo, che si deue tenere per ciascuno Significatore.

Nota però, che le sudette operationi si potranno fare anco con l'Effemeride di vn'Anno non natalitio, come pure quelle delli altri Capi, che perciò si è posta quà l'Effemeride del 1600. secondo Tichone, con la quale operaremo nelli altri Capi, come iui si insegna, ma nel presente per ritrouare quando il Sole arriua ad vn dato Promissore, sottraremo il luogo del Sole dà quello del Promissore, e quel-

e quello, che resta lo numeraremo dal luogo del Sole nel mezodi del giorno natalitio nel detto Anno 1600 e osseruaremo in quello il momento di tempo, nel quale il Sole arriua al termine della numeratione, notando l'interuallo de' giorni, & hore trà questo momento, & il mezodì natalitio, e computando per ciascun giorno vn' Anno, e per ogni due hore vn mese, &c. come si disse di sopra, che cosi si haurà il tempo della detta Direttione.

Come, per Essempio, leuando il sudetto luogo del Sole dà quello di ♃, restaranno g.49. 33. quali numerati dal luogo del Sole nel mezodi natalitio del 1600. che è g. 12. 24. ♋. termina la numeratione à g. 1. 57. ♍. al quale luogo trouo, che arriua il Sole alle 18. hore in circa doppo il mezodi del dì 24. di Agosto, si che l'interuallo tra li 4. di Luglio giorno natalitio, e questo momento ritrouato è di giorni 51. h. 18. come sopra, che pure importano Anni 51. mesi 9.

Quan

Quanto poi alli altri Significatori, si deue prima trouare il luogo della Direttione del Sole, come di quelli si insegna in questo Capo, e poi operare come che questo luogo fosse il suo Promissore, cioè, sottrahendo il luogo del Sole natalitio dà questo, e numerando quello, che resta dal luogo del Sole nel mezodì natalitio, notare pure il momēto, nel quale il Sole arriua al fine di essa numeratione, e l'interuallo de' giorni, & hore, come sopra, che n'hauremo il tempo della Direttione del Sole al sudetto luogo, & in conseguenza del dato Significatore al suo Promissore. Habbiamo però voluto porre gli Essēpij in questi Capi, adoprādo l'Effemeride dell' Anno natalitio, acciò operando poi con questa del 1600. si veda, che lo suario è di poca, o niuna consideratione in questo fatto.

Nota di più, che facendo per il Cap. ant. la Direttione de' cinque consueti Significatori in ciascū'Anno dalla nascita sino à che termine

ci

ci pare, potremo appresso à puoco vedere in vn'occhiata, quando succedino le Direttioni di essi alli dati Promissori dentro alli medesimi Anni.

Come, dato il numero de gli Anni di qualche accidente, & eletto il Promissore, e Significatore di quello, che sia la Parte della fortuna, o l'Asc. ouero il m.c. si correga il tempo natalitio prossimo supposto, e così il luogo del Significatore, secondo gl'istessi fondamenti. Cap. XIX.

PEr il numero de gl'Anni si cercarà il luogo, al quale peruiene la Direttione del Sole per il Cap. 17. poiche nel medesimo tempo deue arriuare l'eletto Significatore al dato Promissore. Hora essendo Significatrice la Parte della fortuna, leuando la distanza natalitia trà il ☉, e la ☽, dal Promissore, restarà il luogo della Direttione dell'Ascendēte, del quale

prendendo l' aſcenſione obliqua al Polo della Figura celeſte, e leuandone g. 90. reſtarà l'aſcenſione retta del luogo della Direttione del m.c. dalla quale leuando l'aſcenſione retta del luogo della Direttione del Sole già trouato, reſtaranno i gradi da conuertirſi in hore, e da prendere per il tempo natalitio corretto. Hora giũgẽdo i gradi di queſte hore all'aſcenſione retta del luogo del Sole natalitio, ne hauremo l'aſcenſione retta del m.c. natalitio, e così il grado di eſſo m. c. e giungendo à detta aſcenſione retta del m. c. g. 90. ne hauremo l'aſcenſione obliqua dell'Aſc. alla quale trouando il corriſpondente punto della Ecclittica per il Cap. 12. o per le Tauole delle aſcenſioni, ne verrà il grado dell' Aſc. natalitio, al quale giungendo finalmente la diſtanza natalitia trà il ☉, e la ☽, n'hauremo il luogo della Parte della fortuna natalitio.

Eſſendo poi Significatore l'Aſcendente, prendendo l'aſcenſione obli-

qua

qua del Promiſſore, e leuandone g. 90. hauremo l'aſcenſione retta del mezo cielo dalla quale leuata l'aſcē-ſione retta del luogo del Sole già trouato col numero de gli Anni nel modo tenuto di ſopra, ci verranno i gradi dà tramutare in hore, proſe-guendo il rimanente come nella Par-te della fortuna.

Mà quando foſſe Significatore il m. c. prenderaſſi l'aſcenſione retta del Promiſſore, e leuandone l'aſcen-ſione retta del luogo della Direttio-ne del Sole, trouato col numero de gl'Anni come ſopra, reſtaranno pu-re i gradi dà tramutare in hore, che ci daranno l'hora natalitia corretta, e procederemo nel reſto come nella Parte della fortuna, e nell'Aſcen-dente ſi è inſegnato; mà per mag-giore chiarezza eccone gli Eſſem-pij.

Essempij.

1. Supponghasi nella soprapoſta Figura celeſte, che, eſſendo ſucceſſo vn'accidente nel fine del decimo Anno dalla naſcita, quello ſi poſſa tribuire alla Direttione della Parte della fortuna Significatrice al □. ſiniſtro di ♂. come Promiſſore, che cade in g.26. 17. ♑. Cercando adunque il luogo della Direttione del Sole nel detto tempo di 10. Anni per il Cap. 17. trouo quello eſſere g. 22. 26. 8. ♋, la cui aſcenſione retta è g. 114. 15. leuo poi la diſtanza natalitia trà il ☉, e la ☽, g. 25. 52. dal luogo del Promiſſore g. 26. 17. ♑, e me ne reſtano g. 0. 25. ♑. la cui aſcenſione obliqua al Polo 44. è g. 295. 19. dà quali cauando g. 90. reſta l'aſcenſione retta del m. c. g. 205. 19. dalla quale leuata l'aſcenſione retta del luogo della Direttione del ☉, g. 114. 15. reſtano g. 91. 4. che ſono h. 6. 4. 16. doppo il mezodì natalitio, corrette per il detto accidente. Giungendo poi all' aſcen-

ascensione retta del luogo natalitio del ☉, che è g. 104 3. g. 91. 4. delle dette hore, n'hauremo l'ascensione retta del m. c. natalitio giustificato, cioè g. 195. 7. che ci daranno in esso m. c. g. 16. 25. ♎. Aggiungendo poi à questa ascensione retta del m. c. g. 90. n'haueremo g. 285. 7. ascensione obliqua dell' Ascendente, alla quale rispondono g. 21. 23. ♐. à quali giungendo finalmente la distanza del ☉, dalla ☽ natalitia, cioè g, 25. 52. ne vẽgono g. 17. 15. ♑, luogo corretto della Parte della fortuna Significatrice.

2. Pongasi hora nell'istessa Figura, che, essendo successo vn'accidente nel termine di Anni 20. in circa dalla nascita, quello si possi tribuire alla Direttione dell' Ascendente come Significatore à ♄ come Promissore. Con il detto tempo adunque trouo per il Cap. 17. che la Direttione del Sole arriua à g. 1. 59. ♌. La cui ascensione retta è g. 124. 15. Simil-

mente l'aſcenſione obliqua di ♄. al Polo 44. è g. 305. 19. dà quali cauati g. 90. reſtano g. 215. 19. aſcenſione retta del m. c. dalla quale cauata l'aſcenſione retta del Sole g. 124. 15. reſtano g. 91. 4 cioè h. 6. 4. 16. doppo il mezodì natalitio corrette. Li detti gradi poi aggiunti all'aſcenſione retta del luogo natalitio del Sole, che è g. 104. 3. ci daranno come ſopra il g. culminante 16. 25. ♎. & all'aſcenſione retta di queſto grado del m. c. giungendo pure g. 90. hauremo l'aſcenſione obliqua come ſopra di g. 21. 23. ♐. grado dell' Aſcendente Significatore corretto per il detto accidente.

3. Diaſi finalmente che nel termine di Anni 8 e meſi 11. in circa ſia auuenuto vn'accidente, che ſi poſſi attribuire alla Direttione del m. c. Significatore à ♂ Promiſſore nell'iſteſſa figura celeſte. In tanto tempo adunque trouo pure per il Cap. 17. che il Sole arriua per Direttione à g.

21. 26. ♋. la cui aſcenſione retta è g.113.11. queſta poi leuo dalla aſcē-ſione retta di ♂ Promiſſore che è g. 204. 15. e reſtano g. 91. 4. che mi danno per il tempo natalitio corretto pure come ſopra h.6. 4. 16. li detti g. 91. 4. poi aggiunti alla aſcenſione retta del luogo natalitio del Sole, che è g. 104. 3. ci daranno il medeſimo g. culminante 16. 25. ♎. di onde ne verrà l'iſteſſo Aſcendente corretto g. 21. 23. ♐, come nelli altri Eſſempij habbiamo viſto.

La probabilità poi di queſto modo di dirigere come che ſia dal Keplero confermata con dire, che queſto ſia quaſi vna miſtura, & vn compendio di tutti gli altri modi, tenuti ſin'hora nel fare le Direttioni, e che poſſi eſſere autēticato ſingolarmente dalla Filoſofia Pitagorica; parmi però molto ragioneuole, che la riconoſciamo principalmēte dalla eſperienza, vero paragone della verità: Onde potranno li Studioſi di queſt' Arte con diletteuole trattenimento,

e non con molta ſatica, eſſendo queſto modò aſſai facile, tentare di vedere in fatti ſe quella applaudeſſe forſi à queſto più che à gli altri, per ſodisfare in parte al noſtro infinito deſiderio di ſapere il futuro, o perche almeno dà tanti modi ritrouati dà noi tutti fallaci, e vani, reſti in parte rintuzzato il noſtro orgoglio, e la noſtra arroganza, che pretendiamo così alto priuilegio, conoſcẽdoſi eſſere queſta facoltà propria d'Iddio, mentre diſſe Iſaia al Cap. 41. *Annunciate, quæ ventura ſunt in futurum, & ſciemus quia Dij eſtis vos*. E tanto baſti hauere breuemente toccato in eſplicatione di queſto modo di fare le Direttioni ſecondo il Kepplerò.

Accioche poi le ſeguenti pagini non andaſſero à voto, mi è parſo bene ſoggiungere la ſeguente Tauola in gratia non ſolo di queſta Parte, mà anco della Centuria ſuſſeguente.

Nomi delle Città	Long. G.	Long. M.	Larg. G.	Larg. M.
Alessādr. d'Egitto	60	30	31	11
Alessādria d'Italia	30	0	43	30
Amsterdam	28	0	52	20
Anuersa	27	35	51	12
Ancona	36	25	43	52
Aquileia	34	0	45	12
Arezzo	36	30	42	45
Babilonia	73	0	35	0
Basilea	31	15	47	38
Bergamo	30	30	44	50
Bologna	36	30	44	50
Brescia	31	20	45	30
Brusseles	27	30	50	50
Cesena	34	40	43	40
Como	30	0	44	40
Colon. Agrippina	30	30	50	50
Costantinopoli	55	30	41	5
Cracouia	45	30	50	12
Cremona	34	40	45	[illegible]
Faenza	35	30	43	30
Fermo	37	10	43	9
Ferrara	36	20	44	50

Nomi delle Città	Long. G.	Long. M.	Larg. G.	Larg. M.
Fiorenza	36	40	43	47
Forlì	34	30	43	40
Genoua	33	40	44	12
Gerusalemme	66	0	31	40
Granata	18	15	37	30
Imola	34	42	43	30
Lione di Francia	24	0	45	40
Lipsia	36	45	51	20
Lisbona	9	10	38	45
Londra	24	20	51	32
Liuorno	35	30	42	12
Lucca	32	40	42	40
Marsiglia	28	20	43	40
Mantoua	35	15	44	33
Messina	42	45	39	12
Milano	30	20	44	36
Modena	32	40	44	0
Napoli	40	55	41	37
Nouara	30	30	44	30
Padoua	36	25	45	6
Palermo	40	30	38	59
Parigi	24	25	48	10

Nomi delle Città	Long. G.	Long. M.	Larg. G.	Larg. M.
Parma	32	30	43	30
Pauia	31	0	44	20
Perugia	36	50	42	56
Pesaro	39	10	43	51
Pisa	35	45	43	6
Praga	38	30	50	6
Rauenna	37	50	44	3
Ratisbona	29	50	48	56
Roma	38	30	41	54
Salerno	41	25	41	24
Siena	37	20	43	3
Saragosa	42	30	38	31
Toledo	17	40	40	10
Trento	31	42	45	18
Turino	29	30	44	40
Venetia	37	15	45	18
Verona	35	20	44	51
Vercelli	29	50	44	10
Viterbo	37	30	42	18
Viēnadell'Austria	41	30	48	28
Volterra	33	50	42	40
Vrbino	36	0	43	0

CENTVRIA DI VARII PROBLEMI,

Per dimoſtrare l'vſo, e la facilità de' Logaritmi

NELLA

Gnomonica,
Aſtronomia,
Geograffia,
Altimetria,
Pianimetria,
Stereometria, &
Aritmetica prattica:

Toccandoſi anco qualche coſa nella Meccanica, nell'Arte Militare, e nella Muſica.

DI F. BONAVENTVRA CAVALIERI.

IN BOLOGNA, M DC XXXIX.

Per Giacomo Monti, e Carlo Zenero,
Con licenza de' Superiori.

PREFATIONE.

ECco finalmente, o studioso Lettore, la promessa Cẽturia di Problemi, la cui varietà spero ti deua non puoco allettare, e la facilità inanimare molto all' entrare ne' spatiosi campi di queste nobilissime Dottrine. Non credo, che la disprezzarai per essere cosa picciola, mentre vedrai in essa, e nella Prat. Astr. antecedente, restringersi come in breue compẽdio la dottrina quasi tutta del Primo Mobile, per non dire delle tãte altre cose, che quà si toccano. Anzi se ti saprai seruire del Compẽdio seguente, hauerai quà in vn certo modo quella de' secondi Mobili ancora. Dirai forsi, che, precedẽdo i piani per natura, e per facilità, alli sferici, doueano quei Probl. à questi anteporsi? & io lo cõfesso, forsi l'hauerei fatto (se bene quãto al la facilità nõ haurei saputo risoluermi) se io non hauessi giudicato meglio non interromperti il filo della Dottrina sferica già principiata nella Pratt. Astr. ant. Il non hauere io cõcepito tutt' à vn tratto queste tre parti ti farà parere

questo mio parto alquanto mostruoso, e forse lo giudicarai parto Agrippino, mentre il Compēdio, ch'è come il Capo, essendo Dottrina generale, esce nell'vltimo luogo; ma spero mi scusarai, se tale, quale è nato, io te l'appresento. Non pregiucarà tale ordine contrario alla retta intelligenza, tuttauia se vedrai prima il primo, e secondo Capo della Prat. Astr. & il primo, e secondo Prob. seguente, e poi il Compendio, e poi il rimanēte, farai il meglio, che tu possi fare. Chi non sà almeno li primi 6. lib. di Euclide, tralasci le ragioni delle Regole, perche non ne intenderà niente, e si contenti delle sole Prat. Non si sgomēti chi non hà se non l'ordinaria Aritmetica, vedendo quà vn modo così strauagante di calcolare, poiche impossessato, che sia dell'vso de log. il tutto gli riusci rà faciliss. Vedi finalmente le Annotat. poste nel fine delle Tauole auanti ogni altra cosa, ch'è quanto mi accade auisarti, acciò tu possi fare studio profitteuole in questa nuoua maniera di calcolare; e viui felice.

DEL

DELLA CENTVRIA DI F. BONAVENTVRA CAVALIERI.

PROBLEMA I.

Dato qualunque numero, trouare il ſuo corriſpondente logaritmo.

1 QVESTO ſi otteneră mediante la Tauola ſeconda Logaritmica, la quale contiene li numeri da 1. fino à 100 che s'intenderanno eſſere, ò palmi, ò piedi, ò paſſa, ò lire, ò ſcudi &c. & eſſendo in ogni facciata ſei colonne, la prima, e quarta è de numeri, eſſendouene 30. in ciaſcuna di loro: nella ſeconda, e quinta colonna ſono i loro logaritmi, e nella terza, e ſeſta le differenze di eſſi logaritmi, co-

me dalli titoli sopraposti alle colonne si può intendere.

2 Dato dunque qualunque numero, per hauere il suo logar. si seruiremo della detta Tauola, come si dirà. Ben è vero, che la prima figura à man sinistra di esso log. (la quale prima figura in tutti quanti i logar. è chiamata dal Briggio nella sua Arit. logarit. e da me nel mio Direttorio, caratteristica di essi log.) si può hauere facilissimamente senza la Tauola, poiche essendo il dato numero di vna figura, la caratteristica (quale sarà significata da quest' abbreuiatura, car.) del suo log. sarà sempre, o. essendo di 2. figure, quella sarà, 1. essendo di 3. quella 2. di 4. quella 3. &c. di 11. quella 10. (esprimendosi allhora la car. con due note, come accade ne i logar. delle secanti nel Dirett. chiamati Tomologaritmi, e delle tangenti da gr. 45. sino à g. 90. che sono i mesologaritmi, messi quà ancora nella prima Tauola logaritmica) di 12. ò 13. ò 14. &c. quella sarà 11. ò 12. ò 13. &c. cioè

in

in ſomma ſarà ſempre la car. vn' vnità meno del numero delle figure del dato numero. Si che per il contrario dalla car. di vn dato logar. potremo nel Prob. ſeguente preconoſcere di quante figure deua eſſere l'intiero numero, che li riſponde, cioè ſarà ſempre il numero delle figure di eſſo vn'vnità di più delle vnità, che compongono la car. il che ſi conſerui per il Prob. ſuſſeguente. Queſta è regola generale, la ragione della quale ſi può vedere nel Dirett. al Cap. 5. della p. p. che ſerue tanto in eſſo Dirett. quanto quà, da notarſi ſingolarmente, perche ben' inteſa ci facilitarà grandemente queſto, & il ſeguente Problema, da' quali dependono poi tutti li Problemi della Trigonometria piana, e che ſi pratticaranno anco nella Pianimetria, Stereometria, e ne numeri aſſoluti. Si come per intendere, & adoperare quelli della Trigonometria sferica è di biſogno eſſere prima molto bene capaci del 1. e 2. Capo della Prattic. Aſtrolog. antecedente, eſſercitandoli

taluolta con l'osseruare la parte proportionale, mentre si cerchi somma essattezza, della quale come di cosa assai nota a calcolatori, e da me ne presenti calcoli, che non riceuono molto pregiudicio da queste minutie, non osseruata molto, se n'è iui tralasciata la dichiaratione. Vedi però, se ti pare, per questo le Annotationi nel fine delle Tauole.

3 Dato dunque qualunque numero, subito, numerate le di lui figure, notaremo à buon conto per la regola antecedente la car. del suo log. la quale, come si è detto, stà nel primo luogo a man sinistra. Dipoi ci occorrerà vno di questi due casi, imperoche, ò il dato numero non eccederà il 1000 che è il massimo numero della Tauola, ò l'eccederà, se non l'eccederà, che sarà il primo caso, lo cercaremo nella Tauola nella propria colonna, e dirimpettoli vedremo il suo logar. nella colonna de logar. del quale però non hauremo briga di trascriuere altro, che le vltime 5. figure a mano destra,

qua-

quali ſoggiungeremo alla car. già notata, e n'hauremo il log. del dato numero.

4 Coſi adunque volendo per eſſempio il log. di 439. perche vedo, che è di 3. figure, ſubito noto 2. per la car. e poi trouo nella Tauola dirimpetto a 439. tolto nella colonna de numeri, che hà ſopra la lettera, N, il logar. 264246. del quale non hò briga di ſcriuere ſe non le vltime 5. figure 64246. dopo la car. 2. già notata (la quale car. concorda con la car. della Tauola) ſi che trouo, che il logaritmo di 439 è 264246. Nell'iſteſſo modo trouo, che il logar. di 54. è 173239. e che di 7. è log. 084510.

5 Il 2. caſo ſarà quando il dato numero ecceda il 1000. per il quale notata prima, come ſi è detto, la caratt. troncaremo con vna virgola detto numero a mano deſtra di tante figure, ſi che il reſto non ſuperi 1000. e cercando queſto reſto nella Tauola nella colonna de numeri, con quello prenderemo non ſolo il log. (laſciata però la

car. della Tauola, come allhora discordante da quella, c'hauremo già notata) ma anco la differenza susseguente, e scritte dopo la notata car. le 5. figure del logar. che ci mancano, moltiplicaremo la presa differenza per le troncate figure, e partito il prodotto per l'vnità con tanti zeri, quante saranno le troncate figure, ne verrà il quotiente, il quale giunto allo scritto logar. ci darà il giusto log. del dato numero.

6 Come per essempio, volendo il log. del numero 47958. subito vedendo, che è di 5. figure, noto la car. 4. e per hauere il resto del suo log. lo tronco così 479, 58. dipoi con 479, nella Tauola trouo il log. 268034. ma, lasciando la caratt. 2 come discordante dalla già notata, che è 4. scriuo le 5. figure 68034. dopo il 4. e ne formo il log. 468034. il quale si deue però aggiustare per ragione delle troncate figure (il che si sparagnaria, quando quelle fossero tanti zeri) Prendo perciò dalla Tauola la differenza seguen-

te il logar. di 479, che è 90. e quella moltiplico per 58. troncate figure, e parto il prodotto, che è 5220. per 100. perche due ſono le figure troncate, cioè ſeparo con vn punto due figure a mano deſtra, coſi 52. 20. e ne viene il quotiente 52.20. cioè 52. (laſciato il 20. che è frattione centeſima dell'vnità, cioè 20. centeſimi) Giungo finalmente queſto quotiente 52. al logar. 468334. già notato, e ne viene il giuſto logar. 468086. del numero intiero dato 47958. come ſi vede nel ſeguente calcolo. E nell'iſteſſo modo trouareſſimo il log. di 1436824. eſſere 615740. & il log. di 23247528. eſſere 736638. ma rariſſime volte ci accaderà di hauere d'adoperare coſi gran numeri, e li principianti potranno per maggiore facilità eſſercitarſi prima nelli numeri, che non eccedono il 1000. cioè del primo caſo antecedente.

		Car.		
Num.dat. 479,58	1	468034	Dif.	90
Quotiente		52	Fig.sep.	58
Giusto logar.	1	468086		52.20

7 Li detti due casi poi sono solo circa li numeri intieri, però vi si riducono anco gl' intieri, e rotti decimi, cosa in vero notabile per la facilità dell'operare. Chi non intende li rotti decimi sappi, che 27.3. per essempio significa 27. vnità, e diuisa l'vnità in 10. parti eguali, il 3. significa noi di quelle hauerne 3. di più, cioè 27. vnità, e 3. decimi dell'vnità. Così 15.54. significa 15. vnità, e 5. decimi, e 4. decimi di vn decimo dell'vnità, cioè 54. centesimi. Similmente 8.325. vuol dire 8. vnità, e 325. millesimi dell'vnità, sì che vna figura dopo il punto significa decimi, due significano centesimi, tre, millesimi, 4. decimillesimi &c. chiamandoli io rotti decimi, perche sono in decupla proportione. Hora si maneggiano questi come intieri,

onde

onde per essempio, sommare 3.4. con 7.52.(scritti gl'intieri l'vno sotto l'altro, come anco nel sottrare) fà 10.92. E sottrare 5.48. da 14.325. restano 8.845. douendosi supplire con de zeri à mano destra a quello, a chi mācassero le note decime, per potere sottrare. Moltiplicare 3.23. per 1.7. e vn moltiplicare 323. per 17. che farà 5.491. douendosi sempre separare nel prodotto tante note decime, quante note decime saranno in ambidue li moltiplicanti insieme, e perciò quà nel 5.491. si sono separate tre note; essi numeri moltiplicanti poi si sottoscriuono l'vno sotto l'altro come gl' intieri, onde al 3.23. sottoscriuo 1.7. però sotto il 23. si che l'vltime figure di essi moltiplicanti venghino sempre vna sotto l'altra.

8 Cosi partire 5.491. per 1.7. è come partire 5491. per 17. e ne verrà il quotiente 3.23. le cui note decime, cō le note decime del diuisore insieme, deuono sempre essere, quante le note decime del diuiso, Ricordandosi di

giun-

giungere de zeri al diuiso, quando nō si potesse partire.

9 Inteso questo, volendo noi, per essempio, il logar. di 1. 3. notato o. per la car. che non risguarda mai se non le figure dell'intiero, cercaremo il log. di 13. nella Tauola, e con quello prese le 5. figure del log. che ci mācano, che sono 11394. e scrittele dopo la car. o, ne verrà il log. o11394. di 1.3. doue il log. di 13. saria 111394. Così per hauere il log. di 3.47. noto, o. per la car. e con 347. trouato il suo log. nella Tauola, prēdo le vltime 5. figure 54033 che mi mancano, le quali scritte dopo il, o fanno il log. o54033. di 3.47. doue il log. di 347. saria 254033. diuerso da quello di 3. 47. solo nella car. Parimente si trouaria il logar. di 14. 937. notando prima, 1. per la car. e poi concepitolo come intiero, troncandolo per nostra commodità conforme al 2. caso, così 149; 37. per trouare le 5. figure, che mancano al nostro log. che si cerca, quale operando conforme al detto 2. caso, trouaremo essere 117426

10 D'al-

10 D'altri numeri rotti poi non ſi ſeruiremo gran fatto; pure chi deſideraſſe per eſſempio il log. di $27\frac{5}{12}$. preſo il log. di 27. che è 143136. e la ſeguente differenza 1580. queſta douria eſſo moltiplicare per il numeratore del rotto, che è 5. e partire per il denominatore 12. e ne verria il quotiente 658. il quale giunto al log. 143136 faria il log. 143794. di $27\frac{5}{12}$. E coſi ſi procederia ſempre eſſendo l'intiero minore di 1000. Ma ſe foſſe il numero come $23753\frac{75}{112}$. magg. di 1000. notata la car. 4. e troncate le figure $53\frac{75}{211}$. coſi 237. $53\frac{75}{112}$. ſi cercaria il log. di 237. dal quale preſe le vltime 5. figure 37475. non badãdo alla car. della Tauola, e ſcrittele dopo la notata car. 4. fariano il log. 437475. da rettificare per le troncate figure $53\frac{75}{112}$. Perciò preſa la differenza ſeguente il log. di 237. dalla Tauola, che è 183. e quella moltiplicata per $55\frac{75}{112}$. e partito il prodotto per 100. ne verria il quotiente 98. il quale giunto al ſerbato log. 437475. faria il vero, e giuſto

lo-

logaritmo 437573. del numero 23753$\frac{75}{112}$. E ſe finalmente vno voleſſe il logar. come di $\frac{7}{19}$. leuato il logar. di 7. che è 084510. dal logar. di 19. che è 127875. reſtaria il logar. del dato rotto $\frac{7}{19}$. cioè 043365. il quale però ſaria meno del zero, che è log. dell'vnità, cioè ſaria deffettiuo, ò priuatiuo, come ſi ſogliono chiamare quelli, che ſon minori del zero, de quali log. priuatiui vedaſi il Direttorio nella p. p. al Cap. 5. Noi però ſchiffaremo queſti rotti, ſe introdurremo in vece ne noſtri calcoli ſempre li rotti decimi.

11 Il reſ. log. finalmente di vn propoſto numero intiero, & anco con rotto, s'hauerà eſpedientemente, cercando il log. di eſſo per le regole date di ſopra, e pòi leuandolo ſempre da 1000000. poiche il rimanente ſarà il reſ. log. del propoſto numero.

Veden in fine, cart 153.

PRO-

PROBLEMA 2.

Dato qualunque logaritmo, trouare il suo numero corrispondente.

1 IL dato log. si dourà sempre cercare nella detta Tauola seconda con la car. 2. ancorche quella del dato log. non fosse 2. e con quello, ò co'l più vicino ad esso nella Tauola, si prenderà nella colonna aggiacente de numeri il numero, che li sarà dirimpetto, il quale, quando la nostra car. sia 2. sarà il numero ricercato. Ma superando il 2. di quante vnità lo superarà, tanti zeri giungeremo al ritrouato numero; ouero essendo superata dal 2. di quante vnità sarà superata, tante figure a mano destra separaremo nel ritrouato numero con vn punto (che saranno poi rotti decimi) e nell'vno, e l'altro modo s'haurà il numero corrispondente al dato log.

2 Così per essempio, dato il log. 251983. trouo nella Tauola il suo numero

mero essere 331. giusto numero perche la nostra car. è 2. Parimente dato il log. 269322. prendo nella Tauola il più vicino 269285. e con quello il numero 493. giusto numero, perche pure la nostra car. è 2. Sia hora dato il logar. 575958. quale, mutata la car. 5. in 2. cerco come 275958. in cambio del quale tolgo il più vicino 275967. che mi da il numero 575. al quale deuo giungere 3. zeri, perche la nostra car. 5. supera il 2. di 3. onde il numero rispondente al log. 575958. viene ad essere 575000. E finalmente dato il log. 037822. lo cerco però come 237822. per il quale tolto il più vicino dalla Tauola, che è 237840. con questo prendo il numero 239. dal quale separo con vn punto due figure, perche la car. 0. è superata dal. 2. di 2. vnità, onde ne viene il numero 2. 39. che risponde al log. 037822. le vnità poi della car. alle quali hanno relatione le figure del numero, che risponde al log. del quale essa è car. secondo il già detto al Num. 2. del Prob. ant. sono

no causa di tale aggiunta di zeri, ò separatione di figure.

3 Chi però vorrà operare più scrupolosamente, in cambio, dato vn log. di prendere il più vicino ad esso nella Tauola, dourà osseruare la parte proportionale. Cosi hauendo il log. 269322. dato di sopra, si deue prendere nella Tauola il prossimo minore 269285. con il suo numero 493. e la sua differenza susseguente 88. di poi si deue leuare esso prossimo minore 269285. dal dato log. 269322. e restarà l'altra differenza 37. delle quali differenze si formarà il rotto $\frac{37}{88}$. d'aggiungere al nu. 493. si che il nu. limatissimo rispondēte al log. 269322. sarà $493\frac{37}{88}$. Ouero, volendo commutare questo rotto in rotti decimi, si moltiplicarà 37. per 10. ò per 100. ò per 1000. &c. come per 100. e si partirà li prodotto 3700. per 88. e ne verrà 42. si che il numero rispondente al log. 269322. sarà 493.42. il che si può vedere nel seguente calcolo. Questa commutatione poi del formato rotto

in

in rotti decimi ſarà in libertà noſtra di farla, mentre la noſtra car. non paſſi il 2. ma paſſandolo, ſarà ſempre neceſſario farla, per potere ritrouare le figure, che mancaranno a compire il numero intiero ritrouato nella Tauola, e ciò in riguardo alla car. che perciò biſognarà moltiplicare il denominatore, cioè la differenza minore per l'vnità con tanti zeri, quante figure conoſceremo dalla car. mancare al numero intiero. Come per eſſempio con il ſopradetto log. 575958. cercato con la car. 2. trouarei il numero, e rotto $574\frac{67}{76}$. hora perche dalla car. 5. conoſco a queſto numero mancare 3. figure, perciò deuo moltiplicare 67. p. 1000. e partire il prodotto 67000. per 76. onde ne viene 882. ſi che il numero intiero, e limatiſſimo, riſpondente al log. 575958. è 574882. trouato di ſopra 575000.

Log.

Log. dato		1	269322
Log. proff. minore, il cui num è	493	1	269285
Numero ricercato	493 $\frac{37}{88}$		dif. mi. 37
Ouero	493.42		dif. ma. 88

4 Quando finalmente alcuno desideraſſe il numero di vn log. priuatiuo, ſappia che quello ſarà vn rotto dell'vnità, la quale potremo intendere diuiſa in 10. 100. ò 1000 &c. come più ci piacerà, poiche il 10. 100. ò 1000. &c. ſarà il denominatore del rotto, il cui numeratore s'haurà ſottrahendo il dato log. dal log. di eſſo denominatore, e reſtarà il log. il cui numero corriſpondente ſarà il numeratore del detto rotto. E così per eſſempio, dato il log. priuatiuo 120761. lo cauo dal log. come di 1000. che è 300000. e reſta il log. 179239, al quale riſponde il numero 62. onde al propoſto log. 120761. priuatiuo corriſponde il rotto $\frac{62}{1000}$. dell'vnità. L'vſo poi di queſti due Problemi ſi vederà

al

al suo luogo, e in tanto faremo passaggio a varij Problemi nella Trigonometria sferica, per proseguire quella sorte di robba, alla quale già siamo introdotti per la Prattica Astrologica antecedente.

PROBLEMA 3.

Dato il luogo del Sole, e l'eleuatione del Polo, inuestigare l'altezza di quello, ò la depressione, rispetto all'Orizonte, in qualsiuoglia momento di tempo.

QVesto problema hà due casi principali rispetto all' Orizonte, percioche ò che esso Orizonte taglia ò nò il parallelo del Sole, vediamo prima come s'habbi da operare per il primo caso. Prima dunque noi inuestigaremo mediante la eleuatione del Polo, e la declinatione del Sole (nota nella propria Tauola, perche si suppone noto il luogo di esso Sole) l'arco semi-

midiurno di esso per il Cap. 5. della Prat. Astrol. antec. e poi con il dato momento di tempo, ò che sia di hora Astronomica, ò d'Italiana, ò Babilonica, cercaremo la distanza dal M. C. con seruirsi della Tauoletta di commutar l'hore in Gradi &c. posta alla pag. 97. della Prat. Astr. e poi vi adoperaremo questa prima Regola.

Prima Regola, la quale serue per il primo caso, cioè quando il parallelo del Sole è tagliato dall' Orizonte.

IL log. della semisomma, con il log. della semidifferenza dell'arco semidiurno, e della distanza del Sole dal M.C. e con il log. del Binario, cioè di 2. con il log. 2. della eleuatione polare, e log. 2. della declinatione del Sole, darà il log. dell'altezza, ò depressione di esso Sole rispetto all' Orizonte, tralasciate le solite vnità &c.

ES-

ESSEMPIO PRIMO.

SIa all'eleuatione polare di g. 44. il Sole in g. 8. 44. di Toro, essendo h. 4. 48. inanzi, ò doppo mezzo giorno, sarà dunque questo parallelo del Sole tagliato dall'Orizonte, e l'arco semidiurno g. 104. 26. e la distanza dal M. C. g. 67. 30. onde la somma di essi sarà g. 171. 56, e la differenza g. 36. 56. la declinatione poi del Sole è g. 14. 28. le quali cose preparate, opero come appare in questo calcolo, e trouo l'altezza del Sole essere g. 26. 7.

Arco semidiurno G.	104.26		
Distanza dal M. C.	67 30		
Somma	171.56		
Differenza	36.56		
Semisomma	85.58.	l	999892
Semidifferenza	18.28	l	550072
Binario	2	l	030103
Eleuatione polare	44. 0	l. 2	985693
Declinatione del Sole	14.28	l. 2	998601
Altezza del Sole	26. 7	l	1964361

ES-

Eßempio 2.

SIano di nuouo date le istesse cose, ma variata la distanza dal m.c. che si supponga essere g. 150. e cerchisi la depressione, la quale raccolgo come appare in questo calcolo essere gr. 25. 27.

Arco semid.	104.26		
Distanza dal m.c.	150 0		
Somma	254.26		
Differenza	45 34		
Semisomma	127.13	l	990111
Semidifferenza	22.47	l	958799
Binario		l	030103
Eleuatione polare	44. 0	l 2	985693
Declinatione	14.28	l 2	998601
Depressione del Sole	25.27	l	963307

1. Notisi però che se bene la Regola è generale, nondimeno quando il Sole si suppone nell' Equinottiale riesce la operatione assai più facile, perche il log. 2. della eleuatione polare, con il log. 2. della distanza dal m. c. ci dà il

log. dell' altezza, che ſi cerca, come ſi deduce dalla prima Regola de sferici rettangoli del Compendio poſto dopo queſta Centuria.

L'Eſſempio poi appare in queſto calcolo per trouare l'altezza, non eſſendo disſimile quello, che ſi potria fare per trouare la depresſione, con la diſtanza maggiore di g. 90.

Eleuatione polare	g.	44. 0	l 2	985693
Diſtanza dal m. c.		30. 0	l 2	993753
Altezza del Sole		38.32	l	979446

2. Notiſi ancora, che ſe il Sole ſi ritrouaſſe nel meridiano s'haurebbe facilmente la di lui altezza, eſſendo eſſa l'aggregato dell'altezza dell'Equatore e della declinatione boreale (ò il rimanente al mezocerchio, quando detto aggregato ſupera il quadrante) e la differenza pure dell' iſteſſa, e della declinatione auſtrale, E così ſi haurebbe anco la depresſione, eſſendo eſſa l'aggregato della eleuatione, ò depresſione dell' Equatore, e della declinatione auſtra-

auſtrale (ò il rimanente al mezocerchio, quando detto aggregato supera il quadrante) e la differenza dell' iſteſſa, e della declinatione boreale. Ciò però s'intende per l'altezza, ò depreſſione meridiana nel parallelo, che ſia tagliato dall'orizonte, ò che lo tocca, e per l'altezza maggiore nel ſempre apparente, ò depresſione maggiore nel ſempre occculto, le quali ſi eguagliano inſieme; poiche l'altezza minore è la differenza della depreſſione dell'Equatore, e della declinatione boreale, la quale s'eguaglia alla minore depreſſione.

3. Notiſi parimente, che volendo calcolare l'altezza del Sole in ciaſcuna hora Aſtronomica, Italiana, ò Babilonica, eſſendo esſi ne Tropici, e nell' Equatore, trouato l'arco semidiurno per vn Tropico (che ci darà anco il ſemidiurno per l'altro Tropico, eſſendo il rimanente di quello à g. 180.) ci riuſcirà aſſai facile la operatione, poiche per vn propoſto luogo perſeuerarà ſempre il log. del Binario, il log. 2. della

Eleuatione polare, & il log. 2. della declinatione (la quale è nulla per l'Equatore, e ciò dico quando in questo si volessimo pure seruire della sudetta prima Regola) per ciascuna hora, onde sommandoli insieme (lasciate le solite vnità superflue &c.) hauremo vn log. che si può dire commune, d'aggiungere à i log. della semisomma, e semidifferenza sudette. Per facilitare poi l'inuentione della semisomma, e semidifferenza per le hore Astronomiche si auuerte, che essendo la somma, e differenza di due numeri diseguali sempre il doppio del maggiore, sarà la semisomma, e semidifferenza dell' arco semidiurno, e della distanza dal meridiano sempre eguale all' arco semidiurno per le hore del giorno, onde hauendo le semisomme per ciascuna hora hauremo anco le semidifferenze, sottrahendo le semisomme dall' arco semidiurno, ouero trouando prima le semidifferenze restaranno le semisomme. Volendo adunque per le hore del giorno, per essempio (l'vso delle quali è più

fre-

frequente) le ſemiſomme, comincian-
dalla prima hora dopo, ò inanzi mezo
giorno, baſta giungere g.7.30.alla me-
tà dell' arco ſemidiurno, e ne verrà la
ſemiſomma per la detta prima hora,&
à queſta giungendo pur di nuouo gr.7.
30. ne verrà la semiſomma per la se-
conda hora, e così ſeguendo di aggiun-
gere continuamente g.7.30. ne haure-
mo le ſemiſomme per le hore 3.4.5.6.
7.&c.le quali ſottratte dall'arco ſemi-
diurno ci laſcieranno le ſemidifferen-
ze.Ma accadẽdo,che per queſta cõtinua
gionta ſi incontri la ſemiſomma mag-
giore dell' arco ſemidiurno, all' hora ſi
ſottrarà l'arco semidiurno dalla detta
ſemiſomma, e reſtarà pure la ſemidif-
ferenza per quell' hora, la quale ſarà
notturna, e ciò perche la ſemiſomma
di due numeri diſeguali eccede il mi-
nore della ſemidifferenza, onde ſe ſot-
traremo il minore, che per le hore not-
turne è l'arco ſemidiurno (che è mino-
re della diſtanza dal m. c.) dalla semi-
ſomma, reſtarà la ſemidifferenza.

4. Notiſi che per alleggerire mag-

giormente la fatica al calcolatore ſi è fatta la ſottopoſta prima Tauoletta, che contiene gli archi ſemidiurni maſſimi, cioè del Tropico del 69. dalla sfera retta ſino all'eleuatione del Polo artico di g.60. con i logaritmi communi per ciaſcun Polo, li quali ſono la ſomma del log.del Binario, del log. 2. dell'eleuatione polare, e del logar.2. della masſima declinatione (leuate le solite vnità &c.) come ſi è detto di ſopra, il che ſerue per le hore Aſtronomiche, e Italiane, e Babiloniche, baſtando giungere queſto log. commune con il log. della ſemiſomma, e log.della semidifferenza dell'arco ſemidiurno, e della data diſtanza dal m. c. che ne viene il log. dell'altezza, ò depresſione del Sole riſpetto all'orizonte.

5. Notiſi finalmente, che quanto alle hore Italiane, e Babiloniche habbiamo vn mirabile compendio mediante la ſottopoſta 2. Tauoletta per le altezze, e depresſioni del Sole, che ci leua anco la fatica di cercare le dette semiſomme, e ſemidifferenze. Imperoche

che essendo per essempio proposta l'hora 23. Italiana è manifesto, che la differenza dell' arco semidiurno, e della distanza del Sole dal m.c. in quell' hora è g. 15. e la semidifferenza g. 7. 30. onde in detta Tauoletta si è ascritto à l hora 23. Ital. e prima Bab. g. 7. 30. semidifferenza dell' arco semidiurno qualunque elli si sia, e della distanza dal m.c. chiamandolo arco, dirimpetto al quale stà posto il suo log. Questa semidifferenza poi sottratta dall' arco semidiurno lascia la semisomma per il detto nel Not. ant. e perciò volendo l'altezza del Sole per essempio nell' hora 23. Ital. stando esso nel Tropico del Cancro trascriueremo dalla prima Tauoletta l'arco semidiurno, con il log. commune, e da questa l'arco rispondente à l'hora 23. Ital. con il suo log. e leuando quest' arco dal semidiurno, preso pure il log. di questo arco rimanente, e sommatolo con li due predetti, ne verrà con facilità mirabile il log. dell' altezza del Sole in detta hora 23. Ital. Nell' istessa maniera dunque in enderemo, che l'ar-

co 15.0. è la ſemidifferenza per l'h.22. Ital. ò seconda Bab. ſimilmente gr.22. 30. per l'h. 21. Ital. e 3. Bab. e così di mano in mano, è però vero, che quando l'hora data è antemeridiana l'arco riſpondente è ſemiſomma della diſtanſtanza dal meridiano, e dell'arco semidiurno, il quale ſottratto da eſſo arco semidiurno laſcia il rimanente arco, che è la semidifferenza; ma poco importa al calcolatore il ſapere ſe ſiano queſti archi ſemiſomme, ò semidifferenze, baſtando ch' egli operi ſecondo queſto Precetto, cioè volendo l'altezza del Sole in qualſiuoglia hora del giorno Ital.ò Bab. prenderà dalla prima Tauoletta l'arco ſemidiurno, & il log.commune,e da queſta seconda l'arco aſcritto alla data hora Ital. ò Bab. e poi ſottrahendo queſt'arco dall' arco semidiurno trouerà il ſuo log.e lo sommerà con li due predetti, e ne verrà il log.dell'altezza del Sole. Quando poi l'arco ritrouato foſſe maggiore dell'arco semidiurno, ſaria ſegno quella eſſere hora notturna, e ſi douria ſottrare

l'arco

l'arco ſemidiurno da queſto della ſecon da Tauoletta, e del rimanente prendere il log. ſommandolo con il log. pure dell'arco, e con il log. commune, e ne verria il log. della depreſsione nell'hora notturna propoſta. Queſta seconda Tauoletta ſerue per tutte le altezze di Polo da gr. o. ſino à gr. 66. 28. non ſolo per i Tropici, ma per ciaſcuno parallelo del Sole, ma la prima non ſerue se non per li ſcritti Poli, e per il Tropico del Cancro, però il log. commune è anco per il Capricorno, ma l'arco semidiurno per eſſo è il rimanente della Tauola à g. 180. onde quando ſi voleſſero calcolare le altezze, ò depreſsioni fuori de Tropici, biſognaria all' hora trouare l'arco ſemidiurno per il Cap. 5. & il log. commune conforme al detto nel 3. Not.

Eßempio primo.

CErchiſi l'altezza del Sole poſto nel Tropico del Cancro nell'h. 21. Ital. ò terza Bab. al Polo 45. opero adun

que come appare in queſto calcolo, cioè prendo dalla prima Tauoletta al Polo 45. l'arco semidiurno g. 115. 49. con il logar. commune 011281. e dalla seconda l'arco 22. 30. aſcritto à l'hora 21. Ital. ò terza Bab. con il log. 958284. e ſottrahendo queſt'arco dal ſemidiurno mi reſta l'arco gr. 93. 19. del quale prendo il log. (cioè il log. 2. dell'eccesſo ſopra gr. 90. cioè di gr. 3. 19. come ſi potrà fare ogni volta, che s'habbi da prendere il log. di vn' arco, che cada frà g. 90. e g. 180. ſenza ſtare à cercare il rimanente à g. 180. come ſi diſſe nel Cap. 2.) e ſommando detti tre log. inſieme mi viene 969492. log. di gr. 29. 42. altezza del Sole nella detta hora 21. Ital. ò terza Bab. propoſta.

Arco ſemidiurno	G. 115.49	l. co.	011281
Arco dell'Hor. 21. Ital. ò 3. Bab.	22.30	l	958284
Arco rimanente	93.19	l	999927
Altezza del Sole	29.42	l	969492

Eſſem-

Eßempio secondo.

HOra stanti tutte le altre cose dette nel primo essempio si cerchi la depressione nell' hora 5. Ital. ò 19. Bab. operando adunque come appare in quest' altro calcolo, trouo quella essere g. 20.46.

Arco semidiurno G.	115.49	l. co.	011281
Arco dell' Hor. 5. Ital, ò 19. Bab.	142.30	l	978445
Arco rimanente	26.41	l	965230
Depressione del Sole	20.46	l	1954956

Vedasi adunque con quanta facilità si possono calcolare le altezze, e depressioni del Sole ad ogni Polo minore di gr. 66.28. & à ciascun luogo dell'Eclittica, medianti queste due Tauolette, bisognandoci solo ritrouare l'arco semidiurno, & il log. commune, quando il Sole si troui fuori de Tropici, la quale facilità potrà ogn' vno per se stesso esperimentare.

Pol	Ar. sem.	Log. cõe	Po.	Ar. sem.	Log. cõe
	G. M.			G. M.	
0	90. 0	026332	30	104.34	020085
1	90 26	026325	31	115.10	019639
2	90.52	026306	32	105.47	019174
3	91.18	026272	33	106.26	018691
4	91.45	026226	34	107. 5	018189
5	92.11	026166	35	107.45	017668
6	92.37	026093	36	108.27	017128
7	93. 4	026007	37	109. 9	016567
8	93 30	025907	38	109.54	015985
9	93.57	025794	39	110.39	015382
10	94.24	025667	40	111.26	014757
11	94.51	025527	41	112.15	014110
12	95.19	025372	42	113. 5	013439
13	95.46	025204	43	113.58	012745
14	96.14	025022	44	114.52	012025
15	96.42	024826	45	115.49	011281
16	97.10	024616	46	116.48	010509
17	97.39	024392	47	117.50	009710
18	98. 8	024153	48	118.56	008883
19	98.37	023899	49	120. 4	008026
20	99. 7	023631	50	121.16	007139
21	99.38	023347	51	122.32	006219
22	100. 8	023049	52	123.53	005266
23	100.39	022735	53	125.18	004278
24	101.11	022405	54	126.50	003254
25	101.43	022060	55	128.28	002191
26	102.16	021698	56	130.13	001088
27	102.49	021320	57	132. 7	999943
28	103.23	020925	58	134.11	998753
29	103.58	020514	59	136.27	997516
30	104.34	020085	60	138.58	996229

Tauoletta seconda per le altezze, e depressioni del Sole rispetto all' Orizonte.

Hor. Bab.	Hor. Ital.	Archi	Logaritmi
		G. M.	
1	23	7.30	911570
2	22	15. 0	941300
3	21	22.30	958284
4	20	30. 0	969897
5	19	37.30	978445
6	18	45. 0	984949
7	17	52.30	989947
8	16	60. 0	993753
9	15	67.30	996562
10	14	75. 0	998494
11	13	82.30	999627
12	12	90. 0	1000000
13	11	97.30	999627
14	10	105. 0	998494
15	9	112 30	996562
16	8	120. 0	993753
17	7	127.30	989947
18	6	135. 0	984949
19	5	142.30	978445
20	4	150. 0	969897
21	3	157.30	958284
22	2	165. 0	941300
23	1	172.30	911570
24	24	180. 0	000000

Quan-

Quando poi il parallelo del Sole non ſia tagliato dall'Orizonte, ma ſempre apparente, ò ſempre occulto, che è il ſecondo caſo, hauremo l'altezza, ò depresſione mediante queſta ſeconda Regola, la quale però è vniuerſale, e ſerue ancora per il primo caſo, e non hà biſogno dell'arco semidiurno.

Regola ſeconda per il ſecondo caſo, cioè quando l'Orizonte non taglia il parallelo del Sole.

IL log. 2. della diſtanza dal m.c. con il reſ. 2. della declinatione, darà il reſ. di vn'arco. Dipoi il log. pure della declinatione con il reſ. log. 2. dell'inuentato arco, e con il log. della ſomma di eſſo, e della eleuatione polare, quando la diſtanza dal m.c. è minore del quadrante nel parallelo boreale, e maggiore nell'auſtrale; ò della differenza, quando eſſa ſia maggiore del quadrante nel boreale, e minore nell'auſtrale, darà il log. dell'altezza del Sole nell'

hora

hora diurna, ò della depresſione nell' hora notturna propoſta. S'intenda poi anco quà la diſtanza tanto nel parallelo ſempre apparente, quanto nel ſempre occulto computata dal ponto dell' Equatore, che è nel m. c.

Eſſempio primo.

CErchiſi alla eleuatione polare di g. 76. (quanta per relatione delli Ollandeſi è quella della Nuoua Zembla) che altezza habbi il Sole conſtituito nel Tropico del Cancro in diſtanza di hore 2. cioè di gr. 30. dal m. c. poiche quello è tutto ſolleuato dall'orizonte, eſſendo l'altezza, & in conſeguenza la depresſione dell' Equatore gr. 14. cioè minore della masſima declinatione.

Operando adunque come appare in queſto calcolo, trouo quella eſſere gr. 35. 25'.

Diſt.

Dist.d.m.c.G.	30.0	l2	993753		
Dec.b.mass.	23-32	m2	1036101	l	960128
Arco	63.18	m	1029854	rl2	034745
El. polare	76. 0				
Somma	139.18			l	981431
Altezza	35.25			l	1976304

E' poi manifesto, che iui l'altezza meridiana massima nel Tropico del Cancro è gr. 37. 32. cioè l'aggregato dell'eleuatione dell'Equatore gr. 14. e della declinatione massima g. 23. 32. e tanta è la massima depressione nel Tropico del Capricorno: E similmente la minima altezza è g. 9. 32. come è anco la minima depressione in detti Tropici per il detto nel 2. Not. dal quale ancora potiamo intendere, che, essendo il Sole in g. 5. 25. di Acquario (la cui declinatione è quasi g. 19. e la eleuatione dell' Equatore iui g. 14.) esso necessariamente douea essere in quel tempo sotto l'Orizonte tanto, quanta è la differenza della detta declinatione g. 19. e della eleuatione dell'Equatore g. 14.

cioè

cioè per g. 5. e pure dalla relatione de
detti Ollandesi s'intende, che essendo il
Sole ne' detti gr. 5. 25. di Acquario lo
viddero, che fù alli 24. di Genaro del
1597. pensando di hauerlo à vedere solo
lo 14. giorni dopo, come haueano computato,
il che, quando siano giuste le
loro osseruationi, massime dell'altezza
za del Polo, che tante volte calcolorno,
e per via del Sole, quando lo poterno
vedere, e per via delle Stelle la notte,
non pare, che si possi tribuire ad
altro, che ad vna grandissima refrattione
ne in quell'Orizonte decliue, per i vapori
cagionati in gran copia dall'assenza
del Sole, i quali, essendo in minore
quantità per la presenza di quello, fecero
forsi, che sparisse più presto di
quello, che parea richiedere il tempo
del nuouo apparire, cioè alli 4. di Nouembre
del 1596. il che hò voluto accennare
con questa occasione, come cosa,
che causò gran marauiglia, e molte
dispute frà li detti Ollandesi.

Essem-

Eßempio secondo.

CErchisi hora la depressione del Sole nell' istesso luogo, posto nel Tropico del Capricorno, in distanza di hor.7. cioè di g. 105. dal m.c. operando adunque conforme à quest'altro calcolo, trouo quella essere g. 26. 25. Egli è però vero, che calcolate le altezze, si possono hauere parimente le depressioni, poiche l'altezza del Sole posto in vn parallelo sempre apparente in vna data hora, è vguale alla depressione dell' istesso nell' opposto parallelo nel rimanente alle 12. hore della data hora, come nel primo Essempio l'altezza del Sole nel Cancro nell'hora 2. è vguale alla depressione di esso nel Capricorno nell'hora 10. computata pure dal m.c. e così l'altezza di questo 2. Essempio è la depressione dell'istesso nel Capricorno nell' hora quinta, che è quanto mi accade dire circa questo Problema, essendomi alquanto diffuso intorno ad esso, per il suo grand' vso,

mas-

masſime in materia delli horologij solari.

Diſt.d.m.c.G.105.0	l 2	941300		
Dec.ma.auſ.23.32	m2	1036101	l	960128
Arco 30.43	m	977401	rl2	006565
Eleu.polare 76. 0				
Somma 106.43			l	998125
Depreſſione 26.25				1964818

PROBLEMA IV.

Dato il luogo del Sole, l'eleuatione del Polo, e l'altezza di quello, ò la depresſione riſpetto all'Orizonte; trouare la diſtanza dal m.c. cioè l'hora aſtronomica.

QVeſto Problema è il conuerſo dell'ant. e li due caſi di quello, cioè, ò che ſia tagliato, ò nò il parallelo del Sole dall' Orizonte, caſcano ſotto vna Regola ſola, la quale è queſta.

Re-

Regola generale.

NOtisi la eleuatione polare, e la declinatione, con i loro comp. e con i res. log. di essi comp. Dipoi facisi l'aggregato di detti compim. ouero (quando la declinatione sia australe) del comp. della eleuatione polare, e del rimanente al mezocerchio del cõp. della declinatione (che è il medesimo, che l'istessa declinatione con gr. 90.) E poi prendasi la somma, e differenza, e semisomma, e semidifferenza del detto aggregato, e del comp. dell' altezza data del Sole, ouero quando fosse sotto l'Orizonte della depressione con gr. 90. Imperoche il log. della detta semisomma, con il log. della semidifferenza, e con i res. log. già presi, daranno (ritenuta quà l'vnità nell' vltimo luogo à mano sinistra) il doppio del log. 2. della semidistãza dal m.c. & in conseguenza si haurà la distanza, e l'hora astronomica, commutando i gr. in hore per la propria Tauoletta posta alla pag. 96.

L'istes-

L'istesso altrimente.

SI potria ancora prendere, in cambio del detto aggregato, la differenza de detti comp. della eleuatione polare, e declinatione, ouero rimanente al mezocerchio del comp. di essa declinatione, poiche facendo la semisomma, e semidifferenza di essa differenza, e del comp. dell'altezza data, ò della depressione con gr. 90. cioè proseguendo il resto della operatione come sopra, ne verria il doppio del log. della semidifferenza dal m. c.

Questi duoi modi dependono dalle due Regole 13. primaria, e secondaria de sferici obliquangoli, poste nel Compendio seguente à questa Centuria per il Prob. Dati tre lati, trouare qualunque angolo. Poiche s'intende formarsi vn Triangolo sferice trà il Polo, zenith, e il Sole, del quale vn lato è il comp. della eleuatione polare, cioè l'arco trà il zenith, e il Polo, e l'altro lato è il comp. della declinatione, ouero

ro, l'aggregato di essa, e di g. 90. cioè l'arco trà il Polo, e il Sole, e base è il comp. dell'altezza, ouero la depressione aumentata di g. 90. e l'angolo verticale, cioè, che si fà nel Polo, è la distanza dal m.c. Il doppio poi di vn log. lo notaremo con due, l l, e di vn log. 2. con, l l 2, si come il doppio di vn mes. con, m m, & il doppio di vn mes. 2. con, m m 2, ma veniamo alli Essempij.

Essempio primo.

DIasi alla eleuatione polare di gr. 44. il Sole come nel primo Essempio del Prob. ant. in g. 8.44 ♉ la cui declinatione è g. 14.28. bor. in altezza sopra l'Orizonte di gr. 26.7. sia poi inanzi, ò dopo mezogiorno, e voglisi la distanza dal m. c. & in conseguenza l'hora astronomica. Opero adunque conorme à questo calcolo, e trouo la distanza dal m.c. essere g. 67.30. cioè hore 4.30.

Elen.

Eleu pol. 6.44.0.Co.G.46, 0		r l	014307
Dec.bor. 14.28.Co. 75.32		r l	001399
Aggregato	121.32		
Altezza 26. 7.Co.	63.53		
Somma	185.25		
Differenza	57.39		
Semiſomma	92.42 $\frac{1}{2}$	l	999952
Semidifferenza	28.49 $\frac{1}{2}$	l	968317
Doppio. Diſtanza	67.30	ll2	1983975
Semidiſtanza	33.45	l2	991987
Hore inanzi, ò dopo mezodì	4.30		

Vedere a carte 154 in fine

Eßempio ſecondo.

SIano di nuouo date le iſteſſe coſe, e ſolo in vece dell'altezza ſi habbi la depresſione del Sole g. 25.27. come nel ſecondo Eſſempio del Prob. ant. e ſi cerchi l'hora aſtronomica, operando adunque conforme à queſto calcolo trouo la diſtanza eſſere gr. 150. & in conſeguenza eſſere h. 10. inanzi, ò dopo mezogiorno.

Eleu.

Eleu pol. 6.44.0.Co.G.46,	0	r l	014307
Dec.bor. 14.28.Co.	75.32	r l	001399
Differenza	29.32		
Depress.con g.90.cioè	115.27		
Somma	144.59		
Differenza	85.55		
Semisomma	$72.29\frac{1}{2}$	l	997940
Semidifferenza	$42.57\frac{1}{2}$	l	983345
Doppio. Distanza	150. 0	l l	1996991
Semidistanza	75. 0	l	998495
Hore inanzi, ò dopo mezodì	10. 0		

Si è poi in questo calcolo in vece dell'aggregato, preso la differenza de comp. della eleuatione polare, e declinatione, che perciò n'è venuto dalla operatione il doppio del log. della semidistanza dal m.c. conforme all' altro modo soggiunto alla Reg. gener. e ciò si è fatto per essemplificare tutt' à vn tratto la depressione, e quest'altro modo, la quale varietà potrà ciascuno esperimentare nelli altri calcoli, e seruirsene quando si desse in log. da cercare verso il fine del quadrante, doue per le

le piccole differenze de log. ſi può fare errore, come auuerto nella Prefatione della Centuria ſuſſeguente, e perciò è bene all'hora ſeruirſi dell'altro modo, che ci conduce in log. 2. ouero, ſe la operatione dà in log. 2. ſeruirſi dell'altro, che dà nel log.

Eſſempio terzo.

SIa hora alla eleuatione polare di g. 42. il Sole in g. 10. 21. ♓ la cui declinatione è g. 22. 5. auſtrale, e l'altezza g. 14. 17. e ſi cerchi l'hora. Operando adunque conforme à queſto calcolo, trouo la diſtanza eſſere gr. 43. 38. & in conſeguenza hor. 2. 55. inanzi, ò dopo mezogiorno, ſecondo che ſi ſuppone la detta altezza eſſere antemeridiana, ò pomeridiana.

Eleu.pol.G.42.0.Co.G.48.	0	r l		012893
Dec.auſtr, 22.5.Co.	67.55	r l		003309
Riman.al m.cerchio	112. 5			
Aggregato	160 5			
Altezza 14.17.Co.	75.43			
Somma	235.48			
Differenza	84.22			
Semiſomma	117.54	l		994634
Semidifferenza	42.11	l		982705
Doppio. Diſtanza	42.38	ll2		1993541
Semidiſtanza	21.49	l2		996770
Hore inanzi, ò dopo mezodì	2.55			

Eſſempio quarto.

SIa finalmente come nel primo Eſſempio del Prob. ant. alla eleuat. polare di gr.76. il Sole nel Tropico del Cancro, in altezza ſopra l'Orizonte di gr. 35. 25. e ſi cerchi l'hora. Trouo dunque come ſi vede in queſto calcolo eſſere h. 2. dal m. c. come ſi ſuppone in quell' Eſſempio.

Eleu.

Eleu.pol. G 76.0.Co,G.14,	0	rl	061632
Dec.bor. 23.32.Co.	66.28	rl	003771
Aggregato	80.28		
Altezza 35.25.Co.	54.35		
Somma	135. 3		
Differenza	25.53		
Semiſomma	67.31 $\frac{1}{2}$	l	996570
Semidifferenza	12.56 $\frac{1}{2}$	l	935017
Doppio. Diſtanza	30. 0	ll2	1996990
Semidiſtanza	15. 0	l2	998495
Hore inanzi, ò dopo mezodì	2. 0		

Nota poi, che ſe bene la Regola come generale ſerue anco quando il Sole ſi ſuppone nell'Equatore, tuttauia più facilmente ancora potiamo hauere la diſtanza dal m.c. data l'altezza, ò depresſione mediante la 11. primaria Regola de Sferici rettangoli del ſeguente Compendio, poiche cadendo dal Sole vn' arco perpendicolare ſopra l Orizonte conſtituiſce il Triangolo rettangolo, nel quale è dato vn lato, cioè l'altezza, ò depresſione, & vn' angolo opposto, cioè la eleuatione dell' Equatore,

re, e si cerca la Ipotenusa, che è il cōp. della distanza dal m.c. e però per la Regola 11. primaria de sferici rettangoli, il log. del lato, cioè dell' altezza, ò depressione, con il ref. log. dell' angolo opposto, cioè con il ref. log. della eleuatione dell' Equatore, cioè con il ref. log. 2. della eleuatione polare, darà il log. della Ipotenusa, cioè il log. 2. della distanza dal m.c. per l'altezza, ouero il logar. 2. del rimanente al mezdcerchio della distanza dal m. c. per la depressione.

Essempio quinto.

SIa il Sole al Polo gr. 45. nell' Equatore in altezza, ò depressione di g. 18. o. e cerchisi la distanza dal m. c. trouaremo adunque conforme à questo calcolo quella essere gr. 64. 5. per l'altezza, e gr. 115. 55. per la depressione, si come anco per la via più longa, cioè per la Reg. gener. si può esperimentare esser vero.

Al-

Altezza, ò depress. G.	18. 0	1	948998
Eleuat. polare	45. 0	r 12	015051
Dist. per l'altezza	64. 5	12	964049
Hore inanzi, ò dopo mezodì	4.16		
Dist. per la depress.	115.55		
Hore inanzi, ò dopo mezodì	7.44		

PROBLEMA V.

Data l'altezza del Sole sopra qualsiuoglia Piano, trouare la proportione del Gnomone all'ombra.

QAntunque altri habbino supposto il Gnomone diuiso in 12. parti, & altri in 60. sarà però commodo per i nostri calcoli supporlo diuiso in parti 10. ò 100. ò 1000. &c. come piacerà. Quà nelle Tauolette delli Horologij solari poste dalla pag. 136. sino alla pag. 141. si intende diuiso in parti 1000. Proposta adunque qualsiuoglia altezza del Sole sopra qualunque Piano, ò cerchio massimo della sfera, giungeremo al mes. 2. della data altezza il log.

del Denario, Centenario, ò Millenario &c. cioè accrefceremo vn' vnità, ò due, ò tre &c. nel fefto luogo à mano finiftra, e leuata l'vnità nel fettimo luogo ne verrà, il log. dell' ombra nelle parti fuppofte del Gnomone, onde hauremo nota la proportione del detto Gnomone alla fua ombra. Però più fpeditamente quefto Problema fi fcioglierà per la Tauola delle Tangenti, poiche la Tangente 2. dell'altezza è la quantità delle parti dell' ombra, fuppofto il Gnomone come seno toto, e, troncando da detta Tangente vna, ò due, ò tre figure &c. come più ci piacerà, hauremo prontamente le parti dell 'ombra fuppofto il Gnomone diuifo in 10: ò 100. ò 1000. &c.

Eßempio.

Sia l'altezza del Sole fopra l'Orizonte la già ritrouata nel primo Effempio del Prob. 3. cioè gr. 26. 7. il cui mef. 2 è 1030958. onde giungendòli per effempio il log. del Millenario

rio, cioè 300000. ne viene 1330958. e leuando l'vnità solita del settimo luogo resta 330958 log. al quale conuiene il numero assoluto quasi 204. ò più precisamente 203. 98. come sapiamo per il Prob. 2. Il che prontamente vediamo nella Tauola delle Tangenti, poiche la Tang. 2. di gr. 26.7. è 203975. posto il seno toto, cioè il Gnomone 100000. onde suppostolo come 1000. sarà l'ombra 203. 975.

Nota poi, che chiamandosi ombra retta quella, che viene fatta dal Gnomone, ò stile perpendicolare all'Orizonte, & ombra versa quella dello stile parallelo all'istesso, l'vna, e l'altra si trouarà nell'istesso modo, poiche, data l'altezza sopra l'Orizonte, se vorremo l'ombra versa, prenderemo per altezza il comp. di quella, douendosi concepire il verticale, sopra il cui Piano si eleua il Sole ne più ne meno come vn'Orizonte. Così data l'altezza sopra qualsiuoglia Piano, ò cerchio massimo della sfera trouaremo la proportione del Gnomone, ò stile, che li stà, eretto

perpendicolarmente, all'ombra del medesimo stile.

Nota ancora, che alcuni per li horologij solari prendono l'altezza del sopremo lembo del Sole per l'ombra retta, e dell'infimo lembo per l'ombra versa, poiche la totale ombra viene da questi termini, e non dal centro del Sole determinata, la quale variatione, cioè dal centro al lembo si suppone di min. 15. da giungersi all'altezza del centro per l'ombra retta, e da diminuirsi dall'istessa per l'ombra versa, il che non si è però osseruato in queste poche Tauolette, seguendo in ciò la commune di calcolare le altezze al centro del Sole.

PROBLEMA VI.

Data la proportione del Gnomone all'ombra, trouare l'altezza del Sole sopra il soggetto Piano.

QVesto è il conuerso dell'anteced. e l'ombra pure ò si prende dal cen-

centro, ò dal ſopremo lembo riſpetto al Piano, nel quale viene sbattuta, il quale termine meglio ſi diſcerne. Comunque ſia, prenderemo il log. dell' ombra con quello del seno toto, e leuandone il log. del Denario, Centenario, ò Millenario &c. ſecondo che il Gnomone ſi ſuppone 10. 100. ò 1000. &c. reſtarà il meſ. 2. dell'altezza, che ſi cerca, cioè ò dal centro, ò dal ſopremo lembo, ſecondo che ſi preſe l'ombra. Queſto poi ancora s'haurà più ſpeditamente per le Tangenti, poiche giungendo al numero dell'ombra tanti zeri, quanti ne mancano al numero del Gnomone ſuppoſto già 10. 100. ò 1000. &c. per arriuare al seno toto, la cercaremo frà le Tangenti, e ci darà come Tang. 2. ò del comp. l'arco dell' altezza come ſopra.

Eßempio.

SIa la longhezza di vn' ombra cauſata da vno ſtile eretto ſopra qualſiuoglia ſuperficie piana, e dal sopremo

lembo del Sole partì 347. di quelle, che lo stile si suppone per essempio 100. trouo dunque il logar. di 347. essere 254033. per il Prob. 1. che congiunto con il log. 1000000. del Seno toto fà 1254033. e leuatone il log. del Centenario, che è 200000. resta 1054033. mes. 2. di gr. 16. 5. altezza del sopremo lembo, dalla quale leuati min. 15. resta l'altezza del centro del Sole g. 15. 50. Così apponto giongendo à l'ombra 347. come tre zeri, perche lo stile si suppone 100. & il Seno toto diamo, che sia 100000. hauremo 347000. Tangente 2. di gr. 16. 5. pur come sopra. Fatta dunque vna riga, ò stile diuiso in 10 parti, ò 100. &c. & erettala perpendicolarmente sopra il proposto Piano, potremo per i log. e più speditamente per le Tangenti hauere l'altezza del Sole sopra il detto Piano.

PRO-

PROBLEMA VII.

Data l'altezza del Polo, e la declinatione del Sole boreale; trouare la di lui altezza nel verticale primario.

SI ſuppone, che il Sole ſia boreale, poiche eſſendo auſtrale non può altrimente trouarſi nel verticale primario, cioè, che paſſa per il punto del vero oriente, & occidente. Intendaſi hora tirato dal Sole poſto in vn parallelo boreale, e nel verticale primario vn' arco perpendicolare ſopra l'Equatore, il quale conſtituirà vn triangolo rettangolo, c'haurà per lato il detto perpendicolo, che è la declinatione, e per Ipotenuſa l'altezza del Sole nel verticale primario, & in detto triangolo ſarà noto l'angolo oppoſto al lato, cioè alla declinatione, che ſarà l'eleuatione polare, e perciò per la 11. Regola primaria de Sferici rettangoli del Cōpendio, il log. del lato, cioè della de-

clinatione, con il ref. log. dell' angolo, cioè dell' altezza polare, darà il log. della Ipotenusa, cioè dell' altezza del Sole nel verticale primario.

Declinat. massima G.	23.32	l.	960128
Eleuatione polare	44. 0	r. l.	015823
Altezza nel verticale	35. 51	l	1975951

PROBLEMA VIII.

Data la declinatione del Sole, con la di lui distanza dal m.c. e con l'altezza, ò depreßione rispetto all' Orizonte: trouare l'arco azimuthale.

PEr arco azimuthale si intende l'arco dell' Orizonte compreso trà il verticale primario, & il verticale, che passa per il Sole. Intendasi hora vn triãgolo sferico rettangolo come nel terzo Prob. trà il Polo, Zenith, e il Sole, nel quale vn lato è l'arco trà il Polo, e il Sole, cioè l'aggregato, ò differenza di

g. 90.

g.90. e della data declinatione, e l'altro lato è l'arco trà il Sole, e il Zenith, aggregato di g. 90. e della depressione, quando il Sole è sotto l'Orizonte, e differenza di gr. 90. e dell'altezza, cioè comp. dell'altezza, quando è sopra, li quali due sono noti, come si suppone, & è anco noto vno delli angoli opposti à questi lati, cioè l'angolo al Polo, che è la distanza dal m.c. adunque s'haurà l'opposto all'altro ancora per la prima Regola de Sferici obliquangoli del Compendio seguente, onde il res. log. 2. dell'altezza, ò depressione data, con il log. dell'aggregato, ò differenza di gr. 90. e della declinatione, cioè con il log. 2. della declinatione, e con il log. della distanza dal m. c. ci darà (lasciata la solita vnità &c.) il log. 2. dell'arco azimuthale.

Essempio.

SIa data al Polo g. 44. la declinatione del Sole bor. g. 23. 32. con la distanza dal m. c. gr. 105. 0. nell'altezza

sopra

ſopra l'Orizonte g. 5. 1. operando adunque conforme à queſto calcolo, trouo l'arco azimuthale eſſere g. 25. 28. e per che l'altezza del Sole (poſto nel Tropico del Cancro, la cui delinatione è gr. 23. 32. cioè la maſſima) nel verticale primario è gr. 35. 5. della quale è minore la di già ritrouata, perciò quell' arco ſarà bor. ma ſe foſſe ſtata maggiore ſaria ſtato auſtrale, ſi come ſarà parimente auſtr. quando habbi il Sole declinatione auſtrale. Sarà poi anco orientale eſſendo il Sole inanzi mezodì, & occidentale eſſendo dopo mezodì.

Declinatione bor.	G. 23. 32	l 2	996229
Diſtanza dal m c.	105. 0	l	998494
Altezza del Sole	5. 1	r l 2	000167
Arco azimut. bor.	27. 15	l 2	1994890

Nota che, eſſendo il Sole nell' Equatore, rieſce più facile l'operatione, poiche baſta giungere inſieme il meſ. dell' altezza, ò depreſſione, con il meſ. dell'altezza del polo, e ne viene il logar. dell' arco azimuthale ſempre minore

del

del quadrante. Questo si deduce dalla Reg.10. primaria de Sferici rettangoli del Compendio, poiche guardando il triangolo sferico rettangolo posto nel principio di esse Regole, cioè, A B C, se intenderemo in Sole in, A, &, A B, per vn pezzo dell' Equatore, similmente, B C, per l'arco azimuthale, &, A C, per l'altezza, la detta Rg.10. ci insegna, che il mes. di, A C, con il mes. 2. di, A B C, eleuatione dell' Equatore, cioè con il mes. della eleuatione polare, ci dà il log. di, B C, arco azimuthale, lascio l'Essempio essendo cosa facile.

PROBLEMA IX.

Data la eleuatione polare, e l'hora Astr. Ital. ò Bab. trouare l'arco horario.

PEr l'arco horario intendiamo l'arco dell' Orizonte compreso trà il punto del vero orto, ouero occaso del Sole, e trà il mezocerchio horario, ò sia delle hore Astronomiche, ò delle

Ita-

Italiane, ò pure Babiloniche, che passa per il Sole, si che il Problema viene ad hauere due casi.

Quanto al primo caso adunque, cioè, per le hore Astron. data vn' hora, cercaremo la distanza dal m.c. commutando le hore in g. per la Tauoletta posta alla pag. 97. e dipoi giungeremo insieme il mes. della distanza dal m. c. essendo essa minore del quadrante, ò del rimanente al mezocerchio di essa distanza, essendo quella maggiore del quadrante, con il log. della eleuatione del Polo, e ne verrà il mes. 2. dell' arco horario. La ragione poi si deduce dalla Reg. 9. primaria de Rettangoli Sferici del Compendio, poiche il cerchio horario Astronomico, l'Orizonte, e l'Equatore con il loro concorso formano vn Triangolo Sferico rettangolo, nel quale è dato vn lato, che è il comp. della distanza dal m.c. e l'angolo obliquo aggiacente, che è l'eleuatione dell' Equatore, onde se ne hà la Ipotenusa per la detta Reg. 9. giungendo insieme il m. 2. del lato, cioè il mes. della distanza, ò rima-

rimanente al mezocerchio di essa, quã-
do supera il quadrante, con il logar. 2.
dell'angolo, cioè con il log. della eleua-
tione dell'Equatore, poiche ne viene il
mes. 2. della Ipotenusa, cioè dell'arco
horario, il quale è bor. orien ale per le
hore dalla meza notte fino all'hora se-
sta, e dall'hora sesta dopo mezodì fino
alla meza notte bor. occid. & australe
orient. dal hora sesta dalla mezanotte,
fino al mezodì, & austr. occid. dal mezo
dì fino all'hora 6. dopo mezodì.

Essempio primo.

CErchisi al Polo gr. 44. l'arco hora-
rio per l'hora 4. dalla mezanot-
te, operando adunque conforme à que-
sto calcolo trouo quello essere gr. 39.
44. bor. orientale.

Rimanente al m.c. della dist. dal m.c.	G. 60. 0	m	1023856
Eleuat. polare	44. 0	l	984177
Arc horario bor. or.	39. 44	m2	1008033

Quan-

Quanto all'altro caso poi, cioè per le hore Ital. ò Bab. si deue prendere la metà dell' hora proposta, e con quella come hora Astron. formare la distanza dal m. c. che poi operando come sopra si hauerà l'arco horario per la detta hora Ital. ò Bab. il quale dall' occaso sino all'hora 12. Ital. sarà bor. orientale, e dalla h. 12. sino all'hora 24. sarà australe orientale, come si suppone nelle Tauole delli horologij per 4. Poli quà poste, benche l'istesso arco si possa ancora prendere dalla parte occidentale diuentando australe il bor. e bor. l'austr. il che s'intende anco per le hore Bab. e ciò, perche l'istesso cerchio horario fà nell' Orizonte due settioni, cioè vna orientale, e l'altra occidentale. La ragione poi di dimezare l'hore Ital. ò Babil. insegnata di sopra per hauere l'arco horario si caua dalla prop. 17. della Gnomonica del Padre Clauio.

Essem-

Eßempio secondo.

CErchisi pure al Polo gr.44. l'arco horario per l'hora 8.Ital. ò Bab. in vece adunque cercaremo l'arco horario per l'hora 4. Astron. che ci darà la distanza dal m.c.g.60. onde operando come sopra nell'altro Essempio verremo pure à trouare l'arco horario per l'hora 8.Ital.ò Bab.essere g.39.44.bor. or.ouero aus.occ.come si è detto di sopra.

PROBLEMA X.

Data la longhezza dello Stile, ò Gnomone dell' Horologio Orizontale, trouare il foco di qualunque Iperbola rispondente in eßo al parallelo del Sole, che la descriue, ad vna data eleuatione di Polo.

LO Stile, ò Gnomone quà lo supporremo Parti 1000.& in rispetto à quello cercaremo la distanza del

detto

detto foco dalla cima della detta Iperbola, la quale è vna linea curua dissegnata nel piano dell' horologio dalla punta dell'ombra solare, mentre scorre il parallelo, che li corrisponde, e prendendo due paralleli egualmente distanti dall' Equatore, ma vno boreale, e l'altro australe, se ne generano due, che si chiamano Iperbole contraposte, come dimostra il Padre Clauio nella Gnomonica alla prop.6.del lib.1. le quali hanno due pũti notabili nel loro asse, che vengono chiamati fochi, come si può vedere nel mio Specchio vstorio al Cap. 13. e perche questi possono prontamente seruire per la descrittione di dette Iperbole nelli Horologij, perciò si è soggiunto questo ancora alli antecedenti Problemi, la Regola dunque sarà questa.

Re-

Regola per trouare la distanza del fuoco dalla cima della proposta Iperbola nell' Horologio Orizontale, ad vn dato Polo:

CErcaremo prima l'altezza meridiana del Sole tanto nel parallelo, che produce nel Piano dell' Horologio la proposta Iperbola, quanto nel parallelo opposto, cioè, che egualmente dista dall' Equatore dall' altra banda, quanto esso declina da questa, che si propone, e ciò per il 2. Not. del Prob. 3. e poi per il Prob. 5. medianti queste altezze cercaremo le due ombre meridiane, prendendo la loro differẽza, e semidifferẽza, quando il luogo dello stile nõ cade frà le Iperbole rispondẽti à detti paralleli cõtraposti (il che è quãdo l'eleuatione polare è maggiore della declinatione di essi paralleli) ouero prenderemo il loro aggregato, e semiaggregato, quando vi cada (cioè quando l'eleuatione polare non è maggiore della declinatione di essi paralleli) e

dipoi

dipoi giungeremo insieme il log. della detta semidifferenza,ò semiaggregato delle ombre meridiane , con il logar. 2. della eleuatione polare , e con il res. logar. della declinatione del proposto parallelo , e ne verrà il log. di vn Numero , dal quale cauata la detta semidifferenza ,ò semiaggregato , restarà la distanza del fuoco dalla cima della proposta Iperbola .

Essempio .

CErchisi alla eleuatione polare di g.44 essendo il Sole nel Tropico del Cancro , la distanza del fuoco della Iperbola rispondente al detto Tropico nell' horologio Orizontale , dalla cima dell' istessa Iperbola . Prima dunque per il 4. Not. del Prob.3. giungendo la declinatione del detto parallelo alla eleuatione dell' Equatore , cioè g.23. 32. à g.46. ne viene l'altezza meridiana del Sole nel Tropico del Cancro g. 69.32.onde per il Prob.5.trouarò l'ombra essere parti 373. di quelle , che il

Gno-

Gnomone si suppone 1000. Così leuando g. 23.32. dà g. 46. restano g. 22. 28. per l'altezza meridiana nel Capricorno, essendo l'ombra p. 2418. perche poi l'eleuatione polare è maggiore della declinatione del proposto parallelo, perciò prendo la differenza delle dette ombre, che è p. 2045. e la semidifferenza p. 1022. il cui log. con il logar. 2. della eleu. polare, e con il res. log. della declinatione, ci dà il log di 1842. dal quale leuata la detta semidifferenza p. 1022. resta la distanza del foco dalla cima della proposta Iperbola p. $819\frac{1}{2}$, come appare in questo calcolo.

Ombra del Capr. mer.	P. 2418		
Ombra del Canc. mer.	373		
Differenza	2045		
Semidifferenza	$1022\frac{1}{2}$	l	300966
Eleu. polare	G. 44. 0	l 2	985693
Declinatione del Paral.	23. 32	r l	039872
Numero	P. 1842	l	326531
Distanza del foco	$819\frac{1}{2}$		

1. Nota, che nella sfera retta basta giungere insieme il log. del semiaggregato delle ombre meridiane ne paralleli opposti, con il res. log. della declinatione del dato parallelo, poiche in quella il Seno toto è alla Secante seconda della declinatione del dato parallelo, come il semiaggregato delle ombre meridiane di esso, e dell' opposto parallelo, al numero, dal quale detratto il detto semiaggregato delle ombre, resta la distanza del foco dalla cima dell' Iperbola.

2. Nota parimente, che la sudetta Regola serue ancora per quando nel piano dell' Horologio orizontale si genera Ellissi, come accade quando tutto il parallelo descritto dal Sole è sopra l'Orizonte, e non lo tocca, poiche se lo toccasse, la punta dell' ombra di quel giorno descriuerebbe vna Parabola, come mostra il Padre Clauio nella prop. 5. della Gnomonica, come anco nella prop. 6. e 7. per l'Iperbola, & Ellissi, proua quella generarsi quando il parallelo è parte sopra, e parte sot-

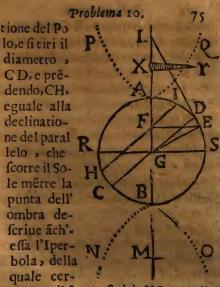
to

to l'orizonte, e questa quando stà tutto sopra di esso senza toccarlo, il quale quando accada, che sia anco parallelo al detto Orizonte, fà che la punta dell'ombra descriua circonferenza di cerchio, come pure proua alla propos. 4. il cui centro è nell'asse del Mondo: Solo poi vi è varietà, per l'Elissi, che sempre si prende il semiaggregato delle ombre meridiane, & il numero ritrouato si caua dà esso semiaggregato.

3 Nota di più chè, quando il parallelo tocca l'Orizonte, onde nel piano dell'horologio Orizontale la punta dell'ombra, come si è detto, descriue vna Parabola, per hauere la detta distanza del foco dalla cima della Parabola basta al doppio del log. 2. della declinatione del proposto parallelo, giungere il res. log. dell'altezza meridiana di esso parallelo, e ne verrà il log. della distanza del foco dalla cima della Parabola in relatione al Gnomone inteso come seno toto, onde con tagliare dal numero rispondente al detto log. tante figure quanti zer. sopranauanzano à

1000, come si suppone il Gnomone, restarà la distanza rispetto al Gnomone supposto 1000. da prendersi dalla cima della Parabola, che sarà l'estremità dell'ombra meridiana, che si hà mediāte l'altezza meridiana, conforme al Prob. 5. lascio gli Essempij per breuità, e per non essere così frequente l'vso dell' Elissi, e Parabola, come dell'Iperbola.

4 Nota finalmente che se alcuno hauesse gusto di trouare detti fochi geometricamente si potria fare in questo modo per ciascuna delle dette settioni. Per l'Iperbola dunque, suppongasi per meridiana, L M, & in quella lo stile, X Y, le cui ombre meridiane siano, X A, X B, e differenza di esse, A B, lato transuerso dell'Iperbole, P Y Q, N B O, &, A G, semidifferenza, descriuasi adunque intorno al centro, G, secondo, G A, il cerchio, A R B S, e tirisi, R S, ad angoli retti sopra, A B, poi si numeri dà, B, verso, C, l'arco, B C, eleuatione dell'Equatore, ouero dà, R, verso, C, l'arco, R C, eleua-

tione

tione del Po lo, e si tiri il diametro, C D, e prēdendo, CH, eguale alla declinatione del paral lelo, che scorre il Sole mētre la punta dell' ombra descriue ãch'essa l'Iperbola, della quale cer-

chiamo il foco, si tiri, H I, parallela à, C D, che tagli, B A, in, F, e da, F, si tiri pure, F E, perpendicolare sopra, A B, che incontri la circoferenza in, E, e, gionta, G E, si tiri finalmente, E L, ad angolo retto sopra, G E, la quale prolongata concorra con la meridiana, M L, in, L. Sarà dunque, L, foco dell'-Iperbola come, P A Q, dà descriuersi

 intor-

intorno, A L, &, L A, la distanza dalla cima, alla quale presa eguale, B M, sarà M, foco pure dell'altra Iperbola, N B O.

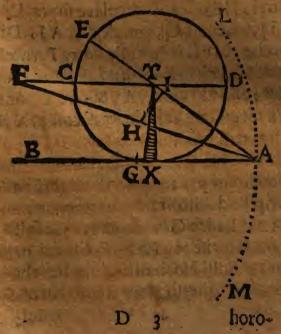
Per l'Elissi poi, sia la meridiana, e diametro, A B, intorno al quale si hà dà formare l'Elissi, del quale cerchiamo i fochi, e stile, XY, come sopra, e parimente sia tirata, C D,

essendo, C B, l'eleuatione dell'Equatore, ò, C R, del Polo, &, H I, parallela à C D, essendo, H C, la declinatione del parallelo, prolonghisi poi, H I, verso, I, fino che concorra con la meridiana come in, F, e dal punto, F, tirata la tangente, F E, caschi dà, E, sopra, A B, la perpendicolare, E L, Dico che il punto, L, è il foco dell'Elissi,

lissi, che viene descritta dalla punta dell'ombra mentre il Sole scorre per il parallelo, che declina dall'Equatore, quanto è l' rco, H C, in questa eleuatione di Polo, rappresentata dà, A N B O, descritta intorno, A B, aggregato delle ombre meridiane, sopra li due fochi, L, M, douendosi prendere, M, in eguale distanza dà, B, come, L, dà, A.

Per la Parabola finalmente sia pure la meridiana, A B, e nel piano dell'-

 horo-

horologio la lunghezza dello ſtile, X Y, ad angolo retto con, A B, ſi deſcriua poi ſopra il centro, Y, ſecondo, Y X, il cerchio, E C, X D, nel quale ſi tiri, C D, per, Y, parallela ad, A B, e preſo dà, C, l'arco, C E, doppio della declinatione del parallelo, che produce la Parabola, il cui foco ſi cerca, ſi tiri per, Y, da, E, la, E Y, che prolungata pure, come in, A, fatta, Y F, eguale ad, Y A, ſi giunga, F A, e ſi tagli per mezo, come in, H, e da, H, ſi tiri, H I, perpendicolare ſopra, E A, e ſi prenda, A G, eguale ad, A I, Dico che, I, è il foco della detta Parabola dà deſcriuerſi intorno al diametro, A B, eſſendo cima, A, &, A X, ombra meridiana terminata, ſi come, X B, è interminata.

Il Padre Clauio inſegna nella ſua Gnomonica à trouare detti fochi alla Prop.8. del lib. 1. e diuerſamente ancora il Padre Gouemberger Geſuita, come riferiſce il Padre Fuligatti nella Par. 4. delli Horiuoli à Sole, benche io de modi di eſſo non ſappi altro che

quel-

quello, che esso n'apporta in quel luogo circa l'Iperbola, che mi pare differente dà questo, ciascuno però potrà appigliarsi à quale più li piacerà. Come poi sopra detti fochi si descriuano mediante il filo particolarmẽte le dette Settioni di già l'hò spiegato nel mio Specchio Votorio alli Cap. 43, 44, e 45, nel quale, chi non intendesse i termini di queste Settioni potrà il Lettore à bastanza, credo, informarsi di quelli.

PROBLEMA XI.

Della struttura delle Tauolette per gl'Horologij orizontali, e per la Cassetta horaria.

CONciosiacosachè per gli antecedenti Problemi si possino fare le Tauole delle altezze del Sole, & archi azimutali, & in conseguenza delle larghezze, e lunghezze delle ombre per gli Horologij orizontali, e con l'aggiũta di alcuni pochi altri, anco per i ver-

ticali, & inchinati, tuttauia perche ciò è già ſtato fatto dà altri, e non eſſendo quà l'intentione mia di trattare ex profeſſo delli Horologij Solari, mà ſolo di fare in parte apparire l'vſo de logaritmi intorno ad eſſi, e la facilità, che ci apportano, hò meſſo detti Problemi, e fatto ſolo per vn ſaggio quattro Tauolette per li quattro Poli di g. 42.43.44.45 commode per l'Italia principalmente, le quali ſeruono per fare gli Horologij orizontali, e per la Caſſetta horaria, quale ſi dichiararà dopo il ſeguẽte Prob. che coſa ſia, cõ inſieme l'vſo di dette Tauolette. Quà dunque ſpiegaremo ſolo il modo di cõporre dette Tauolette, acciò s'intenda come ſono fatte, & anco in gratia di chi ne voleſſe fabricare per altri Poli.

In ciaſcuna di queſte Tauolette adũque ſono dieci colonnette, che occupano due pagini, cioè ſette nella pagina ſiniſtra, e tre nella deſtra: nella prima dunque à mano ſiniſtra ſono le hore Italiane del giorno, nella ſeconda le di-

ſtanze

ſtanze azimutali, nella terza le ombre, e nella quarta le altezze, come moſtrano i loro titoli, e ciò per il Tropico del 69. Nelle altre tre colonnette poi dell'iſteſſa pagina ſiniſtra ſono l'iſteſſe coſe per Ar. e Lib. cioè per l'Equatore, e nelle altre tre ſeguenti della pagina deſtra pure le iſteſſe coſe per il Tropico del Capr. Nell' vltima finalmente ſono le diſtanze horarie riſpondenti à ciaſcuna hora, baſtarà dunque intendere chè coſa ſignifichino detti titoli, e come ſi trouino le ſudette coſe tanto per i Tropici, quanto per l'Equatore.

Quanto alla diſtanza azimutale adunque, ſia p intelligenza di eſſa in vn Horologio orizontale lo ſtile, A B, & intorno ad, A, come cẽtro ſi deſcriua il cerchio, P M L T, con

l'interuallo, A B, però nel piano dell'Horologio, al quale si circonscriua il quadrato, F E D G, essendo i punti de contatti pure essi, P M L T, per i quali si tirino li due diametri, P L, T M, i quali si taglieranno ad angoli retti, e mostreranno le quattro parti principali del monto Leuante, Tramontana, Ponente, e Mezogiorno, mentre il cerchio, L T P M, s'intenda per l'orizonte. Pongasi poi chè la quarta del verticale, che passa per il Sole in vna data hora tagli il piano dell'Horologio come in, A C, che seghi il lato del quadrato come, E D, in, C, e la circonferenza come in, I; sarà dunque, L I, l'arco azimutale come per essempio dell'hora 16. Ital. al Polo g. 44. nel 69, che è g. 76, 42. Noi però quà in vece di esso arco prenderemo, L D, con, D C, intendendo, L D, che è vguale ad, A M, cioè allo stile, A B, essere 1000, onde viene tutto il giro del quadrato ad essere 8000, e la computatione si fà da, L, per, M P T, ritornando in, L, cioè dà Leuante verso Mezogior-

giorno, e per Ponente, e Tramontana ſino in eſſo Leuante. Preſa dunque la M C, tangente 2. dell'arco azimuthale, L I, trouato già per il Prob. 8, la quale è 236, poſto il ſeno toto 1000, la leuaremo dà, L D, D M, cioè dà 2000, e reſtarà la diſtanza azimutale, L D C, 1764, come ſtà nella Tauola. Così eſſendo l'arco azimuthale come dell'hora 19. Ital. P O, g. 19. 2. occid. auſtr. leuata la Tang. di eſſo, che è 345. dà, L D E P, 4000, reſta, L D E N, diſtanza azimutale della detta hora 19, cioè 3655. E nell'iſteſſo modo trouaremo le diſtanze azimutali per l'altre hore ancora tanto del Canc. quanto dell'Equatore, e di Capr. adoprandoui il Prob. 8, cioè trouando prima gli archi azimutali, de quali ſaria bene ancora notare le ſecanti, quando s'habbino le Tauole di eſſe per quello, che ſi dirà,

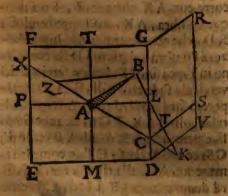
Per le ombre poi cercaremo prima le altezze del Sole, cioè del centro (ouero del ſopremo Lembo, ſe ciò piaceſſe di fare, poiche quà prendiamo quelle

del centro) e ciò ne' Tropici, e nell' Equatore, poiche le loro Tang. 2. saranno le ombre, e sarà bene notare anco le loro Tangenti per quello, che si dirà.

La distanza horaria depende dall' arco horario dichiarato nel Probl. 9. Trouarēmo dunque prima detti archi horarij per le hore Ital. le quali si computano pure nell' Orizonte, L M P T, dà, L, per, M P T, sino in, L, e poi come che fossero archi azimutali, cercaremo mediante le Tang. la distanza dà, L, nel giro del quadrato, D F. Come per essempio se, L I, fosse arco horario, presa, M C, Tang. 2. di, L I, la cauaressimo dà, L D M, cioè dà 2000. e ne restaria, L D C, distanza horaria. Chi poi non hauesse le Tauole de Seni, Tang. e Sec. preso il mes. 2. di, L I, e giuntoli 3. alla sesta figura à mano sinistra, lasciata l'vnità superflua &c. douria cercare nella Tauola 2. log. il numero, che corrisponde al detto log. e cauarlo da 2000. come sopra, e restaria pure, L D C, distanza horaria ricerca-

ta,

ta, ma per le Tangenti quà si fà più presto.

Le altezze finalmente lasciate in vltimo, perche queste si aspettano particolarmente alla Cassetta horaria, s'intenderanno sopra questa figura. Sia il

quadrato, F D, con li duoi diametri, T M, P L, e stile, A B, come sopra. Preso poi qualunque de lati, come, G D, sopra di esso stia eretto al piano dell'Horologio, F D, il rettangolo, D R, essendo, D V, G R, eguali ciascuno allo stile, A B; S'intenda poi che il verticale del Sole in vna proposta hora tagli

il

il piano dell' Horologio come in, X C, con la quale indefinitamente prolongata, come verso, C, concorra il raggio del Sole, B K, come in, K, alla quale, B K, si tiri nel piano del triangolo, B A K, la B Z, perpendicolare, che concorra con, A X, come in, Z. Sarà dunque l'ombra, A K, ma supponendosi, R D, che non dia transito al lume s'alzerà l'ombra nel piano, D R, come sino in T, poi sia, C S cõmune settione del verticale sudetto, e di, R D, la quale perciò sarà parallela ad, A B, onde li triangoli, B A K, T C K; saranno simili, e perciò sarà, K A, ad, A B, cioè à, C S, come, K C, à, C T, e come la rimanente, A C, alla rimanente, T S, sarà dunque come, K A, ad, A B, cioè come, B A, ad, A Z, essendo, X B Z, angolo retto, così, A C, à, T S, ma supposto, A B, seno toto sarà, A Z, Tang. dell'angolo, Z B A, cioè di, A K B, altezza del Sole, &, A C, è secante dell' angolo, C A L, cioè dell'arco azimutale, adunque sarà, A B, seno toto ad, A Z, Tangente dell'altezza del Sole,

che

che si disse di sopra douersi notare con le altezze, come, A C, secante dell' arco azimutale a, T S, rimanente di, T C, all'altezza dello stile, C S, ò, A B, cioè à 1000. Adunque se noi moltiplicaremo la Tangente dell'altezza solare, con la secante dell' arco azimutale, che si disse parimente douersi notare con gli archi azimutali, e partiremo il prodotto per il seno toto, che sia 1000. ne verrà, S T: Ouero giunti insieme il mes. dell' altezza, con il res. log. 2. dell' arco azimuthale (che serue per il logar. di detta secante, come si spiega all' Assioma generale nel seguente Compendio) verrà il log. di, S T, nelle parti, che, A B, si suppone 10000000000. e giungendo 3. alla sesta figura à mano sinistra, cioè giungendoli il log. di 1000. lasciata l'vnità superflua &c. hauremo il log. di, S T, nelle parti, che, A B, è 1000. la quale cauata da, S C, lascia, T C, quale chiamo altezza dell' ombra nella proposta hora. Si che bisogna prima hauere le altezze del Sole, notate con i

loro

loro mes. e gli archi azimuthali con i res. log. 2. di essi (quando non vogliamo come sopra adoprare le Tãg. e Seccanti) d'onde speditamente si possono hauere queste altezze, le quali però non si deuono calcolare se non per le hore, nelle quali l'ombra è maggiore della secante dell'arco azimuthale, poiche all'hora si alza l'ombra nel piano, R D, come fà, A C T, poiche essendo non maggiore di detta secante, quella non esce dal quadrato, F D, e così non hà altezza, e n'haueremo contrasegno nell'operatione quando il logar. che risulta dall'aggiunta del mes. dell'altezza del Sole, e res. log. 2. dell'arco azimutale, sarà maggiore del log. del seno toto, poiche sarà segno, che l'ombra non si alza.

Essempio.

CErchisi tale altezza al Polo 44. per l'hora 12. nel 69. E dunque l'altezza del Sole gr. 33. 39. & il mes. di essa 932325. similmente l'arco azimuthale è g. 1. 20. or. bor. & il res. log.

2. di

2. di eſſo 000012. che con detto meſ. fà il log. 982337. il quale eſſendo minore del log. del seno toto, moſtra che l'ombra ſi alza, li giũgo dunque il log. del 1000 cioè 3. alla ſeſta figura à mano ſiniſtra, e ne viene, leuata l'vnità &c. 282337. log. di 666. delle parti, che lo ſtile è 1000. il cui reſto è 334. altezza ricercata, come ſi vede in queſto calcolo.

Altezza del Sole G.	33.39	m	982325
Arco azimut. or. bor.	1.20	r l 2	000012
		1	982337
Millenario P.	1000	1	300000
Sotera	666	1	282337
Altezza ricercata	334		

PROBLEMA XII.

Della compoſitione dell' altra Tauola per gli Horologij Orizontali.

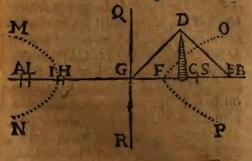
SEgue alle dette Tauolette vn' altra per 30. Poli, cioè dalla elenatione di g. 30. ſino à g. 60. Hora in queſta

pure

pure si suppone lo stile essere 1000. e si cercano le ombre meridiane de paralleli alli principij de Segni, le quali sono le Tang. 2. delle altezze meridiane al seno toto 1000. Cercaremo adunque conforme al 4. Not. del Probl. 3. dette altezze meridiane dal centro del Sole alli principij de Segni, e poi speditamente per le Tangenti hauremo le dette ombre, che si deuono computare dal piede dello stile sopra la meridiana, e verso borea, come mostra il titolo di bor. posto sopra le colonnette de detti segni.

Vi restano poi le tre del punto horario, foco, e centro, per intelligenza de quali sia nell'Horologio Orizontale la meridiana, A B, lo stile, C D, l'ombra del Sole nel Tropico del Canc. C F, nell' Equatore, C G, e nel Capr. C I, e s'intenda tirato l'Equatore, Q R, & i Tropici, ò Iperbole, che li rispondono, OFP, del Cãc. &, MIN, del Capr. e cõgiunta, G D, si prenda, G H, eguale à, G D. Chiamo dunque, H, punto horario, ouero la distanza, H C, posta nel-

la 5. colonetta nelle parti, delle quali lo Stile è 1000. Si troua poi, G H, oue-

ro, G D, prendendo la secante dell'angolo, G D C, eleuatione del Polo, posto, D C, seno toto, ouero si hà prendendo il res log. 2. della eleuatione del Polo, e giungendo 3. alla sesta figura, cioè il logar. di 1000. poiche ne viene pure il log. di, G D, ouero, G H, che ci darà il punto horario, H; & aggiungendo, H G, à G C, ombra meridiana del Sole nell'Equatore, ne viene, H C, distanza del punto horario dal piede del Gnomone, C, da mettersi nella 5. colonnetta con titolo di bor. perche caderà sempre questo punto verso borea

nel

nel piano dell' Horologio riſpetto allo ſtile.

Se poi tiraremo, D E, perpendicolare à, D G, che incontri la meridiana come in, E, ſarà, E, il centro, eſſendo, D E, l'aſſe del Mondo, e, C E, ſi haurà prendendo la Tang. dell' angolo, C D E, cioè dell'eleuatione dell'Equatore, ouero la Tang. 2. dell'angolo, D E C, eleuatione del Polo, però al seuo toto 1000. Ouero preſo il meſ. 2. della eleuatione polare, e gionto 3. alla ſeſta figura, laſciata l'vnità ſuperflua &c. s'haurà il log. di, C E, diſtanza del centro dal piede dello ſtile, la quale ſi mette nella Tauola ſotto nome di centro nella ſettima colonnetta.

Quanto al foco, il quale ſia, S, per l'iperbola, O F P, già per il Prob. 10. ſapiamo trouare, S F, diſtanza di eſſo dalla cima della detta Iperbola, ma in queſta Tauola leuiamo, F C, ombra meridiana del 69. da, F S, e reſta, C S, diſtanza del foco, S, dal piede dello ſtile: Se poi prenderemo, H L, eguale ad, S F, hauremo anco il foco per l'altra

tra Iperbola, M H N, ma di questi due si è messo in Tauola solo quello dell' Iperbola, O F P, che è australe rispetto allo stile, come il titolo dimostra. Quello poi, che si è detto de Tropici s'intenda ancora de paralleli opposti alli principij de Segni, de' quali habbiamo posto le ombre solari meridiane, con i fochi delle Iperbole rispondenti alli paralleli boreali, cioè con le distanze di essi fochi al piede dello stile, dal quale intendiamo sempre douersi computare dette distanze tanto de fochi, come del punto horario, e centro, e le ombre meridiane, verso austro, ò borea, come il titolo di austr. ò bor. ci dimostra.

Essempio.

DEuansi trouare le ombre meridiane del Sole posto ne paralleli descritti per i principij de segni, i fochi, il centro, e punto horario al Polo di g. 44. Quanto all'ombre meridiane adunque di ♋, e ♑ già si è trouato nel Prob. 10. quella del ♋ essere 373.

e quel-

e quella del Capr. 2418. di quelle parti, delle quali lo ſtile ſi ſuppone eſſere 1000. Così per il Prob. 5. trouaremo quella di Ar. e Lib. eſſere 966. quella di Tor. e Verg. 637. di Scor. e Peſci 1456. di Gem. e Leone 440. e finalmẽte di Sag. e Acquario 2072. Così anco eſſendoſi trouata nel Prob. 10. la diſtãza del foco dalla cima della Iperbola riſpondente al Tropico del Canc. eſſere quaſi 820. e l'ombra meridiana di Canc. 373. ſe noi cauaremo detta ombra da detta diſtanza reſtarà la diſtanza del foco dal piede dello ſtile 446. Nell'iſteſſo modo poi trouaremo la diſtanza del foco dell' Iperbola di Tor. e Verg. eſſere 429. e di Gem. e Leon. 441. come ſi può vedere nella Tauola.

PROBLEMA XIII.

Come ad vn dato Polo ſi poßi trouare la linea meridiana nel piano orizontale, mediante vn'ombra ſola, in qual ſi voglia giorno dell' Anno.

BEnche ſiano ſtati apportati da diuerſi Auttori varij modi di ritrouare

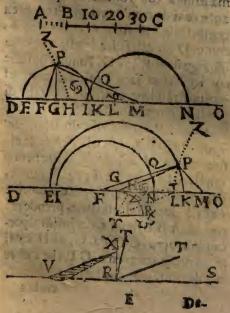
uare la linea meridiana, come in essi si può comprendere, nondimeno mi è parso bene à tanta moltiplicità aggiũgere pur questo ancora, poiche in esso si seruiamo di vn'ombra sola, e forsi non è così vsitato.

Se il giorno proposto adunque per ritrouare la meridiana fosse quello del l'Equinottio, è manifesto, che la ponta dell'ombra solare descriue vna linea insensibilmente differente da vna retta, la quale si potrà dissegnare con notare due, ò tre ponti, ò più per maggior sicurezza della cima dell'ombra, che poi tagliandola ad angoli retti con vn' altra, quella è la meridiana.

Ma per hauerla fuori del giorno del l'Equinottio prima è necessario sapere il luogo del Sole, ò per l'Effemeridi, ò per altra via, e con quello la declinatione per la Tauoletta quà posta alla pag. 111. la quale aggiunta all'altezza dell'Equatore, e leuata da essa, ci darà le due altezze del Sole meridiane, cioè essendo il Sole tanto nel parallelo del proposto giorno, quanto nel suo oppo-

sto,

ſto, ſupponendo per più facilità, e breuità, e per ſchiffare la varietà de caſi, che l'operatione s'habbi à fare per li 30. Poli della Tauoletra per li Horologij Orizontali. Prenderemo poi le Tang. 2. di dette due altezze meridiane al seno toto 1000. che ſaranno l'ombre meridiane: ouero prenderemo i meſ. delle altezze meridiane, e giungendo 3. alla ſeſta figura (laſciata la ſolita vnità &c.) e cercando i log. che ne vengono nella 2. Tauola logar. conforme al Prob. 2. li numeri, che li corriſponderanno, ſaranno pure le ſudette ombre meridiane, ma ciò ſi fà più preſto per le Tangenti Preſa poi la differenza, e ſemidifferenza di dette ombre meridiane giungeremo il log. di eſſa ſemidifferenza, trouato nella Tauola 2. log. al log. 2. dell'eleuatione polare, inſieme con il reſ. log. della già ritrouata declinatione del Sole, e ne verrà il log. di vn numero, dal quale ſottratta la ſudetta ſemidifferenza, reſtarà la diſtanza di ciaſcuno de fochi delle due Iperbole corriſpondenti nell'
Horo-

Horologio orizontale alli due sudetti opposti paralelli, dalla cima delle dette Iperbole; la quale dottrina benche spiegata, & essemplificata nel Prob. 10. hò voluto tuttavia quà riepilogare per maggior chiarezza. Trouate adunque con il calcolo le dette ombre meridiane, e distanza de' fochi, operaremo in questo modo.

Determinisi la lunghezza dello stile per osseruare l'ombra, la quale sia, A B, diuisa in 10. parti, ò anco in 100. se è grande, e si prolonghi indefinitamente come in, C, si misuri poi, A B, in, B C, due, tre, ò quattro volte, ò più secondo che sarà la maggiore ombra meridiana, notādo il termine della prima misura con 10. della seconda con 20. e così di man'in mano. Preparata questa scala, tiraremo vn'altra linea, come, D O, indefinita, nella quale sia il luogo dello stile, G, Pongasi poi che noi vogliamo fare l'osseruatione nel giorno del solstitio estiuo, e perche di gia habbiamo calcolato nel Prob. 10. l'ombra meridiana essendo il Sole ne' Tropici, e la distanza del foco dalla cima delle loro Iperbole, perciò essendo quella del Cācro parti 373. di quelle, delle quali lo stile si suppone 1000. cioè circa 4. decimi di esso stile, prenderemo dà, A B, li detti 4. decimi, trasportandoli sopra, D O, dà, G, in, H, Così nella istessa notaremo, G L, che è circa 24. decimi, cioè due stili, e 4. decimi,

ombra

ōbra meridiana di Capr. e ſimilmēte, F H, diſtanza del foco, F, dalla cima, H, della ſua Iperbola, che è 820. millesimi, cioè 8. decimi, & vn quinto di vn decimo dello ſtile, alla quale, F H, ſi deue parimēte prendere, L M, eguale in ambidue le quà poſte figure, che così hauremo li cinque punti, F, G, H, L, M. Fatto poi centro l'vno de' detti fochi, cioè quello dell' Iperbola contrapoſta all' Iperbola del parallelo del Sole, cioè in queſto eſſempio del Tropico del Cāc. nella prima figura il pūto M, e del Capr. nella ſeconda figura il pūto F, con l'interuallo della differēza delle ombre meridiane, G H, G L, cioè di, HL, deſcriueremo da qual parte più ci parerà della linea, D O, il mezo cerchio, I, Q N, Pongaſi poi finalmente, che, eretto in vna tauoletta piana, e poſta equidiſtantemente all'orizōte, mediante l'archipendolo, lo ſtile, X R (il quale è meglio che ſia imaginario, e cadente dallo ſtile reale, V, X, poſto obliquamente ſopra eſſa tauoletta, per non impedire il ponto, R, piede di det-

to stile, X, R,) si sia nel sudetto giorno osseruata vn' ombra lunga quanto, G K, cioè, R T, essendosi subito in quella notato il punto T, come anco, per la seconda figura, potiamo supporre fatta la osseruatione nel giorno del solstitio hiemale, essendo l' ombra osseruata, R T, eguale à, G K, nella seconda figura. Fatto dunque centro, G, con l'interuallo dell' ombra, G K, osseruata descriueremo il mezo cerchio, E P K, dall' istessa banda dell'altro, e questo potiamo chiamare mezo cerchio dell'ombra, come quell'altro del foco, cioè, I Q N, Si deuon poi dalli fochi, F, M, inclinare ad vn ponto della circonferenza, E P K, come à, P, due rette linee, come, F P, P M, talmente che la loro differenza sia eguale ad, H L, cioè al semidiametro, I M, ò, Q M, nella prima figura, ouero, F N, ò, F Q, nella seconda, ilche sarà quando l' intrapresa frà le circonferenze de' descritti mezi cerchi, cioè, P Q, sia eguale à, P F, nella prima, ouero à, P M, nella seconda figura, poiche giungendo,

do, P G, ſarà l'angolo, P G O, quello che fà la oſſeruata ombra con la meridiana, che perciò, tirando nella tauoletta dà, R, la linea, R S, che con, R T, linea dell'ombra oſſeruata faci l'angolo, S R T, eguale à P G O, ma verſo doue ſi vede calare l'ombra, ſe cala, ouero, ſe và creſcendo, inanzi eſſa ombra, dà quel ſito, dal quale ſi vede, che viene creſcendo, (poiche inanzi mezo dì le ombre ſempre calano, e doppo ſempre creſcono) hauremo la meridiana, come, R S, che ſi cerca.

Quanto poi all'hauere il ponto, P, ſe ſi deſcriueſſe la meza Iperbola, H P Z, ò, L P Z, ſopra li fochi, F, M, e cime dell' Iperbole, H, L, in ambedue le figure, ò con il filo, e l'ago, ò con il filo, e la riga, come accenno nello Specchio Vſtorio, ò con il compaſſo come inſegna il P. Clauio nella ſua Gnomonica al lib. 1. e prop. 8. ſaria il concorſo di eſſa, e della circonferenza, E P K, cioè, P, il punto, che ſi cerca, poiche, F P, P M, ſariano trà loro differēti della quātità di, Q M, ò, Q F, cioè di, H L, lato

transuerso delle Iperbole sudette, come richiede la prop. 51. del Li. 3. de Conici, e com' io dichiaro nello Specchio Vstorio al cap. 44. Mà, per non entrare in questa fattura, si potremo spedir presto, con applicare vna riga mobile intorno al foco, che è cētro del descritto mezo cerchio, come intorno, M, della prima figura, ò, F, della seconda, girandola intorno à puoco à puoco si che tagli ambedue le circōferenze de mezi cerchi, R P K, I Q N, poiche se con il compasso andaremo cercando doue riesce, Q P, eguale à, P F, ò, P M, ciò potremo incontrare facilmente, & hauere l' intento nostro. Si potranno poi osseruare altre ombre nell' istesso, ò in altro giorno, però cercando di nuouo li detti cinque ponti, se non si ritrouasse il Sole nel parallelo contraposto à quello, per il quale fossero già trouati, che in tal caso si seruiressimo dell' istessi ponti, come si è fatto di sopra preualendoci de' medesimi punti per ambidue li solstitij, e così con queste replicate osseruationi si potria giustificare

la

la già trouata meridiana, li quali sudetti cinque punti per li principij de' segni sono già calcolati nella tauoletta per li Horologij orizontali, mà auuertasi, che il foco iui posto significa la distanza di esso foco dal piede dello stile, come si è detto nel Prob. 12. ant.

Aggiungo di più, che se intorno al piede dello stile descriueremo vn cerchio con l'interuallo dell' ombra meridiana calcolata nel proposto giorno mediante l'altezza meridiana, che è l'aggregato della declinatione, & altezza dell'Equatore per i segni boreali, e la differēza de gl' istessi per gli australi, prendendo la Tang. 2. di detta altezza al seno toto 1000. ò 100, ò 10. come più piacerà, che quando l'ombra solare nel proposto giorno starà nella circonferenza di detto cerchio, alhora l'ombra sarà distesa sù la meridiana, e quando la punta di essa ombra vi desse due volte saria segno, che l'altezza meridiana nō saria giusta, onde staria male ò la declinatione presa, ò l' altezza dell'Equatore supposta, la quale quā-

do l' errore non fosse nella declinatione, si aggiustaria con osseruare la vera ombra meridiana, poiche dalla proportione di essa al Gnomone s' hauria per il Prob. 6. l'altezza meridiana dalla quale dettratta la declinatione ne' segni bor. & aggiontauela nelli aust. restaria nota l'altezza dell' Equatore, & in conseguenza la eleuatione del Polo.

Notisi poi, che detti cinque punti si possono anco hauere geometricamente, poiche, se supponemo che, Y G, sia lo stile perpendicolare à, D O, sopra il centro, Y, con l'interuallo, G Y, descriueremo il quadrante, Y G ♋, & in esso prenderemo le altezze meridiane ne' paralleli opposti, ♋ ♑, ♋ △, tirando dà, Y, per, △, ♑, le, Y △ H, Y ♑ L, che incontrino, G O, in H, L, questi saranno le cime delle Iperbole rispondenti à detti paralleli, & G H, G L, le ombre meridiane, onde se intorno, H L, descriueremo vn cerchio, e proseguiremo il resto della operatione, che insegna il Prob. 10. trouaremo ancora li fochi, F, M, geo-

M, geometricamente. Ouero ſi po-tremo ſeruire della prattica del Padre Gruemberger riferita dal P. Fuligatti nella 4. Parte delli Horiuoli à Sole. Hò poi tralaſciato il dire del modo, che s'hauria dà tenere, quando le dette Settioni non veniſſero Iperbole, mà Parabole, ò Eliſſi, perche ciò non può accadere ne' detti 30. Poli, alli quali hò hauuto principalmente riguardo, onde per eſſer breue laſcio queſto all'induſtria di chi ne foſſe curioſo, poiche non difficilmente dalle coſe inſegnate nelli antecedenti Problemi potrà ritrarſi il modo dà tenerſi in queſte Settioni ancora.

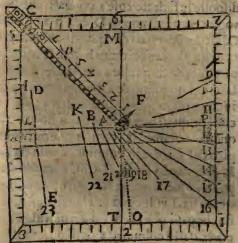
PROBLEMA XIV.

Come ſi deſcriua l'Horologio orizontale per le ſudette Tauolette à qualſiuoglia de loro Poli.

IN due modi potiamo deſcriuere l'Horologio orizõtale per li quattro Poli di g. 42, 43, 44, e 45, il primo de-

 pende

pende dalle quattro Tauolette, che principiano alla pagina 136, & il secondo da quelle, che cominciano alla pag. 40. Per esplicatione del primo deuasi descriuere l'Horologio orizontale al Polo di g. 44. Prima dunque prepararemo il quadrato, M L T P, fatto di carta, ò cartone, ò altra materia più atta, e di che grandezza ci parerà (mà quanto sarà più grando tanto verrà l'Horologio più esquisito) i cui lati siano diuisi in parti eguali ne' detti ponti L, P, T, M, i quali ci douranno rappresentare le quattro parti del Mōdo principali, cioè Leuante, Ponente, Tramōtana, e Mezo giorno. Si diuida poi ciascuna delle dette metà in 10. ò 100. parti ancora se fosseno di competente grandezza, e vi si mettano li numeri 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. conforme che si veggono andando dà P. verso T. i quali significaranno 10. 20. 30. &c. se la metà del lato fosse diuiso in 100. si dissegnarà poi la scaletta, A C, sopra la riga, A C, di tante parti eguali allo stile, che si elegerà, come ad A F, quāte conosceremo

remo douerci bisognare dalla massima ombra della Tauoletta, lasciata quella dell'hora 9. che troppo longa la richiederebbe. Collocato poi detto

quadrato sopra quel piano; sopra il quale s'haurà da dissegnare l'Horologio, si che non si possi mouere, tiraremo le linee, M T, L P, delle quali supporemo, M T, per meridiana, &, L P, per commune settione del verticale primario, e piano dell'Horologio, e nel

loro concorſo, che è il centro del quadrato, & il piede dello ſtile, A F, metteremo il capo, A, della riga mobile intorno ad eſſo centro Preparate poi, e diſpoſte le ſudette coſe, pongaſi che ſi voglia notare il ponto, D, dell'h. 23. del Cãcro, prẽderemo dunq; dalla colonnetta delle diſtãze azimutali del Cancro parti 4438. di quelle, che la metà del lato del quadrato ne è 100. ouero 444. in circa poſto quello 100. ouero 44. decimi, e quaſi mezo, poſto quello 10. e queſta diſtanza la computaremo nel giro del quadrato comminciando da, P, & andando verſo, T L M, notando il ponto, doue termina la numeratione, il quale ſia, I, volgendo poi la riga, A C, fin che paſſi per, I, & iui fermatala, e preſa dalla colonnetta dell' ombra di Cãcro dell'h. 23. 5997. milleſimi dello ſtile, A F. cioè quaſi 60. decimi di eſſo ſtile, li cõputaremo da, A, ſopra, A C, e poſto, che la numeratione arriui come in, D, notaremo il ponto, D, dell'h. 23. di Cãcro. Nell'iſteſſo modo poi cercando la diſtanza azimuthale, & ombra della

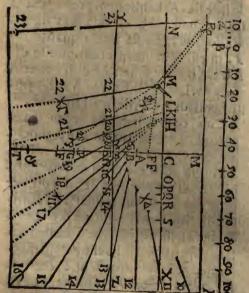
della h. 22. di Cãcro, e facendo la cõputatione come si fece per l'h. 23. segnaremo il punto, K, dell' h. 22. e così gli altri põti, e di Cãc. e di Capr. e dell'Equinottiale, le cui distanze azimuthali, & ombre sono notate nella Tauoletta. Si congiungeranno poscia li punti dell'h. 23. di Cãc, & Capr. quali essẽdo presi giusti dourà la linea, che si congiũge passare per la 23, dell'Equinottiale, e così anco quelli dell' h. 22. 21. &c. mãcãdo li punti di Capr. si seruiremo di quelli dell'Equinottiale, e mancando finalmente questi ancora, come accade per l' h. 12. 11. e 10. tiraremo quella della 12. parallela all' Equinottiale, quella dell' 11. la dirizzaremo cõ il ponto dell' Equinottiale dell' h. 23. e quella della 10. con quello della 22. si come quella della 9. si dirizzarebbe con quello della 21. quando il ponto di Cãc. di essa 9. nõ venisse tanto lontano dallo stile, come viene, che perciò si può lasciare.

Notisi poi che si potranno meglio aggiustare le linee horarie con le distanze

ſtanze horarie poſte nell' vltima colonnetta, per intelligenza di che, ſupponga ſi, che vogliamo vedere ſe la, D E, linea dell' h. 23. è tirata bene. Prendo adunque dalla Tauoletta la diſtanza horaria dell'hora 23. che è circa 19. decimi (laſciate le due figure à mano deſtra) quali numerati nel giro del quadrato da P. verſo T. come ſi fà della diſtanza azimuthale, vengano à terminare per eſſempio al punto, O, onde tirata la linea, A O, occulta, à queſta deue eſſere parallela, D E, ſe ſtà bene; e l' iſteſſa proua ſi potrà fare per le altre ancora. Finalmente tiraremo l' Equinottiale, G H, per i ponti ſegnati, ouero per il ponto del concorſo dell' h. 18. con la meridiana in iſquadro con quella, e così hauremo formato l' Horologio orizontale per il detto Polo di g. 44.

Quanto poi all' altro modo eſſo non varia molto dà quello, che inſegna il P. Fuligatti nel principio della 4. parte de' ſuoi Huoriuoli; ſolo è differente perche il punto horario, li fochi, e ter-

mini

mini de' Tropici quà si prendono immediatamente dalla scala fabricata

di parti eguali allo stile, senza hauere di bisogno di dedurli dal cerchio, come fà esso, il che meglio dalla prattica s'intenderà.

Sia dunque da fabricarsi l'Horologio orizõtale pure al Polo di g. 44. hora

ra tiraremo dunque prima la linea meridiana, M T, nella quale il luogo dello stile sia, A, habbisi poi preparata la scala, come, α β λ, di parti eguali allo stile, che sia longo quanto, α β, in essa dunque prenderemo le distãze, A B, ombra meridiana di Cãcro A E, di Ar. Lib. A G, di Capr. A P, del pũto horario, A F F, del foco australe, & A C, del centro, notandole come si vegono nella meridiana, M T, e prendendo pure, G F, dal Capr. in giù eguale à, B FF, già notata, le quali distanze habbiamo nella Tauoletta de 30. Poli per ordine nelle colonnette della fac. sinistra dirimpetto al Polo 44. con i titoli di bor. ò austr. secõdo che si deuono notare rispetto allo stile, che perciò metteremo nella meridiana, M, T, che mostrino mezo giorno, e tramontana, e similmente, Z, significarà il Ponente, & Y, il Leuante. Trouati poi questi ponti nella meridiana tiraremo per, E, C, due linee in isquadro con, M T, cioè, N X, Y Z, indefinitamente di quà, e di là prolongate, e poi posto il piede del cõ-

passo

passo in, P, punto horario, lo stende-
remo fino in, E, e con l'istessa apertu-
ra notaremo di quà, e di la dà, E, in
YZ, Equinottiale l'h. 21. e 15. e nella
NX, linea dell'h. 6. astronomica pure i
punti, H O, con l'istessa apertura di
quà, e di là da, C, aperto poi il com-
passo quanto distano l'h. 21. e 15. già
notate, posto il piede in, P, segnaremo
pure in, Y, Z, l'h. 22. e 14. e poi postolo
nell'h. 22. hauremo con l'istessa aper-
tura l'h. 23. e 17. e postolo nell'h. 14. no
taremo la 13. e 19. cioè tutte queste cō
l'istessa apertura della 21. e 15. e fi-
nalmente diuisa in tre parti vguali la
distanza dell'h. 22. e 14. notaremo l'h.
20. e 16. Hauuti poi questi punti tras-
feriremo le distanze, P. 17. P. 20. P. 21.
P. 22. P. 23. sopra, N, X, di quà, e di la
dà, C, notando li punti, I, k, L, M, N, P,
Q, R, S, X, dipoi tiraremo linee morte
indefinite per i punti, N, 23. M, 22. L,
21. k, 20 I, 19. H, 18. e tornando indie-
tro in, C N, mà andando inanzi in, E Z,
per i punti, I, 17. k. 16. L. 15. M, 14. N,
13. e dal punto di mezo dì, C E, la li-

nea

nea dell' h. 12. parallela ad, Y Z, e per X, 23. S, 22. dell' Equinottiale. Fatto questo, si potriano tirare per gl' istessi pũti pure dell'Equinottiale incominciando da, X, le linee delle hore Babiloniche, si come s' incominciò dà, N, per descriuere quelle delle hore Italiane, e dal concorso di quelle con queste si potriano terminare dette linee horarie nel modo, che insegna iui il detto Padre Fuligatti, doue apporta ancora la ragione del modo di trouare li già notati punti tanto in, Y Z, quanto in, N Y. Similmente potremo terminare dette linee horarie medianti le ombre prese dalle antecedenti quattro Tauolette, (e ciò per li detti 4. Poli) poiche posto il piede del compasso in, A, & allargatolo alla quantità dell'ombra presa dalla sua Tauoletta, e poi dalla scala, æ A, girandolo fino che incontri la linea horaria proposta, esso mostrarà il ponto, che la deue terminare, mà perche può accadere nel girare del compasso, che l' incõtri due volte, conosceremo qual delli

due

due si deua pigliare dall' ordine delli
altri ponti dell'istesso Tropico, ò Iper-
bola, poiche deuono quelli tutti cami-
nare in vna linea caua continuata. Mà
se vorremo seruirsi de' fochi già nota-
ti potremo ciò ottenere mediante vn
filo come di seta sottile, e forte, il qua-
le intenderemo essere, F D & D F F,
i cui capi stiano fissi nelli fochi, F F F, &
esso raddoppiato passi come per la cru-
na di vn' ago, il quale per essempio sia
posto in, D, pōgasi poiche si vogli descri
uere l'Iperbola del Cācro metteremo
dūque l'ago in, B, pūto del Cācro nella
meridiana, e tirando per la cruna il fi-
lo raddoppiato, si partiremo cō quel-
lo dà, B, verso, X, ò, N, per essempio ver
so, N, facendo che eschino dalla cruna
parti eguali del filo raddoppiato, e no-
taremo i punti, ne' quali l' ago termina
le linee horarie indefinite, facēdo dop-
po l' istesso verso, X, e così terminare-
mo le dette linee horarie, anzi se an-
daremo soauemente mouendo l' ago
tenendo sempre teso il filo descriue-
remo la detta Iperbola del Cancro cō-
tinua-

tinuata. Similmente posto l'ago in, G, sopra gl'istessi fochi faremo quella del Capricorno. Se poi prenderemo dalla fac. destra della Tauoletta delli 30. Poli le ombre meridiane, & i fochi delli altri paralleli iui notati, computandole nella scala, e poi trasferendole sopra l'istessa meridiana dal punto, A, posti i capi del filo ne' fochi di ciascuna Iperbola respondente al proposto parallelo, e l'ago nella cima di essa Iperbola, che è la ponta della sua ombra meridiana, descriueremo nell'istesso modo le dette Iperbole, e così anco qualunque altre, delle quali siano noti i fochi, e le ombre meridiane. Questa prattica viene anco da me spiegata nello Specchio Vstorio al cap. 45. doue si dimostra pure come si possa ottennere l'istesso con vna riga volubile intorno al foco dell'Iperbola dà descriuersi, come sopra, F F, e con vn filo raccommãdato con l'vno de' capi nel foco rimanente, e con l'altro nell'altro estremo, ò qual si sia altro ponto della riga, disteso come in, F B, poiche intendendo

stesa

ſteſa la riga ſopra la meridiana, & il filo ancora, con l' ago poſto dentro eſſo filo raddoppiato nella cima dell'Iperbola dà deſcriuerſi, come in, B, ſtando teſo il filo, e mouendo la riga intorno à F F, facendo ſempre ſtare la punta dell' ago aggiacente al lato della riga, ſi che tenga ſteſo il filo, eſſa punta deſcriuerà la propoſta Iperbola, come iui meglio ſi dichiarà.

Mà quando non ſi vogliamo fidare del filo, potremo ſeruirſi del compaſſo, poiche prendendo comunque il pũto, ♉, nella meridiana ſotto il foco F, & aperto il compaſſo da, ♉, in G, ſe, poſto vn piede vna volta in F, & vna volta in, FF, deſcriueremo quattro archetti con la detta apertura, e dipoi aperto il compaſſo da, ♉, in, B, ſe ſopra gl'iſteſſi fochi, F, FF, deſcriueremo quattro altri archetti, ſegnaranno queſti li quattro primi come ne' punti, Φ, Δ, Γ, Π, & hauremo due punti per l'Iperbola del Cancro, cioè, Φ, Δ, e due per quella del Capricorno; cioè, Γ, Π, trouati mediante il pre-

il preso punto, &, Così tolti altri pũti sotto, F, trouaremo quanti punti vorremo nelle dette Iperbole, medianti i quali, tirando per essi soauemente vna linea curua continuata, si verranno pure à terminare le dette linee horarie. E' dunque manifesto l' altro modo ancora di descriuere l'Horologio orizontale per la Tauoletta delli 30. Poli, il che douea dichiararsi.

PROBLEMA XV.

Della construttione della Cassetta Horaria.

POteuasi doppo gli antecedẽti Problemi soggiungere qualche cosa ancora circa l'vso de log. per ritrouare le longhezze, e larghezze delle ombre tanto ne piani verticali, quanto ne gl' inchinati, mà perche già le Tauole sono fatte da altri, & il diffondermi più in questa materia di Horologij leuarebbe il luogo ad altre specolationi, hò pensato di terminarla con la proposta di

di questo istrumento fabricato ad vn dato Polo con il quale potremo fare l'Horologio Italiano, Bab. & Astron. in qualsiuoglia superficie nella maniera quasi, che si fà con l'Emisfero. Questo chiamo io Cassetta horaria, poiche appunto è vna Cassetta, che e giusto la metà di vn cubo cauo di dentro, cioè che hà il fondo quadrato, e le sponde erette à perpendicolo sopra di esso ne' lati dell'istesso quadrato, di altezza, che è la metà del lato del detto quadrato, alla quale è vguale lo stile, che si deue intendere infisso nel centro del quadrato in isquadro sopra di esso, si che la cima viene ad essere nel centro del quadrato superiore, e opposto alla base, essendo disegnato l'Horologio nella superficie interiore di essa Cassetta se bene si potria anco disegnare nella esteriore. Hò eletto questa forma sì per variare dall'Emisfero, sì anco perche parmi, che si potiamo più facilmente assicurare della giustezza di questa, che di quello, e perche anco si può fare di cinque

pezzi

pezzi facili da commettere insieme, e dà discommettere, onde così viene ad essere ageuole dà portare, occupando perciò puoco luogo, & il modo di dissegnare detto Horologio è quasi tanto facile, quanto il fare l'Horologio orizontale entrãdoui solo di più il pigliare le altezze delle ombre notate nelle Tauolette de' 4. Poli, il che si farà nel modo, che qui da basso s'intenderà.

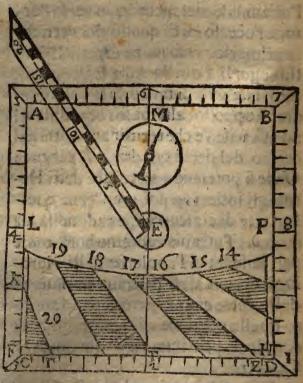
Deuasi fabricare detta Cassetta horaria al Polo di g. 44. Perche adunque deue essere di cinque pezzi, cioè del fondo quadrato, e di quattro sponde rettangole di longhezza eguale al lato del quadrato, e doppio della loro larghezza, chiamaremo il fondo, base, e sponda orientale, quella, che và posta verso leuante, e che riceue per di dentro le hore verso l'occaso, sponda occidentale, quella, che và verso occidente, che riceue le hore della matina, sponda boreale, che và verso borea, e che riceue le hore circa il mezogiorno, e sponda australe quella, che và verso austro, nella quale solo può accadere,

che

che vi ſi noti il centro per l' hore aſtronomiche, ſi che è manifeſto che queſto Horologio è compoſto di quattro pezzi di Horologio, cioè di vna parte dell'orizontale, del meredianο verſo l'orto, e l'occaſo, e di quello del verticale primario verſo mezo dì, con li loro ſtili eguali à quello della Caſsetta, & infiſsi ne' pũti di mezo de lati del quadrato oppoſto alla baſe, equidiſtanti ad eſſa baſe, e che terminano tutti nel centro del detto quadrato ſuperiore. Onde ſi potriano ancora fare detti Horologij intieri, e poi prenderne quella parte di ciaſcuno, che cade nella ſua faccia. Tuttauia vedremo hora come per le ſudette Tauolette delli Horologij orizontali ſi deſcriua in ciaſcuna delle dette cinque parti ſeparatamente quella portione di Horologio, che conuiene per integrare quello della Caſsetta.

Fatte dunque fare di quella materia, che più ci parerà à propoſito detti cinque pezzi, ſe nõ vorremo fare l'operatione immediatamẽte ſopra di eſſe,

potremo diſſegnare le linee horarie sù la carta, e poi trasferirle in detti pezzi. Sia dunqne prima la ſua ba-

ſe quadrata, A B D C, nella quale ſi habbi à diſſegnare la ſua parte dell' Horologio, quello noi otterremo facil meute mediante il quadrato, che ſi

adoprò

adoprò nel Prob. antecedente al pri-
mo modo di fare l'Horologio orizon-
tale, il quale però ſupporremo che ſia
eguale (cioè il quadrato interiore)
à queſta baſe, A B D C, mettendo pa-
rimente la riga volubile nel centro, E,
la quale però faremo eguale al lato
come, A C, e diuiſa nell'iſteſſo modo,
imperoche hauendo accõmodato det-
to quadrato intorno al quadrato del-
la caſſetta, A C D B, e tirata la li-
nea mer[illegible], M T, & L P, occul-
ta per [illegible]uare il centro, e (ſignifican-
doci pure le lettere, L P M T, le quat
tro parti del mondo principali) ſe
vorremo per eſſempio notare il punto
dell'h. 14. di Cancro (poiche le hore
inanzi la 14. non vi caſcano, il che ſi
conoſce perche la loro ombra vſcireb-
be fuori del quadrato, A D) preſa dal-
la Tauoletta del Polo 44. la diſtanza
azimuthale, che è 443. milleſimi, cioè
circa 4. decimi, e mezo di, P D. li nu-
meraremo da, P, in D. fermando la ri-
ga, ſopra la quale computaremo da,
E, l'ombra di eſsa h. 14, che è 708.

          mil-

millesimi, cioè circa 7. decimi, e notaremo il punto della h. 14. precisamẽte come si fece nel Prob. ant. e così faremo per hauere gli altri punti di Capricorno, che cascaño nella base; come anco se vorremo potremo notare quelli dell'Equinottiale, ò almeno quello dell'h. 20, lasciando gli altri, & in vece potremo prendere dalla Tauola de 30 Poli di rimpetto al Polo 44 l'ombra di Ariete Libra, che stà nella colonetta di Ariete Libra, e computatala da, E, sù la riga stesa sopra, E T, notare il punto, G, tirando per esso la, H F, paralella à, C D, che incontri, A C, B D, in, F, H, e sarà, F H, la parte dell'Equinottiale che cade nella base (la quale solo al Polo 45. sarà l'istesso con il lato, C D) dentro la quale dourà essere il detto pũto dell'h. 20 già detta, se sarà trouato bene Tiraremo poi da' detti punti le linee horarie medianti le distanze horarie, come si insegnò nel Prob. ant. notãdo il pezzo della linea dell'hor. 20. con, λ r, e l'estremo della linea dell'hor.

16.

16. nel lato, C D', con'il punto Σ. Potremo ancora tirare in vn foglio à parte vna linea, come nel secondo Horologio del Prob. ant. M T, ſegnando in eſſa, A, per luogo dello ſtile, e poi prendendo dalla Tauoletta de 30 Poli l'ombra di Ariete Libra, & il pũto horario, cioè A E, &, A P, computandole però nella riga mobile, ò qualunque lato del quadrato, A D, e poi tirando per, E, la, YZ, in iſquadro con, M T, poiche trouaremo come iui ſi fece i punti delle hore Equinottiali, e traſferendo poſcia le loro diſtanze da, E, ſopra, F H, potremo anco ſenza le dette diſtanze horarie tirare le dette linee horarie, ò con ambedue queſti modi potremo meglio giuſtificarle, e così haueremo diſſegnata la parte dell' Horologio, che caſca nella baſe, A B D C, della caſſetta.

Siano hora le quattro ſponde rettangole, Q D, S C, Z A, N B, ſopra i lati del detto quadrato, B D, D C, C A, A B, diuiſe come quelli, cioè, B D, in, P, H, D C, in T, Γ, C A,

Q 9 10 11 12 Δ ♈ ♉ ♊ a B Φ 13 14 15 D

S 17 18 19 20 21 22 V 16 D Σ Γ C

Z X 24M 23 22 21 20 C Γ H L A

N ℞ O A M Ω B

in, F L, &, A B, in, M, cominciando adunque dalla ſpõda per eſſempio occidentale, Q D, diuiſo, Q R, egualmente in Y, tiraremo, Y H, portione dell'Equinottiale, che caſca in queſta ſponda, dipoi volẽdo incominciare dalla h. 9. di Cancro, preſa la di lei diſtanza azimuthale 7411. milleſimi, cioè circa 74. decimi, che caderebbono nel giro del quadrato, A D, trà, B P, e perciò anco in queſta ſpõda caſcano trà, B P, compaſſandoſi nel detto giro dà, P, per, D C A, ſino in, B, 70. decimi, li quattro di più ſi computaranno dà, B, in, P, terminandoſi come in, Φ, e così gl'iſteſsi dà, Q, in Y, terminandoſi come in, Δ, tiraremo poi, Φ Δ, occulta, e ſopra eſſa dà, Φ, notaremo l'altezza di eſſa h. 9. preſa dalla Tauoletta nella propria colõnetta delle altezze di Cancro, ſegnando il ponto, 9, dell'h. 9 di Cancro con la detta altezza, la quale è 943. milleſimi dello ſtile, cioè circa 9. decimi, e mezo. Nell'iſteſſo modo mediante la diſtanza azimuthale, che cada trà,

B, D, e l'altezza ascritta alle h. 10, 11, 12, & 13, di Cancro notaremo i punti 10, 11, 12, 13. Perche poi non ne potiamo hauere altre in questa spõda cercaremo nell'istesso modo i punti delle h. 14, e 15 di Ariete, Libra, e quello di h. 16. di Capricorno, e poi con le distanze horarie, le quali nel giro del quadrato, A C D B, cadono frà D B, computandole però sopra, Q R, dà, Q, in, R, ritiraremo le linee horarie. Come per essempio la distanza horaria della h, 15 è quasi 6. decimi, da numerarsi da, P, verso, D, cioe, da Y, verso, R, come sino in, &c, onde per, &c, & il punto dell'h. 15. trouato nell'Equinottiale, Y D, si tirerà là, &c, 15, linea horaria dell'h, 15. e nell'istesso modo le altre ancora, che appartẽgono à questa sponda, ricordãdosi di notare il termine della linea dell'h. 16 nel lato, R D, con il pũto *a*.

Similmente nella sponda boreale, S C, trouaremo medianti le distanze azimuthali, che cadono trà, D, C, delle h. di Capricorno, e le loro altezze i punti

punti delle h. 17, 18, 19, 20, 21, e 22, e compassate in, S V, le loro distanze horarie, tiraremo quella parte delle linee horarie, che cade in questa sponda, ricordandosi anco in questa di notare per la h. 20 il punto. r, respondente al punto, r, notato nella base, e la parte della meridiana, T F F.

Così nella sponda orientale, Z A; con le distanze azimuthali, che cadono tra C A, e le altezze, notaremo i punti delle h. 23, 22, e 21 di Cancro & essendo diuisa, Z M, egualmente in X, tiraremo, X F, parte delll'Equinottiale, che cade in questa sponda, e e poi trouaremo anco i punti delle h. 23, 22, 21, Equinottiali per tirare le linee horarie delle 23, 22, e 21, che non si pono tirare con le distanze horarie di esse, perche quelle non cadono trà, A, C, cioè trà, M, Z. Vi resta l'h. 20 della quale notaremo il punto di Cancro come si è fatto delli altri, presa poi la distanza, C λ, della base la trasportaremo sopra, C A, segnãdo il punto, λ, giungeremo poi, 20

ζ, pezzo della linea dell'h. 20, che casca in quella sponda, parte della quale ancora casca nella base, cioè, λ Γ, e parte nella sponda. S C, cioè, 20, Γ, si che ella casca in tre piani, il che auuiene ancora à quella della h. 16. parte della quale è nella sponda, Q D, cioè, 16 α, e parte è nella base, cioè, 16 Σ, onde se prenderemo nella spõda, S C, in, S D, la D α, eguale à D α, della sponda, Q D, e similmente fatta in, S C, D Σ, eguale à, D Σ, della base, A D, se tiraremo, A Σ, questa sarà il pezzo della linea dell'h. 16, che causa nella sponda, S C. Potremo poi volendo notare la distanza azimuthale dell'h. 24 di Cancro 4666, che cade nel giro del quadrato, A D, trà, L A, cioè nella sponda, Z A, trà, X, &, M, doue è notato il 24, portando dall'altra banda di, X, ancora, come anco di quà, e di là da Y, nella sponda, Q D, pure la distanza X, 24.

E finalmente nella sponda, N B, si notarà il centro in questo modo, prẽderemo dalla Tauoletta de 30. Poli esso

centro

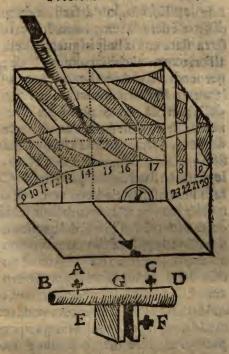
centro dirimpetto al Polo 44. compaſ-
ſandolo dà, A, verſo, B, e notando il
punto doue termina, come, Ω, giun-
geremo occultamente, N Ω, e diuiſa,
N O, egualmente in ℞, tiraremo, ℞M,
la quale doue ſarà tagliata dà, N Ω,
come in, ✢, quello ſarà il centro da
notarſi in queſta ſponda.

Fatto poi l'Horologio in queſte cin
que faccie, la foraremo tagliando via
tutta la parte, che ſi vede ombreggia-
ta, laſciando quel luoco di margine,
che ſi vede intorno, e poi le congiun-
geremo inſieme conforme al loro ſito,
e nel modo, che più ci parerà eſpedi-
ente, sì che ſi poſsino dette faccie diſ-
commettere, ſe pure le vorremo ſcom
mettere in tal maniera, e coſi hauere-
mo fatto la caſſetta horaria per il Polo
44, nella cui baſe ſi potrà mettere la
calamita per la meridiana, & il per-
pendicolo cadente per eſſempio nella
ponda, N B, dal punto, ℞, come, ℞✢,
potendoſene accommodare vn' altro
in vna delle altre due ſponde, Z A,
Q D, dentro, ò fuori come più piace-

 rà,

rà, per meglio assicurarsi chè la cassetta stia con la base parallela all'orizonte, e poi l'adoperaremo come s'insegna nel seguente problema.

PROBLEMA 16.
Dell' vso della Cassetta horaria.

COmposti che saranno insieme li detti cinque pezzi, e fabricata la detta cassetta come quà si vede potremo con quella fare l'Horologio Ital. Bab. ò Astron. in qualsiuoglia superficie piana, collocandola prima col debito sito, e poi adoperandoui il filo, ò li raggi visiui, come si dirà. Potremo poi hauere la cima dello stile, benche realmente quello non sia eretto nel centro della base (come si è detto douersi collocare) con l'incrocciamento di due fili, che vẽghino dalli angoli, ò dalli punti di mezo de lati del quadrato opposto alla base. Ouero potremo dalli punti di mezo de lati superiori dalla sponda oriẽtale, & occidentale stendere vna laminetta ini

fer-

fermata, che habbi vn foro giusto do-
ue batterebbe la cima dello stile rea-
le, dal quale foro si potrà tirare il filo.

Qnanto poi all'accommodare la
cassetta al suo sito, deue la cima del
stile

stile dell'Horologio dà farsi, e della
cassetta essere insieme vnite, & la cas-
setta stare con la base in giù parallela
all'orizonte, al che seruiranno li due
perpendicoli già detti, e con l'ago ca-
lamitato l'accommodaremo nel sito
della merediana. Si potrà poi soste-
nere la detta cassetta, ò con vn piede
de sotto, ò attaccandola allo stile già
fisso nel muro, ò superficie dell'Horo-
logio da farsi nel modo quasi che si at-
taca l'emisfero, cioè con vn cerchió
mobile intorno alla cima dello stile di
detta cassetta nel pianò del quadrato
opposto alla base, e con il cannoncino
attaccato al cerchio dà infigere nello
stile dell'Horologio da farsi. Ouero
tralasciato il cerchio, e ritenuto il cã-
noncino, vi potressimo accommodare
di sotto vna morsa mobile in giro per
poterui mettere dentro l'orlo della
cassetta, & iui stringendo la morsa so-
stenerla, ciò dico in particolare per i
muri, ne quali è più frequente l'vso
di fare gli Horologij, il che si può ap-
presso à puoco vedere nel sudetto dis-

segno,

ſegno nel quale, B D, è il cannoncino, più ſtretto in, B, che in, D, e di cauità tale, che poſsi ſcorrere sù, e giù per lo ſtile dell'Horologio da farſi e fermarſi con le due viti, A, C, in ogni luogo, e la morſa è, E F, che prēderà il giro della caſſetta come ſi vede la quale, quando eſſa ſtia nel debito ſito detto di ſopra, ſi ſtringerà con la vite, F, e ſi fermarà detta caſſetta Circa poi l'altre ſuperficie inchinate, & anco non piane, purche la caſſetta ſtia nel ſopradetto ſito (il che laſciamo all'indnſtria dell'artefice) ſi potrà pure diſſegnare l'Horologio in eſſa come ſi dirà.

Fermata dunque che ſia la caſſetta, e volendo fare l'Horologio Italiano tiraremo il filo, ò raggio della viſta per i punti delle hore tanto ne Tropici, quanto nell'Equatore per proua di quelli, ſtendendolo ſino alla ſuperficie dell'Horologio da farſi, e notaremo in eſſa li punti corriſpondenti, congiungendo poi le linee horarie di ciaſcuna hora; e non caſcandoui ſe non

vn

vn pezzo di linea horaria, trouaremo la drittura di quello con il punto di Cancro, e con vn'altro punto qualsisia, che batta in essa superficie, al che riesce assai commodo l'essere la cassetta forata secondo la lunghezza di dette linee horarie. Nell'istesso modo trouaremo la drittura della meridiana, quando non fosse fatta prima, e tiraremo l'Equinottiale, douendosi questo è quella segnarsi nell' istesso punto con la linea dell'h. 18, se saranno fatti bene, e parimente tiraremo la linea dell'orizonte, che và parallela ad esso orizonte, intendendosi che il piano, che passa per essa, e per la cima dello stile sia equidistãte al detto orizonte.

Per dissegnare poi l' Astronomico fatto che sia Italiano traguardaremo per il centro, che è nella sponda australe al Polo 44. e per la cima dello stile, e notaremo il punto corrispondente nella superficie dell'Horologio, dal quale come centro delle hore astronomiche tiraremo linee occulte indefi-

nite

nite per i punti delle hore equinottiali, facendo ſolo apparire la parte di eſſe rinchiuſa fra Tropici, delle quali la prima verſo Leuante ſarà quella dell'h. prima dà mezo dì, la ſeconda della ſeconda &c. la prima verſo Ponente quella dell'11, dalla meza notte, la ſeconda quella della 10. &c. e la meridiana à quella della 12.

In oltre chi voleſſe fare l'Horologio Italiano à vna ſuperficie non piana, biſognaria trouare della medeſima linea horaria molti punti propinqui, e per quelli tirare la detta linea horaria, e così le altre, nella propoſta ſuperficie curua,

Similmente volendo fare l'Horologio Bab. otterremo l'intento adoprãdo la detta caſſetta al contrario, cioè voltandola con la baſe in ſu, che però ſtia parallela all'orizonte, e con la parte, ò ſpõda boreale verſo oſtro, eſsendo pure congiunte le cime de ſtili, & eſſa nel ſito della meridiana, poiche traguardando per le linee horarie, e per la cima dello ſtile, nella ſuperficie

del-

dell'Horologio vi notaremo i punti per tirare le linee horarie, come si fece nell'Italiano, e ci verrà fatto l'Horologio Bab.

Di più hauẽdo vn vaso di superficie quanto si voglia aspera, & ineguale, & assegnatoui lo stile, se vi metteremo dentro acqua. ò altro liquore, si che arriui alla cima dello stile, ò ad vna tal parte di esso stile, adoperando pure la cassetta volta con la base in sù, e posta nel debito sito, con la cima dello stile congiunta con quella dello stile del vaso, vi dissegnaremo dentro l'Horologio Bab. traguardando per le linee horarie della cassetta, e per la cima de stili, e notẽdo nella superficie del vaso molti punti; propinque dell'istessa hora per poterui tirare le linee horarie, il quale Horologio non mostrerà giusto le hore, se non quando il liquore, che vi si pose nel farlo vi sarà iui messo dentro all'istessa altezza di prima.

Mà volendo in vn tal vaso dissegnare l'Horologio Ital. bisognaria che

quello

quello della caſſetta foſſe Bab. onde facendo fare vn'altra caſſetta ſimile, & eguale all'area interiore della già fatta, ſi che poſtauela dentro ſi combaci la ſuperficie eſteriore di queſta ſeconda caſſetta con la ſuperficie interiore della prima, ve la metteremo però dentro con la baſe in sù, & eſſendo forata la prima caſſetta ſarà facile ricauare le linee horarie delle tre ſponde nella ſuperficie eſteriore della ſeconda, quello poi della baſe lo ricaueremo cō vna charta, la quale poi applicaremo ſu la baſe della ſeconda caſſetta nella ſuperficie eſteriore in modo che le linee horarie ſi rincontrino, cioè quelle della ſteſſa hora, e vi diſſegnaremo ancora queſto della baſe onde haueremo nella ſuperficie eſteriore di queſta ſeconda caſſetta diſſegnato l'Horologio Bab. ſi che adoperandola volta con la baſe in sù nel modo, che ſi fece della prima per fare nel vaſo l'Horologio Babilonico vi diſſegnaremo nel medeſimo modo l'Italiano. L'iſteſſo poi ſi potria ancora ottenere

con

con l' Horologio orizontale Italiano per fare il Bab. e Bab. per fare l'Italiano, mà che fosse forato secondo la lunghezza delle linee horarie, stando quello equidestante, all'orizonte, e con lo stile in giù, la cui cima fosse congiunta con la cima dello stile del vaso.

Non tralascierò ancora di dire che se hauremo vna Tauoletta rettangola con vno stile piccolo infisso perpendicolarmente in vna delle di lei faccie, e questa si accommodarà sopra il lato superiore della sponda boreale della cassetta si che sia mobile intorno al pũto di mezo, ò alto di detto lato come centro, stando essa eretta alla base della cassetta, potremo accostare la faccia di essa, nella quale non è lo stile, à qualsiuoglia muro (mà è meglio applicare prima al muro vna riga larga, ò tauola rettangola con vno de lati, & adattare detta tauoletta mobile al lato opposto à quello, che tocca il muro) e volgendo la cassetta fino che stia nel sito della meridiana,

pren-

prendere la declinatione di esso muro. In oltre fermando la tauoletta mobile in quel sito, che verrà, applicata che sia alla riga, potremo mediante i raggi del Sole dall'Horologio della cassetta deriuarne vn'altro, ò come dicono i Practici, procrearlo nella faccia della Tauoletta mobile, nella quale sarà lo stile, cioè per essempio, battendo l'ombra nella cassetta con la sua estremità sù il punto dell'ho. 23 di Cancro con l'inclinarla verso il Sole, notaremo nella Tauoletta mobile l'estremo della ombra dello stile per il punto dell'hora 23 di Cancro, e così tutti gli altri &c. Come insegna il P. Clauio nella Gnomica al cap. 31. del lib. 7. il quale Horologietto ci seruirà per proportionare lo stile dell'Horologio grande dà dissegnarsi nel detto muro, quando ci fosse in quello proposto vn determinato spatio, posciache deuono il piccolo, & il grande essere simili, poiche le faccie, nelle quali saranno dissegnati vengono ad hauere l'istessa declinatione, e sono perpen-

pendicolari all'orizonte.

Lascio finalmente per essere breue molti altri particolari, che si potrebbono dire in materia così feconda, come è questa, intorno alla quale tanti hanno scritto, & inuentato tanta moltiplicità, e varietà d'instrumenti per dissegnare gli Horologij, che ben danno vn chiarissimo inditio della fertilità di questo campo; e nel quale hauendo leggiermente smosso vn puoco il terreno, per vedere quali riuscissero in quello i logaritmi, trapasserò ad altri campi, lasciãdo il profondarsi più à dentro à chi hà curiosità patticolare di questa materia, e rimettendo all'industria del Lettore molte cose, che s'aspettano alla mecanicha intorno alle dette Prattiche, ò Problemi; e ciò basti quanto alli Horologij Solari.

PROBLEMA 17.

Inuestigare l'altezza, ò depressione, rispetto all'Orizonte, di qualsiuoglia Stella, à qualunque eleuatione di Polo, in ogni momento di tempo.

QVesto Problema hà pure due casi come il Prob. 3. imperòche ò l'Orizonte taglia, ò nò il parallelo della Stella: Per il primo Caso seruirà la prima Regola del detto Prob. 3. e per ambidue li casi la seconda Regola, quando però si sapi la distanza di essa Stella dal M. C. che sarà come in detto Prob. la distanza del Sole pure dal M.C. E per sapere à quale de detti casi si appartenga la Stella, douremo auertire chè, se la declinatione di essa supererà il comp. dell'altezza del Polo, essendo boreale, sarà delle sempre apparenti, &, essendo australe, delle sempre occulti.

Per hauer poi la detta distanza dal M. C.

M.C. cercaremo con il dato momento di tempo il luogo del Sole, e la di lui aſcenſione retta, alla quale giungeremo i gradi corriſpondenti alle hore dopo mezo giorno, gettando via il cerchio intiero quando la ſomma lo ſuperaſſe, e reſtarà l'aſcenſione retta del M.C. la quale conferiremo con l'aſcenſione retta della Stella, e leuando la minore dalla maggiore, il rimanente (purche non ſuperi g. 180.) ſarà la diſtanza dal M.C. e ſuperandoli, prenderemo il reſto à g 360. per la diſtanza del M.C. ricercata Di più ſarà la Stella nell'emisfero orientale, quãdo ſi ſarà leuata l'aſcenſione retta del M.C. dà quella della Stella, & il rimanente ſarà minore di g. 180, ò vero eſſendoſi leuata quella della Stella ſe il rimanente ſuperarà g. 180. Mà quella ſarà nell'emisfero occidentale, ſe leuata l'aſcenſione retta del M. C. il reſto ſuperarà g. 180, ò leuata quella della ſtella il reſto non ſuperarà g. 180; ſi come quando la Stella haueſse l'iſteſsa aſcenſione retta con il M. C.

è ma-

è manifesto che saria nel M. C. & essendo le loro ascensioni differenti per g. 180. saria nell'I. C.

Inuestigata la detta distāza dal M. C. cercaremo parimente per il Cap. 5. della Pratt. Astr. l'arco semidiurno di essa Stella nel primo caso, del quale essendo minore la detta distanza dal M C. sarà la Stella sopra Terra, e s'inuestigarà l'altezza: Ma essendo maggiore di esso sarà sotto Terra, onde potressimo, volendo, cercare la depressione, mà il tutto si farà con gli Essempij più chiaro.

ESSEMPIO PRIMO.

SIA proposto dell'Anno 1600. alli 15. di Marzo, otto hore doppo mezogiorno al Polo di g. 45. il Capo di Medusa, del quale si habbi da cercare l'altezza, ò depressione rispetto all' orizonte. Prima dunque dalla Tauola delle Stelle fisse trouo la di lui declinatione essere g. 39. 22. bor. la quale non superādo il comp. della eleuatio-

ne polare, che è g:45, conoſco che il ſuo parallelo è tagliato dall'orizō te, e che però ſi appartiene al primo caſo. E perche il luogo del Sole à detto momento è gradi 25 1 di Peſci, la cui aſcenſione retta è g. 355. 25. giungendoli g. 120. per hore otto, ne vengono (leuati g. 360.) g. 115. 25. aſcenſione retta del M. C. dalla quale leuando l'aſcenſione retta della Stella, che è g. 40. 38, reſtano g. 74. 47 diſtanza di eſſa Stella dal M. C. E perche ſi è leuata l'aſcenſione retta della Stella, & il rimanente è minore di g. 180. conoſco per il detto di ſopra quella eſſere nell'emisfero occidentale. Trouo poi l'arco ſemidiurno di eſſa Stella per il d. cap 5 eſſere g. 145. 7. del quale eſſendo minore la detta diſtanza dal M. C. cioè g. 74. 47, comprendo inſieme quella eſſere ſopra Terra, onde ſarà trà il M. C. e l'occaſo. Preparate queſte coſe, vi adopro la prima Regola del Prob. 3. e trouo la di lei altezza eſſere g. 36. 18, come appare in queſto calcolo.

Arco

Arco ſemid.della Stel	G. 145. 7		
Diſtanza dal M. C.	74.47		
Somma	219.54		
Differenza	70 20		
Semiſomma	109.57	1	997312
Semidifferenza	35.10	1	976039
Binario	--- --	1	030103
Eleuatione polare	45. 0	12	984949
Dec bor.	39.22	12	988824
Altezza della Stella	36.18	1	1977227

ESSEMPIO SECONDO.

SIA hora propoſta nell'Anno pure 1600. alli 14 di Nouembre, e hore 10 doppo mezogiorno, al Polo di g. 44, la lucida della Cathedra di Caſſiopea, la cui declinatione fù g. 56. 58 bor. e l'aſcenſione retta gr. 357. 5. il luogo del Sole g. 22.46 di Scorpio, e l'aſcẽſione retta g. 230.21. Hora per che la declinatione della Stella ſupera il comp. dell'altezza polare, conoſco quella eſsere delle ſempre apparenti in queſto orizonte. Riſoluo poi le hore 10 in g. 150, quali giungo all'aſcen ſione retta del Sole, cioè à g. 230, 21.

e ne viene l'aſcenſione retta del *M*.C. (leuato l'intiero cerchio) g. 20. 21. Et eſſendo l'aſcēſione retta della Stella g. 357. 5 maggiore di quella del M. C. leuo queſta da quella; e reſtano g. 336. 44. li quali ſuperando g. 180. & & eſſendoſi leuata l'aſcenſione retta del M C. da quella della Stella moſtrano che in detto momento la Stella era nell'emisfero occidentale, onde il reſto di eſsi à g 360, cioè g. 23. 16 ſarà la diſtanza della Stella dal M. C. Operando adunque per la ſecōda Regola del Problema 3. trouo l' altezza di detta Stella douere eſſere ſtata g. 70. 29, come appare in queſto calcolo

Diſt.d.m.c.g.	23.16	l	2996316		
Dec.bor.	56 58	m	2981307	l	992343
Arco	30.51	m	977623	rl2	006625
Eleua.polar.	44. 0				
Somma	74.51			l	998464
Alt.della Stel	70.29	l		l	997432

Nota poi, che nell'iſteſſo modo potreſsimo hauere la depreſsione di vna Stella, come ſi fece del Sole nel Prob. 3.

PRO-

PROBLEMA 18.

Data la declinatione di vna Stella, la distanza dal M.C. & l'altezza sopra l'orizonte, ò la depressione sotto di esso, ad vna data eleuatione di Polo, trouare l'arco azimuthale.

IN questo Problema procederemo come si fece intorno al Sole nel Prob. 8. (doue si dechiarò, che cosa sia arco azimuthale) cercãdo per il Prob. ant. la distanza della stella dal M. C. (con notare insieme se è nell'emisfero orientale; ò occidentale) e l'altezza, ò depressione, e poi operando secondo il detto 8. Problema.

ESSEMPIO.

SIa di nuouo proposto al Polo di g. 45. il Capo di Medusa, come sopra, la cui dec. è g. 39. 22. bor. e la distanza dal M.C. g. 74. 47. essendo essa nell' emisfero occidentale, e l'altez-

za g.36.18. Trouo adunque, come appare in questo calcolo, che l'arco azimuthale è g.22.14. verso l'occaso.

Dec.bor.della Stella	G.39.22	l2	988824
Distanza dal M.C:	74.47	l	958450
Altezza	36.18	rl2	009370
Arco azimut.bor.	22.14	l	2l996644

Notisi, che detto arco sarà sempre dell'istessa affettione con la declinatione della stella, ò sia quella sopra, ò sotto l'orizonte, fuorche quādo la dec. sarà minore dell'altezza del Polo, e l'altezza della stella maggiore dell' altezza della medesima nel verticale primario, ò la depressione della depressione, poiche alhora saranno di cōtraria affettione. La detta altezza poi, ò depressione nel verticale primario si haurà giungendo insieme il log. della dec. della stella con il res. logar. della eleuatione polare, come si pratica intorno al Sole nel Prob. 7. poiche ne verrà il log. di detta altezza, ò depressione nel verticale primario.

Cosi

Cosi adunque trouo, che l'altezza del Capo di Medusa nel verticale primario per il sudetto Essempio è g.63.46. della quale nō essendo maggiore l'altezza della stella, che hà la dec. minore dell'altezza polare, perciò detto arco azimuthale sarà dell'istessa affettione con la declinatione, cioè boreale. Quando poi la dec. della stella è maggiore della eleuatione polare non accade cercare detta altezza, ò depressione nel verticale primario, come nel secondo essempio del Probl. ant. poiche la stella non vi può arriuare.

PROBLEMA 19.

Data l'altezza di vna stella sopra l'orizonte, con la eleuatione polare, inuestigare l'hora della notte.

QVesto Problema sarà molto à proposito per sapere il momento di tempo delli Eclissi Lunari, del nascimēto delle Comete, e dalli Astrologi viene adoperato per sapere con

esquisitezza il tempo natalitio. Per la prattica del quale dobbiamo hauere in pronto la dec. & ascensione retta della stella di nota altezza, e parimente quella del Sole, che poi nel resto procederemo come si fece nel Prob. 4. intorno al Sole, seruendosi della Regola generale posta in esso, senza hauere riguardo se la stella sia, ò nò, delle sempre apparenti, poiche la Regola vale per ambidue i casi, come si disse per il Sole. Doueremo bene considerare se la stella hà dec. bor. ò australe per sapere se habbiamo d'aggiungere al comp. dell'eleuatione polare il comp. della dec. della stella, ouero l'istessa dec. con g 90 che sono due casi della Regola in riguardo della declinatione. Operando adunque conforme alla detta Regola trouaremo la distanza della stella dal M. C. la quale si dourà giungere all'ascẽsione retta del l'istessa stella, se la di lei altezza sarà osseruata nella parte occidentale (il che si conoscerà dalla linea meridiana) ouero essendo nella parte orienta-

le

le dourà per il contrario leuarsi da quella , e ne verrà in ambidue i casi l'ascensione retta del M.C. dalla quale leuandosi l'ascensione retta del Sole (giungendo à quella vn cerchio quando non si potesse sottrare) restarà la elongatione di esso Sole dal M. C. la quale commutata in hore, ci darà l'hora, che ricerchiamo.

ESSEMPIO.

SIA data l'altezza sopra l'orizonte del Capo di Medusa g. 36.18. nella parte occidentale, al Polo di g. 45. nell'Anno 1600. alli 15. di Marzo, la declinatione adunque di essa stella è g. 39.22. bor. l'ascēsione retta g. 40. 38. & il luogo del Sole g. 25.1. di Pesci, la cui ascensione retta è g. 355.25. Operando adunque per la Reg. generale del Prob. 4. trouo, che la distanza dal M.C. è g. 74.47. e perche la stella è nella parte occidentale, giungo quella all' ascensione retta di essa, ch' è g. 40. 38, e ne vengono g. 115.25. ascensione

retta del M.C. dalla quale, cresciuta di g. 360. leuata l'ascensione retta del Sole gr.355.25. restano g. 120.0. cioè hore 8. dal mezo giorno.

Eleu.pol.G.45.0.Co.G.45. 0		r l	015052
Dec.bor. 39.22.Co. 50.38		r l	011176
Aggregato	95.38		
Altezza dat. 36.18 Co.	53.42		
Somma	149.20		
Differenza	41 56		
Semisomma	74.40	l	998426
Semidifferenza	20.58	l	955367
Doppio. Distanza	74.47	ll2	1980021
Semidistanza	37.23	l 2	990010

1 Nota poi, che quanto al luogo del Sole non ci essendo nota l'hora non potiamo saperlo precisamente, e ben vero, che l'errore non è di molta consideratione mentre variaremo dal vero per due, ò tre hore, poiche se fallassimo bene di vn giorno intiero l'errore non arriuaria però à min. 5.

2 Nota di più per questo, e per il 4. Prob. che quando si osserua l'altezza

za del Sole, ò delle ſtelle, quella, che ci dà l'inſtrumento non è la vera, ma biſogna per il Sole giungere all'altezza oſſeruata la parallaſſe, e leuarne la refrattione così per il Sole, come anco per le ſtelle, e ne verrà l'altezza vera ſopra l'orizonte, e ciò perche la parallaſſe ci fà vedere il Sole più baſſo, e la refrattione il Sole, e le ſtelle più alti, che non ſono. A queſto effetto ſi è poſta quà la ſeguente Tauoletta delle refrattioni del Sole, e delle ſtelle tolta da Tichone, che quanto alla parallaſſe baſterà ne i primi 30. gradi dell'altezza oſſeruata giungere à quella min. 3. da g. 30. ſino à gr. 60. min. 2. e da g. 60. ſino à g. 90. vn minuto. Ma chi le voleſſe più preciſe vegga Tichone nel primo Tomo de Proginnaſi, che le hà calcolate alla maſſima, media, e minima diſtanza del Sole dalla Terra. Da queſta Tauola delle refrattioni adunque potiamo comprendere, che ſe l'altezza del Sole oſſeruata foſſe gr. 30. giungendoui la di lui parallaſſe min. 3. e leuandone la refrattione min.

1.25. ſaria la vera altezza g.30. 1.35. Coſi ſe l'altezza oſſeruata di vna ſtella foſse gr. 12. leuandone la refrattione min.4. 30. reſtaria la vera altezza gr. 11.55.30. Eſsendo inſieme manifeſto da queſta Tauoletta, che la refrattione delle ſtelle termina, e ſuaniſce à gr. 20. di altezza, quella del Sole à g.45. e la di lui parallaſse arriua ſino à gr. 90. Coſi dunque douremo correggere l'altezze oſseruate del Sole, e delle ſtelle inanzi, che calcoliamo l'hora tanto in queſto, quanto nel 4. Problema.

Non deuo però diſſimulare, ch'eſſendo diuerſi gli orizonti, e più, e meno obliqui, poſſono così il Sole, come le ſtelle, & i Pianeti, hauer varie refrattioni per la varietà, e moltiplicità diuerſa de vapori, benche Tichone ſtimi, che ciò non poſſi apportare gran varietà in dette refrattioni, che perciò ſi riduce più toſto à non preſtare la fede intieramēte alle oſſeruationi del Rormano fatte in Caſſelle intorno alle refrattioni delle ſtelle (doue parue,

che

che quelle fossero la metà delle re-frattioni osseruate da esso Tichone in Vraniburgo) che all'admetterui grã differenza. Comunque si sia il negotio per hora si seruiremo della presente Tauoletta, e per chi volesse poi prendere questa fatica si metterà il Problema seguente per la osseruatione di queste refrattioni, acciò ciascheduno si possi comporre la Tauola per il proprio orizonte.

* * *

Refrat-

Altezza	Refrattioni del Sole	Refrattioni delle Stelle	Altezza	Refrattioni del Sole
G.	M. S.	M. S.	G.	M. S.
0	34. 0	30. 0	23	3.10
1	26. 0	21.30	24	2.50
2	20. 0	15.30	25	2.30
3	17. 0	12.30	26	2 15
4	15.30	11. 0	27	2. 0
5	14.30	10. 0	28	1.45
6	13.30	9 0	29	1 35
7	12.45	8.15	30	1.25
8	11.15	6.45	31	1.15
9	10.30	6. 0	32	1. 5
10	10. 0	5.30	33	0.55
11	9.30	5. 0	34	0.45
12	9. 0	4.30	35	0 35
13	8.30	4. 0	36	0.30
14	8. 0	3.30	37	0.25
15	7.30	3. 0	38	0.20
16	7. 0	2.30	39	0.15
17	6.30	2. 0	40	0.10
18	5.45	1.15	41	0. 9
19	5. 0	0.30	42	0. 8
20	4 30	0. 0	43	0. 7
21	4. 0	0. 0	44	0. 6
22	3.30	0. 0	45	0. 5

PRO-

PROBLEMA 20.

Come si possi conoscere la refrattione del Sole, e delle Stelle ad vn dato Polo.

QVanto al Sole sarà bene far l'osseruatione intorno al solstitio estiuo, sì, perche in quel tempo il Sole non muta in vn giorno sensibilmente la declinatione, si anco, perche l'aria allhora suole essere più purgata. Circa le stelle poi si potra fare in ogni tẽpo sereno, e che sia chiaro talmente, che la stella si possi scuoprire fino all' orizonte. Ma inanzi la detta osseruatione sarà necessario nel proposto giorno sapere l'altezza meridiana, la quale si haurà mediante l'altezza del Polo esquisitamente nota, con giungere al comp. dell'altezza polare la declin. bor. ò con leuare da esso comp. la decl. austr. poiche nell'vno, e nell'altro modo risulta detta altezza meridiana. Si deue in oltre à ciascuna altezza mi

nore

nore di grado in grado dell'altezza me ridiana (se ben potria anco bastare da g.45. in giù, ò più, ò meno, secondo, che più, ò meno si può trouare inalzarsi la refrattione nel dato orizonte) calcolare l'arco azimuthale, che conuiene à tale altezza, il che otterremo facendo l'aggregato de compim. dell' eleuatione polare, e dell'altezza proposta, e prendendo i res. log. de detti comp e poi facendo la somma, e differenza, semisomma, e semidifferenza del detto aggregato, e del compim. della declinatione, quando sia boreale, ouero del detto aggregato, e di essa declinatione con gr. 90. quando sia australe, e proseguendo il resto, come si vede nell' infrascritto calcolo, poiche il comp. dell'arco, che ne viene è l'arco azimuthale, il quale sarà boreale, se il trouato arco sarà minore del quadrante, & australe, essendo maggiore di esso, e verso l'orto, ò l'occaso, secondo, che il Sole, ò la stella si dourà osseruare verso l'vno, ò l'altro.

Questo arco azimuthale si troua

quà differentemente dal Prob.8.e 18.
poiche se bene anco quà s'intende il
triangolo sferico trà il Polo, zenith, e
il Sole, ò la stella, come là nondimeno
quà si suppongono noti li tre lati, e si
cerca l'angolo al zenith, cioè fatto dal
meridiano, e verticale proposto, il che
si ottiene mediante la 13. prima Rego
la delli obliquangoli sferici del Com-
pendio seguente, pratticata come quà
si vede.

Calcolati adunque detti archi azi-
muthali, collocaremo il quadrante per
osseruare le altezze sopra la meridia-
na prendendo l'altezza del Sole, ò del
la stella, e poi mettendolo nel sito del-
li altri azimuthi, de' quali habbiamo
già noti gli archi azimuthali, andare-
mo osseruando le altezze del Sole, ò
della stella, nel transito per detti ver-
ticali, e se l'altezza osseruata (giunta-
ui la parallasse conueniente à tale al-
tezza per il Sole) concordarà con la
vera nell'istesso verticale non vi sarà in
tale altezza vera alcuna refrattione,
ma se l'osseruata superarà la vera, l'ec-
cesso

cesso sarà la quantità della refrattione tanto per il Sole, quanto per le stelle in tale altezza.

ESSEMPIO.

VOgliasi al Polo di g. 44 la refrattione del Sole posto nel principio di Cancro, la cui altezza meridiana sarà g. 69 32. mentre egli haurà di altezza g. 10. Operando adunque come appare nel sottoposto calcolo trouasi l'arco azimuthale essere g. 23. 10 bor. onde notando il sito del suo azimutho mediante la meridiana, osseruo iui cō il quadrante nel transito del Sole la di lui altezza, quale pongo, ch' io la troui g. 10. 5. vi aggiungo poi min. 3. per la parallasse, e vengono gr. 10. 8. onde dico, che la refrattione del Sole in altezza vera di g. 10. e min. 8. Nell'istesso modo trouaremo la refrattione tāto nel meridiano, se vi è, quanto nelli altri siti, non solo per il Sole, ma per le stelle ancora, procedendo con l'ordine detto di sopra. E però vero che tali osseruationi vogliono essere fatte

con

con istrumenti grandi, e molto essatti, come auertisce Tichone, e la parallasse del Sole si deue pigliare più esquisita, prendendola dalla propria Tauola, posta, come si è detto, nel primo Tomo de Proginnasi.

Eleu pol. G.44.0.Co	6.46. 0	r l	014307
Alt. vera 10.0.Co.	80. 0	r l	000665
Aggregato	126 0		
Dec.bor. 23.32.Co.	66.28		
Somma	192 28		
Differenza	59.32		
Semisomma	96 14	l	999742
Semidifferenza	29.46	l	969589
Doppio. Arco	66.50	ll2	1984303
Semiarco	33.25	l 2	992151
Arco azimut.bor.	23.10		

PROBLEMA 21.

Inuestigare il momento di tẽpo, nel quale vna proposta stella arriua al M.C. nasce, e tramonta in vn dato giorno, ad vna data eleuatione di Polo.

QVanto all'arriuare al M. C. per sapere il momento di esso arriuo, leuaremo l'ascensione retta del Sole

le da quella della stella, & il rimanente conuertito in hore ci darà il detto momento dal mezo giorno. Hauendo poi l'arco semidiurno del Sole imparato dal Cap. 5. della Pratt. Astr. se il detto arco rimanente sarà minore del l'arco semidiurno; ò maggiore del comp. di esso al cerchio intiero, la stella giungerà di giorno al M. C. Ma se quello sarà maggiore dell'arco semidiurno, e però minore del comp. di esso arco semidiurno al cerchio, vi giungerà di notte.

Circa l'orto, e l'occaso, cercaremo l'ascensione obliqua della stella per il detto Cap. 5. e da quella leuaremo l'ascensione retta del Sole con g. 90. e restarà la elongatione del Sole dal M. C. la quale conuertita in hore ci darà il momento ricercato. Per l'occaso poi, cercaremo come sopra l'orto del suo opposto, che nell'istesso momento sarà l'occaso della stella. Se poi naschi, ò tramonti di notte, ò di giorno, lo sapremo mediãte l'arco semidiurno del Sole, come sopra.

ESSEMPIO.

POngasi, che noi vogliamo sapere al Polo di g. 45. in che momento di tempo dell'anno 1600. alli 15. di Marzo arriuasse il Capo di Medusa al M.C. nascesse, ò tramontasse. Essendo adunque l'ascensione retta d'essa stella g.40. 38. e quella del Sole g. 355.40. leuando questa da quella, cresciuta di g. 360. cioè da g. 400. 38. restaranno g. 44. 58. cioè circa h. 3. onde dico, che alle tre hore dopo mezo dì arriuò la stella al M. C. Trouo poi l'arco semidiurno del Sole, la cui declinatione è g. 1. 54. australe, per il detto Cap. 5. essere g. 88. 6. de quali essendo minore il detto resto, ch'è g. 44. 58. perciò si conosce per il detto di sopra, che detta stella arriuò di giorno al M. C.

Per il nascimento poi cerco per il detto Capo 5. mediante l'eleuatione polare, e la declinatione della stella, ch'è g. 39. 22. bor. la di lei ascensione obliqua, quale trouo essere g. 345. 30.

dalla

dalla quale, giuntili g.360. cauo l'ascensione retta del Sole con g. 90. cioè g.445.40. e restano g. 259.50. cioè h. 17.19. e perche li detti g. 259. 50. superano l'arco semidiurno del Sole gr. 88.6. e non superano il comp. di esso arco semidiurno al cerchio intiero, ch'è g. 271.54. perciò conosco, che non solo nacque alle h. 17. 19. ma che anco era di notte.

Per l'occaso finalmente giungo all'ascensione retta della stella, ch'è g.40. 38. g. 180. e formo l'ascensione retta dell'opposto di essa, cioè g.220.38. la cui declinatione sarà pure come della stella g.39. 22. ma di contraria affettione, cioè australe; e perciò trouata, ch'io habbi per il detto Cap. 5. la differenza ascensionale come sopra g. 55. 8. l'aggiungo all'ascensione retta gr. 220. 38. e ne viene l'ascensione obliqua del detto opposto della stella gr. 275.46. dalla quale, giuntili gr.360. cauo come sopra l'ascensione retta del Sole con g.90. cioè g.445.40. e restano g.190.6. cioè h.12.40. dal mezo dì,

nel

nel quale momento nacque l'opposto della detta stella, e però essa tramontò. E perche li detti gr. 190.6. superano l'arco semidiurno del Sole, ch'è g.88.6. e non superano il comp. di esso al cerchio intiero, cioè g.271. 54. però si conosce, che essa tramontò parimente di notte.

PROBLEMA 22.

Come si troui la latitudine ortiua del Sole, e di vna Stella, ad vn dato Polo, mediante la declinatione di essi, e l'altezza polare.

QVesto otteneremo facilmente giungendo insieme il resi log. 2. della eleuatione polare con il log. della declinatione, che ne verrà il log. di essa latitudine ortiua, la quale sarà ortiua boreale per il Sole, ò stella di declinatione boreale, & australe, essendo essi australi.

ESSEMPIO.

VOgliasi la latitudine ortiua del Sole, ò di vna stella, la cui declinatione sia g.21.23.bor. al Polo di gr. 42.operando adunque come appare in questo calcolo, trouo la latitudine ortiua essere g.29.23. boreale.

Eleu. polare	G.	42. 0	r l. 2	01 1893
Declinatione bor.		21.23	l	956 82
Latitud. ortiua bor.		29 23	l	1969075

Nota, che volendo ad vn dato Polo le massime latitudini ortiue del Sole, ò delle stelle, trouato vna volta il res. log. 2. dell'altezza polare, quello serue per tutti. Parimente se volessimo à diuersi Poli le massime latitudini ortiue del Sole, ò di qual si voglia stella, che ne' dati Poli habbi nascimento, trouato vna volta il log. della declinatione del Sole, ò della stella, basta giungere à quello il res. log. 2. delle varie eleuationi polari, onde facilissima-

mamente se ne hanno le massime latitudini ortiue. E poi manifesto, che la latitudine ortiua è vguale all'occidua dell'istesso Sole, ò stella, mentre non si muti la declinatione, onde dalla ortiua impariamo parimente la occidua.

PROBLEMA 23.

Come si possi hauere la declinatione delle stelle fisse ad vna data eleuatione di Polo.

PEr ottenere questo, proposta qualunque stella, che si possi vedere, osseruaremo con il quadrante la di lei altezza nel meridiano, correggendola per rispetto della refrattione con la soprapolta Tauola se ve ne fosse di bisogno. Hora se quest'altezza corretta sarà eguale all'altezza dell'Equatore, la stella non haurà declinatione. Ma non essendoli eguale la loro differenza sarà la declinatione, e questa boreale, superando l'altezza della stella quella

dell'Equatore, ma essendo superata sarà australe.

ESSEMPIO.

OSseruisi l'altezza meridiana di vna stella al Polo di g.44.la quale sia gr.49.25 e perche non vi è bisogno di correttione per la refrattione, leuo l'altezza dell'Equatore g.46. da quella, e restano g.3.25. declinatione boreale della stella.

Nota, che nell'istesso modo potremo osseruare la declinatione del Sole, ma la di lui altezza si deue correggere, e per la parallasse, e per la refrattione.

PROBLEMA 24.

Come si possi hauere l'ascensione retta delle stelle fisse.

PEr ottenere questa cercaremo prima l'ascensione retta di vna prima stella, quale più ci pare in questo modo.

modo. Trouata la meridiana, e notato il momento del mezo dì, osseruaremo con vn' horologio essattissimo il tempo, che scorre fino, che la stella arriui al meridiano, & in quel momento calcolaremo il luogo del Sole, e la di lui ascensione retta, alla quale giungeremo il detto tempo dal mezo dì conuertito in gradi per la propria Tauoletta, ouero più essattamente dando à ciascun' hora g. 15. 2 $\frac{1}{2}$, e se ne farà l'ascensione retta della stella, leuandone il cerchio intiero, quando la somma lo supra sse.

Per hauere poi l'ascensione retta di qual si voglia altra stella, posto, che per il Prob. ant. habbiamo la declinatione di essa prima, e di questa seconda stella, prenderemo ancora con vn quadrãte, ò altro istrumento la distanza di esse due stelle, e così intenderemo trà il Polo, e le dette due stelle formarsi vn triangolo sferico di lati noti, cioè due, che sono li comp. delle declinationi, quando esse sono dell' istessa affettione, ouero essendo di diuersa,

l'vno è comp. della déc. e l'altro è la déc. con gr. 90. & il terzo è la distanza delle dette stelle: onde per la Reg: 13. delli obliquangoli del Compendio seguente, se n'haurà l'angolo al Polo, parte dell'ascensione retta di questa seconda stella, d'aggiungersi all' ascensione retta della prima stella, e ne verrà (leuato l'intiero cerchio, quando la somma l'eccedesse) l'ascensione retta di questa seconda stella, e così s'hauranno quelle di tutte le altre. Lascio gli Essempij per breuità, e non essendo molto difficile l'intendere il sudetto modo.

Ma quanta difficoltà porti seco il volersi assicurare dell' ascensione retta di vna sola fissa intenderà, chi si prenderà cura di leggere Tichone nel primo Tomo de Proginnasi dalla pag. 143. fino alla 156. doue apportando egli i diuersi modi di verificare i luoghi delle fisse adoprati dalli altri, mostra quanto quelli fossero fallaci, concludendo finalmente di essersi seruito di Venere così occidentale, come orientale,

tale, non soggiacendo le osseruationi fatte con quella à tanta incertezza, come le altre, e ciò con notare la distanza trà essa, & il Sole di giorno, e poi frà la medesima, e le fisse di notte: Il qual modo si può vedere pratticato da esso Tichone nel sudetto luogo, cominciando alla pag. 157. doue apporta quindici osseruationi fatte per trouare principalmente l'ascensione retta della lucida sopra il capo dell'Ariete stel lato, come ciascuno curioso di fare queste osseruationi iui potrà vedere, rimettendo io il Lettore alla dottrina insegnata da esso nel sudetto luogo.

PROBLEMA 25.

Data la declinatione, & ascensione retta di vna stella, inuestigare la lunghezza, e larghezza di quella.

QVesto Problema è il conuerso di quello della Pratt. Astrolog. al Cap. 3. per il quale faremo pure come

iui quattro additioni di logar.

La prima dunque si farà de logar.2. dell'ascensione retta, ò distanza dal più vicino Equinottio, e della declinatione, e ne verrà il log.2. dell'Inuento primo.

La seconda si farà del res. logar. di detta ascensione, ò distanza, e del mes. pure della declinatione, e ne verrà il mes. dell'Inuento secondo: essendo poi la declinatione boreale, è terminando l'ascensione retta nel primo mezo cerchio dell'Equatore, ò essendo la declinatione australe, e l'ascensione retta terminando nel secondo mezo cerchio, si prenderà la differenza dell'Inuento secondo, e della massima declinatione: Ouero essendo la declinatione australe, e l'ascensione retta terminante nel primo mezo cerchio, ò la declinatione boreale, e quella terminante nel secondo mezo cerchio, si farà l'aggregato del detto Inuento secondo, e massima declinatione, e tale differenza, ò aggregato chiamaremo angolo.

La terza additione ſarà de log. di queſto angolo, e dell' Inuento primo, e ne verrà il logar. della larghezza, la quale ſarà ſempre della iſteſſa affettione con la declinatione, eccetto quãdo ſi ſarà ſottratto l'Inuento ſecondo dalla maſſima declinatione.

La quarta finalmente ſi farà del reſ. log. 2. del detto angolo, con il meſ. 2. dell' Inuento primo, e ne hauremo il meſ. 2. di vn'arco, il quale darà la lunghezza conforme alle infraſcritte cautioni.

Nel quãdrãte		*Ma ſe fatta la ſomma della maſſ. dec. & Inu. 2. eſſa eccede g 90.*	
	1 L'arco è la lungh.		Si caua dal cerchio.
	2 Si caua dal m.c.		Si aggiũge al m.c.
	3 Si aggiũge al m.c.		Si caua dal m.c.
	4 Si caua dal cerchio.		L'arco è la lungh.

Coſi deue ſtare la Tauoletta poſta nel Cap. 3. ſudetto della Pratt. Aſtr. mutata la lunghezza nell'aſcenſione retta, nella quale manca la cautione per il ſecondo, e terzo quadrãte, quan

do la ſomma della maſſ. dec. & Inuento ſecondo ſupera g. 90. e perciò ſi correga con mettere dirimpetto al 2. (ſi aggiunge al mezocerchio) e dirimpetto al 3. (ſi caua dal mezocerchio) poiche come ſi vede nella ſoprapoſta Tauoletta le cautioni per il ſudetto ſecondo caſo procedono per li quadranti con ordine contrario à quelle del ſecondo caſo.

ESSEMPIO.

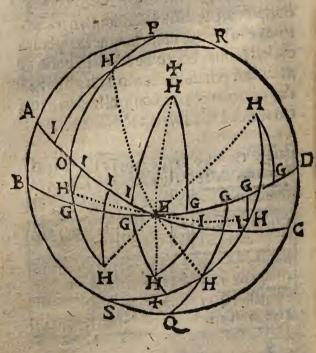
Sia data l'aſcēſione retta di vna ſtella g. 359. 10. (onde la diſtanza dal proſſimo Equinottio ſarà g. 0. 50.) e la declinatione g. 4. 55. bor. Operando adunque, come appare in queſto calcolo, trouo la larghezza eſſere g. 4. 51. bor. cioè dell'iſteſſa affettione con la declinatione, perche in queſto non ſi ſottrà l'Inuento ſecondo dalla maſſima declinatione, e l'arco venuto dall' vltima additione eſſere g. 1. 12. E perche la ſomma dell'Inuen. 2. e maſſima declinatione ſupera g. 90. dalla ſopra-

poſta

posta Tauoletta conosco, che il detto arco gr. 1.12. è la lunghezza, perche l'ascensione retta termina nel 4. quadrante, onde sarà la detta stella in g. 1. 12. di Ariete, come si suppone della Luna nell' Essempio del detto Cap. 3. della Pratt. Astrol. essendoùi vn minuto di differenza nella larghezza per nõ essersi tenuto conto de secondi. Nelli altri casi poi dedurremo la lunghezza dal detto arco conforme alle dette cautioni della Tauoletta soprapostá.

Dist. G. 0.50 Dec. bor. 4.55	l 2 l 2	999995 999840	r l m	183732 393462
1. Inuento 5 0	l 2	999835		
2. Inuen. 80.24 Mass dec. 23.32	Agg.		m	1077194
Angolo 103.56 1. Inuento 5. 0	l l	998703 894030	r l 2 m 2	061836 1105805
Largh. bor 4 51 Arco, lũgh. 1.12	l	892733	m 2	1167641

Per intelligenza poi così di questa Regola, come di quella del Cap. 3. della Pratt. Astr. sia il meridiano, P B

Q D, la metà dell'Equatore, B E D, e dell'Eclittica, A E C, talmente, che, E, s'intenda per il principio di Ariete, ò Libra, &, A, di Cancro, ſi come, C, di Capricorno; ſia poi la ſtella in, H,

cioè in diuerſi ſiti, la cui declinatione, ſia, H G, aſcenſione retta, ouero diſtanza dal più vicino Equinottio, G E,

lar-

larghezza, H I, e lunghezza, ouero diſtanza dal più vicino Equinottio, I E, &, H E, diſtanza della ſtella da, E, nel cerchio maſſimo, che paſſa per, H, E. Habbiamo dunque li due triãgoli sferici rettangoli, H I E, H G E, ne quali, eſſendo data la larghezza, e lunghezza, & in conſeguenza la diſtanza dal più vicino Equinottio, vengono ad eſſer dati, H I, I E, come appunto ſi ſuppone nel detto Cap. 3. onde dati i lati, H I, I E, ſi troua mediante la Reg. 13. primaria de Triangoli sferici rettangoli del ſeguente Compendio la Ipotenuſa, H E, quale chiamo primo Inuento; dati poi gl' iſteſſi per la 14. ſeguente nel Comp. ſi cerca l'angolo, H E I, oppoſto alla larghezza, H I, il quale angolo è l'Inuento ſecondo, e queſto ſi cõferiſce cõ la maſſima decl. cioè con l'angolo, A E B, ò, D E C, alla quale ſi aggiunge, quando la ſtella è nella portione sferica, A P D E, e ſecondo la lunghezza ſi troua nel primo quadrante, E A, ò nel ſecondo, A E, cioè nel ſemicircolo boreale dell'Eclit-

tica. Ouero quando la stella è nella portione, B Q C E, e si troua anco in, E C, ò, C E, terzo, e quarto quadrante, cioè nel semicircolo australe, cioè come si dice nella Regola, quando la larghezza sarà dell' istessa affettione con il segno, nel quale si troua la stella. Ma quando nella portione boreale, P A E D, ella sia nel semicircolo, E C E, australe, ouero essendo nella portione australe, B E C Q, sia nel semicircolo boreale, E A E, & anco quando cada la stella frà l'Eclittica, A E C, e l'Equatore, B E D, cioè, essendo la larghezza di affettione contraria al segno, si deue sottrare il minore dal maggiore, e ne viene in ambidue li casi l'angolo, H E G, opposto alla declinatione, H G, il quale la si chiamò arco, se bene sarà più commodo chiamarlo angolo, come veramente è, e per distinguerlo anco dall'arco, che si troua nella quarta additione, che ci dà l'ascesione retta. Essa declinatione poi si hà mediante la Ipotenusa, H E, e l'angolo, H E G, per la prima primaria de Ret-

tan-

tangoli ſudetti, e viene ſempre eſſa declinatione dell' iſteſſa affettione con il Segno, fuorche quando ſi ſottrà la maſſima declinatione dal ſecondo Inuento, come ne' varij caſi di queſta figura ſi può intendere.

Finalmente medianti l'iſteſſi, H E, &, H E G, per la ſeconda de Rettangoli ſi troua, G E, arco, che dà l'aſcenſione retta, poiche come ſi vede nella figura eſſendo la ſtella in, E A, primo quadrante, E G, è l'aſcenſione retta, ma intendendoſi in, A E, ſecondo quadrante, E G, ſi deue cauare dal mezo cerchio, E B E, & eſſendo nel terzo quadrante, E C, E G, ſi deue giungere al mezo cerchio, E B E, ſi come eſſendo nel quarto quadrante, come in, C E, ſi deue per il contrario, E G, ſottrare dall'intiero cerchio, E B E D E, e ne reſtarà l'aſcenſione retta, E B E D G. Queſto è però vero quando la ſomma della maſſima declinatione, & Inuento ſecondo non paſſa gr. 90. poiche paſſandoli, all'hora benche la ſtella ſia ſecondo la lunghezza nel primo quadran-

drante, l'arco, E G, però pertiene all' vltimo quadrante dell' Equatore, e però si deue cauare dal cerchio, e resta l'ascensione retta. E se la stella fosse in, A E, secondo quadrante, E G, si deue giungere al mezocerchio, E B E, dell'Equatore: parimente se fosse nel terzo quadrante, E C, E G, si deue cauare dal mezocerchio, e finalmente se fosse nel quarto quadrante, C E, E G, verria ad essere l'ascensione retta, le quali cose si possono intendere facilmente ne' due siti della stella, H, segnati con la ✠. E perche di queste otto cautioni due ne mancano nella Tauoletta del detto Cap. 3. perciò iui si douranno supplire come si è detto di sopra.

Intesa la ragione della sudetta prattica; non sarà difficile capire quella ancora di questo Problema, poiche dãdosi quà la declinatione, & ascensione retta, ouero distãza dal prossimo Equinottio, si danno nel triangolo sferico rettangolo, H G E, li due lati, H G, G E, con i quali si troua, H E, e l'angolo,

golo, H E G, per l'istesse Regole, il quale, H E G, si giunge alla massima declinatione, cioè all'angolo, A E B, ò, D E C, ouero si leua da essa, secondo la varietà de' casi, che si possono vedere nella soprasposta figura, e ne viene l'angolo, H E I, con il quale è con, H E, si troua, H I, larghezza, la quale concorda sempre nell'affettione con la declinatione, H G, fuorche quando la stella è trà l'Eclittica, e l'Equatore, ch'è apunto quando si sottrà l'Inuento secondo dalla massima declinatione. Si troua poi anco l'arco, E I, che ci dà la lunghezza conforme alle medesime otto cautioni antecedenti, intendosi però in questa Tauoletta, che l'ascensione retta della stella venghi à terminare nel primo, secondo, terzo, ò quarto quadrante, &c. si come in quella del detto Cap. 3. che la lunghezza di essa termini nel primo, secondo, terzo, ò quarto quadrante &c. alli quali quadranti sono poi ascritte le dette cautioni.

PRO-

PROBLEMA 26.

Data la declinatione, è la larghezza di vna stella, inuestigare la lunghezza di quella.

VEdasi di nuouo la figura del Prob. ant. nella quale siano i Poli dell' Eclittica, R, S, da quali si suppongono venire i cerchi delle larghezze, si come quelli delle declinationi vengono da, P, Q. Siano dunque continuati gli archi, G H, I H, della declinatione, e larghezza della stella sino à i Poli, P R, &, Q S, prendendo due siti della stella vno boreale, e l'altro australe, che seruiranno per essempio delli altri siti ancora; se ne formaranno dunque gli due triangoli sferici, R P H, S Q H, ne quali, P R, &, S Q, sono eguali alla massima declinatione, R H, S H, sono compimenti della larghezza, &, P H, Q H, comp. della declinatione. Potremo poi seruirsi tanto del triangolo, R P H, quanto di, H S Q, per hauere la lunghezza, cercando

in,

in, R P H, dati i lati, P R, R H, e la base, P H, l'angolo, H R P, che ci darà l'arco, A I, numerato dal coluro de solstitij: Ouero cercãdo in, H S Q, dati i lati, Q S, S H, e la base, Q H, l'angolo, H S Q, che ci darà l'arco, C I, numerato pure dal coluro de solstitij, onde mediante l'arco, A I, numerato dal principio del Cancro, ouero, I C, dal Capricorno, sapendo à quale punto di *E*quinottio la stella sia più propinqua, cioè sapendo se, *E*, si hà da supporre per il principio dell'Ariete, ò della Libra, facilmente hauremo la lunghezza di essa stella. Per trouare poi l'angolo, H R P, ò, H S Q, si potremo seruire delle Reg. 13. delli sferici obliquangoli del Compendio seguente.

ESSEMPIO.

SIa data la declinatione della Spica della Vergine, quale fù osseruata dal Copernico in Friburgo l'anno 1525. g. 8 40. australe, e la larghezza gr. 2. o. pure australe, e si cerchi la di lei lunghezza. Seruendomi dunque

per

per essempio della detta Reg. 13. primaria pratticata, come si vede in questo calcolo (nel quale si suppone, come anco ne' seguenti 7. Problemi la massima declinatione conforme al Copernico g. 23. 28.) trouo mediante il triangolo, H S Q, l'angolo, H S Q, ouero l'arco, I C, essere gr. 72. 39. de quali ella precede il principio di Capricorno, & essendo ella più propinqua al principio della Libra, che di Ariete, sarà, *E* I, gr. 17. 21. onde essa fù nel detto tempo in g. 17. 21. di Libra, come apunto trouò il Copernico nel Lib. 3. delle Reuolutioni al Cap. 2.

Lato, H S,	G. 88. 0	r l	000026
Lato, S Q,	23.28	r l	039988
Differenza	64.32		
Base, H Q,	81.20		
Somma	145.52		
Differenza	16.48		
Semisomma	72.56	l	998074
Semidifferenza	8.24	l	916460
Doppio. Ang. H S Q,	72 39	l l	954518
Semiang. H S Q,	36. 19½	l	977259

PRO-

R, et S sono li poli dell'ecclitica
P, et Q, sono li poli del mondo.

PROBLEMA 27.

Date le istesse cose, trouare l'ascensione retta.

PEr hauere data la declinatione, e la larghezza di vna stella, l'ascensione retta di quella, douremo pure nel triangolo, PHR, dati li due lati, HP, PR, e la base, HR, cercare l'angolo verticale, HPR, che ci darà l'arco, GD; Ouero nel triangolo, HSQ, dati i lati, HQ, QS, e la base, HS, cercaremo l'angolo, HQS, che ci darà l'arco, GB. Hauendo poi l'arco, GD, ò, GB, hauremo anco facilmente l'arco, GF, e sapendo se la stella è più propinqua al principio dell'Ariete, ò della Libra, quale si suppone il punto, *E*, sapremo ancora facilmente l'ascensione retta di essa stella.

a cart 178

ESSEMPIO.

SIa pure come nell'ant. Prob. data la declinatione della Spica gr. 8. 40. austr. e la larghezza gr. 2. 0. parimente

mente austr. Nel triangolo adunque, H Q S, con, H Q, Q S, lati dati, e con la base, H S, trouo per la Reg. 13. primaria sopradetta del Compendio l'angolo, H Q S, essere gr. 105. 13. onde l'arco, G B, sarà anch'egli g. 105. 13. e perche la stella è più propinqua al principio della Libra, sarà, *E*, detto principio, onde giuntando à, G B, gr. 90. si farà l'ascensione retta di detta stella g. 195. 13.

Lato, H Q,	G. 81.20	r l	000499
Lato, Q S,	23.28	r l	039988
Differenza	57.52		
Base, H S,	88. 0		
Somma	145.52		
Differenza	30. 8		
Semisomma	72.56	l	998044
Semidifferenza	15. 4	l	941488
Doppio Ang H Q S,	105.13	l l	1980019
Semiangolo, H Q S,	52.36 $\frac{1}{2}$	l	990009

PRO-

PROBLEMA 28.

Data la lunghezza, & ascensione retta di vna stella, trouare la larghezza di essa.

DIasi la lunghezza dell'istessa Spica gr. 197. 21. onde la distanza dal prossimo *E*quinottio sarà g. 17. 21. cioè, E I, &, I C, cioè l'angolo, *H* S Q, g. 72. 39. Similmente sia l'ascensione retta g. 195. 13. onde leuati g. 90. restarà, B *E* G, cioè l'angolo, S Q *H*, g. 105. 13. Dati dunque li due angoli, *H* S Q, *H* Q S, con la base, S Q, massima declinatione, trouaremo, operando per la Reg. 12. delli sferici obliquangoli del Compendio seguente, il lato, S *H*, g. 88. 0. come appare in questo calcolo, onde, *H* I, larghezza sarà gr. 2. 0. austr. come sopra. Nell'istesso modo procederemo nelli altri *E*ssempij, hauendo però risguardo al sito

della

della stella rispetto al punto, *E*.

Nota poi, che l'affettione della larghezza si discernerà mediante il lato, S*H*, il quale essendo minore del quadrante, mostra che la stella hà larghezza austr. si come se fosse maggiore, quella saria bor. essendosi adoperato il triangolo, *H* S Q, ma se si fossimo seruiti di, P *H* R, & hauessimo trouato, R *H*, comp. della larghezza, minore del quadrante, quella saria stata bor. si come essendo maggiore di esso quadrante, saria stata australe. Quando poi, R *H*, ouero, *H* S, venga minore, ò maggiore del quadrante lo insegna la sudetta Reg. 12. de sferici obliquangoli del Compendio. Nell'istesso modo discerneremo l'affettione della declinatione nelli seguenti Problemi, osseruando se, Q *H*, ò, *H* P, compimento della declinatione della stella vengono minori, ò maggiori del quadrante, e se si seruiamo del triangolo, R *H* P, ouero, *H* Q S.

Comp.

Cóp. di H Q S, al mezo cerch. G. 74.47	m	1056542		
Base, S Q, 23.28	l2	996251	m2	1036239
1. ang. tro. 16.31	m2	1052793	rl2	001830
2. ang. dat 72.39				
Somma 89.10			l2	816268
Lato, S H, 88. 01			m2	854337

PROBLEMA 29.

Date le istesse cose, trouare la declinatione.

IN questo pure volendosi seruire del triangolo, *H* S Q, veniamo ad hauere dati li due angoli aggiacenti alla base, S Q, data, poiche è data la lunghezza, & ascensione retta; onde per l'istessa Regola 12. del Prob. ant. trouaremo il lato, Q *H*, g. 81. 20. come appare in questo calcolo, fatto pure intorno alla Spica supposte le dette cose, onde, *H* G, sarà come sopra g. 8. 40. declinatione australe, perche si adopera il triangolo, *H* S Q, e, Q *H*, è minore del quadrante.

Ang.

Ang.HSQ, G. 72.39	m	1050526		
Base,SQ,23,28	l2	996251	m2	1036239
1.ang.tr. 18,48 $\frac{1}{2}$	m2	1046777	rl2	002383
2.ang.d.105.13				
Differ. 86.24 $\frac{1}{2}$			l2	879689
Lat.QH,81.20			m2	918311

PROBLEMA 30.

Data la larghezza, & ascensione retta di vna stella, trouare la declinatione.

NEll'istessa figura del Prob. 25. si seruiremo per essempio del triã golo, *H* S Q, pure per la detta Spica, della quale supporremo hora, che sia nota la larghezza, & ascensione retta, si che in, *H* S Q, vengono ad essere dati i lati, S *H*, comp. della larghezza, H I, g.88. o. &, S Q, g. 23. 28. e l'angolo, *H* Q S, mediante, G B, distanza dal coluro de solstitij gr. 105. 13. e si cerca, Q *H*, base, la quale si haurà mediari-

diante la Reg. 2. de sferici obliquangoli del Compendio, delle quali quà adopriamo la primaria, che ci dà, *H* Q, g. 81. 20. onde, *H* G, declinatione sarà g. 8. 40. come si vede in questo calcolo.

Ang. HQS, G. 105. 13	rl2	058092		
Lato QS, 23. 28	m2	1036239	rl2	003749
1. arco 6. 30	m2	1094331	l 2	9997 0
Lato, SH, 88. 0			l 2	854282
2. arco 87. 50			l 2	857751
QH, Diff. d. archi 81. 20				

PROBLEMA 31.

Date le istesse cose, trouare la lunghezza.

NEll'istesso triangolo, HSQ, hauremo per essempio per l'istessa Spica, dati i lati, HS, SQ, e l'angolo istesso, HQS, e s'haurà da cercare l'angolo verticale, HSQ, me-

diante la Reg. 3. de sferici obliquangoli del Comp. delle quali quà si adopera la primaria, come si vede in questo calcolo, che ci dà pure l'angolo, HSQ, & in conseguenza l'arco, CI, distanza dal coluro de solstitij g. 72. 39. onde, EI, viene ad essere g. 17. 21. e la lunghezza g. 197. 21. pure come si è ritrouato di sopra.

Cóp. al mezocerc. di, HQS, G. 74.47	m	1056542		
Lato, QS, 23.28	l 2	996251	m	963761
1. ang. tro. 16.31	m2	1052793	l 2	998170
Lato, SH, 88. 0			m2	854308
2. ang. tro. 89.10			l 2	816239
Differ. ang. HSQ, 72.39				

PROBLEMA 32.

Data la declinatione, e la lunghezza di vna stella, trouare la di lei larghezza.

Sia pure nell'istessa figura del Prob. 25. data la declinatione pure della

la Spica g. 8. 40. e la lunghezza, ò distanza dal proſſimo Equinottio g. 17. 21. ſarà dunque per eſſempio nel triãgolo, S H Q, noto il lato, Q H, comp. della declinatione, che ſarà gr. 81. 20. & il lato, Q S, è g. 23. 28. eſſendo poi noto, E I, gr. 17. 21. è noto, I C, & in conſeguenza l'angolo, H S Q, gr. 72. 39. onde dati, H Q; Q S, con l'angolo, H S Q cercaremo la baſe, S H, per la ſeconda Regola delli sferici obliguãgoli del Compendio. Coſi in queſto calcolo, nel quale operiamo per la ſeconda primaria, trouaſi, S H, eſſere g. 88. 0. e però, H I, larghezza ſarà g. 2. 0. auſtrale.

Ang. HSQ, G. 72.39	rl2	052548		
Lato, S Q, 23.28	m2	1036239	rl2	003749
1. arco 7.23	m2	1088787	l 2	999638
Lato, QH, 81.20			l 2	917807
2. arco 80.37			l 2	921194
Baſe ſom. d. archi 88. 0				

PROBLEMA 33.

Date le isteße cose, trouare l'ascensione retta.

STanti le medesime cose nel triangolo, S H Q, douremo cercare l'angolo, S Q H, e ciò per la Regola 3. de sferici obliquangoli del Compendio, delle quali nel seguente calcolo si prattica la primaria per la sudetta Spica, poste le dette cose, e si troua l'angolo, S Q H, g. 105. 13 onde giungendoli gr. 90. ne viene come sopra l'ascensione retta di essa Spica g. 195. 13.

Ang. HSQ, G 72.29	m	1050526		
Lat. SQ, 22 28	l 2	996 51	m	963761
1. ang. 18.48 $\frac{1}{2}$	m2	1046777	l 2	997617
Lat. QH, 81.20			m2	918106
2. ang. 86.24 $\frac{1}{2}$			l 2	879084
Base som. d. arch. 105.13				

PRO-

PROBLEMA 34.

Data la lunghezza, e larghezza di vna stella, trouare l'angolo causato nel centro di essa stella dalli cerchi della di lei larghezza, e declinatione.

NEl medesimo triangolo, S Q H, hauremo dati i lati, S Q, S H, con l'angolo verticale, H S Q, e per la Reg. 9. de sfer. obliq. del Comp. cercaremo l'angolo, S H Q, quale trouaremo per l'istessa Spica, supposte le medesime cose, essere g. 22.36$\frac{1}{2}$, come qui si vede.

HSQ, ang. vert G. 72.39	rl2	052548	m2	949474
SQ, 1. lat. 23.28	m2	1036239		
1. caso 7.22$\frac{1}{2}$	m2	1088787	r l	089156
SH, 2. lat 88. 0				
Diff. 80.37$\frac{1}{2}$			l	999416
SHQ, ang. cer. 22.36$\frac{1}{2}$			m2	1038046

Nota poi, che l'istesso angolo si potrà parimente trouare, data la base, S Q, e li angoli, S, Q, cioè data la massima declinatione, e la lunghezza, & ascensione retta: ouero dati, S Q, Q H, come lati, e l'angolo verticale, H Q S, cioè data la massima declinatione, e la declinatione della stella, e l'ascensione retta: ouero dati, H S, S Q con l'angolo, S Q H, cioè con l'ascensione retta: ouero dati, H Q, Q S, con l'angolo, H S Q, cioè con la lunghezza·ouero dati, SH, H Q, larghezza, e declinatione con l'angolo, H S Q, ouero, H Q S, cioè con la lunghezza, ò ascensione retta, ò con la base, S Q, ò dati gli angoli, S, Q, con, S H, ò, Q H, larghezza, ò declinatione, come ciascuno à suo beneplacito potrà pratticare.

PRO-

PROBLEMA 35.

Data la lunghezza, e larghezza, ò l'ascensione retta, e declinatione di vna stella, trouare la loro distanza.

PEr intelligenza di questo nobilissimo Problema douremo pure di nuouo guardare la figura del Prob. 25. p.178 nella quale essendo i Poli dell' Eclittica, R, boreale, &, S, australe, supporremo, che in, H, boreale sia vna stella, la cui lunghezza termini in, I, & vn'altra in, P, la cui lunghezza termini in, A, delle quali stelle essendo nota la lunghezza, perciò sottrahendo la minore dalla maggiore, restarà la differenza delle lunghezze, A I, nota (si come per le ascensioni rette, leuando pure la minore ascensione dalla maggiore restarà la differenza delle dette ascensioni rette) & in conseguenza si farà noto l'angolo, P R H. Essendo poi anco date le loro larghez-

ze saranno anco dati i loro compimē-
ti, cioè, P R, R H, onde hauendo noti
li due lati, PR, RH, con l'angolo com-
preso, P R H, il Problema sarà ridotto
alla Regola 8. primaria, ò secondaria
de sferici obliquangoli del Compen-
dio, per la quale si potrà operare, pur-
che vno almeno de lati, P R, R H, sia
minore del quadrante, e l'angolo, P
R H, acuto, come essa richiede, poiche
ciò non essendo bisognaria sostituire
alla solutione il triangolo Vicario cō-
gruente, conforme all'Annotatione se-
conda di detto Compendio.

ESSEMPIO PRIMO.

DEuasi trouare la distanza della
stella Polare dalla Schedir di
Cassiopea all'anno 1600. nel quale,
come si vede nella Tauola delle cento
stelle fisse quà posta, la Polare fù in g.
23. 2. di Gemini, con larghezza bo-
reale g. 66. 2 e la Schedir in gr. 2. 17.
di Toro, con larghezza boreale g. 46.
36. si che la lunghezza della Polare
venne

venne ad essere gr.83.2. e quella della Schedir g.32.17. li quali leuati da gr. 83.2. resta la differenza delle loro lũghezze, cioè l'angolo, PRH, g.50.45. il comp. poi della larghezza della Polare sarà g.23.58. & il comp. della larghezza della Schedir gr.43.24. quali saranno i lati, HR, RP, intendendo noi, che la Polare sia in, P, e la Schedir in, H. Operando adunque come appare in questo calcolo, trouasi la distanza frà le dette stelle essere gr.32.48.

PRH, G.50.45	rl2	019880		
PR, 1. lat. 23.58	m2	1055200	l2	996084
1 caso 15.42½	m2	1055090	rl2	001653
2. lato 43.24				
Dif. 2. cas. 27.41½			l2	994717
Distanza 32.48			l2	992454

Ma vediamo hora come si possi questo Problema sciogliere per vn'altra Regola, ritrouata dopo stampato il Compendio, che non cede alle dette due Regole, anzi la stimo più facile

di quelle, e perciò credo, che piacerà molto alli ſtudioſi, la quale potremo chiamare. Altra 8. ſecondaria, e ſi potrà ſcriuere dopo le dette due Regole 8. primaria, e ſecondaria, ſeruendo anch'eſſa per ritrouare la baſe dati due lati ciaſcuno minore del quadrãte, con l'angolo compreſo, qualunque poi egli ſi ſia, la quale è queſta.

Altra Regola 8. ſecondaria, da mettere alla pag. 53. del Compendio.

SI giunghino inſieme il doppio del log. del ſemiangolo verticale; con i log. de lati, e con il reſ. log. 2. della differenza di eſſi lati, e ne verrà (reſtando vn'vnità nel ſettimo luogo à mano ſiniſtra) il doppio del log. di vn' arco da raddoppiarſi. Dipoi il log. 2. di queſto arco raddoppiato, con il log. 2. della differenza de lati, darà il log. 2. della baſe; che ſi conformarà di ſpecie con il detto arco raddoppiato, cioè ſe quello ſarà minore del quadrante l'arco preſo con il detto log. 2. ſarà

ſarà la baſe, ma ſe quello ſarà maggiore del quadrante la baſe ſarà il rimanente à gr. 180. dell' arco preſo con il detto log. 2. e ſe l'arco raddoppiato foſſe quadrante, ſenza proſeguire più inanzi la operatione, ſapremo che anco la baſe ſarà quadrante.

Vedaſi dunque il ſeguente calcolo per ritrouare la diſtanza trà la detta Schedir, e Polare per la preſente Regola, che ci dà preciſamēte l'iſteſſa diſtāza ritrouata di ſopra, cioè g. 32.48

½ PRH, ſemidif. delle lungh.	G. 25.22½	1	963200
		1	963199
H R, Co. della largh. della Schedir	43.24	1	983701
R P, Co. della largh. della Polare	23.58	1	960875
Differenza de Cōp	19.26	rl2	0025477
Dimezza		11	1573522
Arco	13.29	1	936761
Arco radoppiato	26.58	12	995001
Differenza de Cōp.	19.26	12	997453
Diſtanza, P H, trà dette ſtelle	32 48	12	992454

ESSEMPIO SECONDO.

SIano hora proposte due altre stelle per essempio il Cane maggiore, che l'anno 1600. si ritrouaua in gr. 8. 35. di Cancro, con larghezza australe g. 39. 30. & il Basilisco, ch'era in g. 24. 17. di Leone, con larghezza boreale g. 0. 26. onde la differenza delle loro lunghezze sarà g. 45. 42. & il comp. della larghezza del Cane gr. 50. 30. si come il comp. della larghezza del Basilisco g. 89. 34. Hora perche di queste stelle vna è bor. e l'altra austr. intenderemo il Basilisco, ch'è bor come in, P, & il Cane in vno delli punti, H, austr. e formarsi il triangolo, PRH, nel quale essendo l'angolo, PRH, differenza delle lunghezze acuto, & il lato, P R, minore del quadrante, se bene, R H, hora è maggiore del quadrante, cioè g 129. 30. nondimeno questo triangolo è solubile per la detta Reg. 8. de sferici obliquangoli adoprata nel primo calcolo, onde operando per essa trouasi

nel

nel seguente primo calcolo la distanza di queste stelle essere g.57.44.nel quale se si fosse tenuto conto più esquisito de secondi, quella si saria trouata gr. 57.43.

Ma volẽdo operare per l'altra Reg. seguente, che richiede i lati minori del quadrante, prenderemo l'opposto di vna di dette stelle, il quale haurà però l'istessa larghezza, se bene di cõtraria affettione, similmente in vece della semidifferenza delle lunghezze pigliaremo il comp. di essa, che sarà g.67.9. come anco i comp. delle loro larghezze, & operaremo conforme alla Regola, la quale ci darà finalmente il log.2. di gr.57.43. come si vede nel secondo de seguenti calcoli, nel quale, perche l'arco raddoppiato è maggiore del quadrante, questa non è la distanza trà l'opposto di vna di dette stelle, e la rimanente, ma tale distanza saria il rimanente di questa à gr.180.0.cioè g.122.17.e perche il rimanente di questi g.122.17.è poi la distanza frà dette stelle (perche trà vna stella, & il

& il ſuo luogo oppoſto ſono ſempre g. 180.) perciò in queſto caſo riteneremo li detti gr. 57. 43. per la diſtanza frà dette ſtelle. Che ſe l'arco raddoppiato foſſe ſtato minore del quadrante la diſtanza dell'oppoſto, e dell'altra ſtella ſaria ſtata li g 57. 43. & il rimanente à g. 180. cioè li g. 122. 17. ſaria ſtato la diſtanza di dette ſtelle.

PRH,	45 42	rl2	015589		
FR, 1. lat.	89. 34	m2	787871	l2	787870
1. lato	89. 22 $\frac{3}{4}$	m2	803460	rl2	196518
RH, 2. lato	129. 30				
Diff. 2 caſo	40. 7 $\frac{2}{4}$			l2	988348
Diſt. PH,	57. 44			l2	1972736

Co

Co. d. semidif. delle lunghezze	G. 67. 9	1	9964511
		1	9964511
Co. della largh. del Cane	50 30	1	9887411
Co. della largh. del Basil.	89.34	1	999999
Differ. de comp	39. 4	r12	010991
Dimezza		11	19926133
Arco	66.44	1	996316
Arco radoppiato	133.28	12	983755
Differ. de comp.	39. 4	12	989009
Distanza, P H, trà le dette stelle	57.43	12	972764

1 Nota poi, che nell' istesso modo procederemo per le ascensioni rette, e declinationi, e che quando le stelle fossero sotto l' istesso cerchio di larghezza, ò declinatione, la differenza delle larghezze, ò declinationi, essendo quelle della istessa affertione, ò il loro aggregato, essendo di diuersa, saria la distanza ricercata. Si come se fossero ambedue sotto l'Eclittica, ò sotto l'Equatore, la differenza delle lun-

lunghezze, ò ascensioni rette, saria la loro distanza. Ma se hauessero eguali larghezze, ò declinationi, e della istessa affettione, il triangolo, P R H, nella detta figura hauria i lati, P R; R H, eguali intorno l'angolo verticale, R, differenza delle lunghezze, onde tirando il perpendicolo da, R, sopra, P H, haureßimo due triangoli rettangoli, le cui Ipotenuse sariano, R P, R H, note, come comp. delle larghezze, e l'angolo, P R H, verria diuiso per mezo, e perciò il semiangolo, P R H, saria noto, onde con quello, e con, P R, ò, R H, si trouaria la metà di, P H, per la prima de sferici rettangoli del Compendio, e però anco tutta, P H, se bene l'istesso si potria hauere intiero con le sudette Regole, il che s'intende per le ascensioni rette, e declinationi ancora.

2 Nota di più, che hauendo il luogo di vn Pianeta secondo la lunghezza, e larghezza calcolato in qualche Effemeride, se prenderemo la distanza di esso nel cerchio massimo dà due stelle

fisse

fisse per via d'osseruatione fatte al tē-
po del calcolo, come per essempio
nella fig. del Prob. 25. la distanza, HP,
da, H. che si supponga per il Pianeta,
alla fissa, P, e così la distanza da, H, ad
vn'altra fissa, essendoci noto il luogo di
esse fisse secondo la lunghezza, e lar-
ghezza, hauremo nota ancora la dif-
ferenza delle lunghezze del Pianeta, e
di ciascuna delle due fisse, come l'an-
golo, PRH, & i lati, RH, comp. della
larghezza del Pianeta, &, RP, della fis-
sa, P, onde per questo Problema potre-
mo calcolare la distanza, PH, e così an-
co quella dell'altra fissa, le quali di-
stanze calcolate concordando con le
osseruate, sarà segno, che l'Effe-
meridi ci danno il luogo
giusto, ma discordan-
do, non saria
giusto il
luogo di esso Pianeta de-
dotto dalle dette
Effemeri-
di.

PRO-

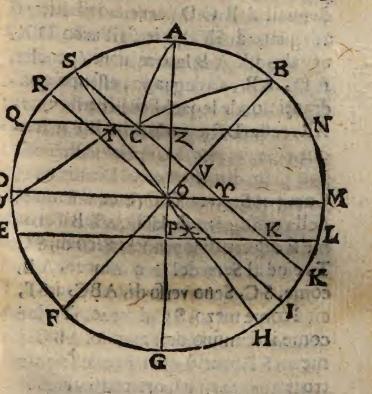
PROBLEMA 36.

Manifestare la ragione della Regola adoperata nel secondo luogo nel Probl. ant. detta. Altra S. secondaria.

POsciache nel Compendio seguente si sono dimostrate tutte le Regole poste in esso, ò almeno si è accennata la dimostratione nel Direttorio, parmi conueniente addurre ancora la dimostratione della sudetta Regola, la quale và inserita nel detto Compendio.

Sia dunque il triangolo sferico, A B C, con i lati, A B, B C, ciascuno minori del quadrante, e con l'angolo, A B C, dati. Dipoi compito il cerchio, A B G D, tirinsi li diametri, R O I, D O M, de cerchi massimi da descriuersi sopra i Poli, B, &, A, & i diametri, S V K, Q C N, de paralleli descrittibili con l'interuallo di, B C, lato maggiore, e di, A C, base. Sia poi misu-

misura dell'angolo, A B C, l'arco, il cui seno verso è, S C; e finalmente tirisi il diametro, S OH, che tagli, Q N, in, T, onde si farà il triangolo piano obli-

quangolo, S C T, e l'altro rettangolo, TZO, che seruono per la dimostratione della Regola. Imperoche nel triangolo, S C T, è noto l'angolo, S T C, comp. al mezocerchio dell' angolo, S T Q,

T Q, cioè di, S O D, ò dell'arco, S D, comp. di, S A, differenza de lati, A B, B C. Il lato poi, S C, è Seno verso dell' angolo dato, A B C, e l'angolo, S C T, è vguale à, R O D (perche ambidue si adeguano à, SYD) cioè all'arco, D R, eguale, ad, A B lato minore (perche, A D, B R, s'adeguano, essendo quadranti, onde leuato l'arco commune, A R, resta, D R, eguale ad, A B.) Adunque essendo, per il 2. Assioma de triãgoli piani dimostrato nel Direct. p. 2. Cap. 3. il Seno di STC (cioè il Seno 2. della differenza de lati, A B, B C, come si è detto di sopra) al Seno di, S C T, cioè al Seno del lato minore, A B, come, S C, Seno verso di, ABC, à, ST, cioè come mezo, S C, à mezo, ST, cioè come il semisino dell'angolo, AB C, à mezo, ST, perciò, essendo queste quattro grandezze proportionali, cioè il Seno 2. della differenza de lati, il Seno del lato minore, A B, il semisino, S C, dell'angolo, A B C, e la metà di, S T, per l'Assioma gener. del Compendio, il res. log. 2. della prima, cioè del-

la

la differenza de lati, con il log. della seconda, cioè di, A B, lato minore, e con il log. della terza, cioè del semisino dell'angolo, A B C (il quale è il doppio del log. del semiangolo, A B C, mentre vi si giunga il log. del seno toto, come si spiega nel Compendio alla pag. 139. e 133.) cioè con il doppio del log del semiangolo, A B C, darà il log. della metà di, ST, ma rispetto ad, S V, seno toto. In oltre essendo come, S V, seno toto à mezo, S T, così S V, seno di, S B, ò di, B C, lato maggiore, à mezo, S T, perciò per il detto Assioma gener. il res. log. del seno toto, ch'è zero, con il log. di mezo, S T, e con il log. del lato maggiore, B C, darà il log. di mezo, S T, in relatione ad, S V, il quale pure è noto in relatione ad, S O, onde hauremo noto mezo, S T, in relatione al seno toto, S O, il log. del quale si compone del log. di mezo, S T, in relatione ad, S V, seno toto (cioè del res. log. 2. della differenza de lati, del log. del lato minore, e del doppio del log. del semiangolo

verti-

verticale, ABC) e del log. del lato maggiore, BC, come si è prouato (lasciando però le vnità solite &c.) e questo log. di mezo, ST, in relatione ad, SO, seno toto è quel log. che si raccoglie dalla prima somma nel calcolo (lasciate le dette vnità &c.) e se tiraremo, T &, perpendicolare sopra, SH, mezo, ST, sarà semisino dell'arco, S &, e perche, OS, seno toto, la metà della corda, S &, cioè il seno di mezo l'arco, S &, e mezo, ST, sono proportionali, come si proua nel Compendio alla pag. 133. perciò il log. del seno toto con il log. di mezo, ST, semisino verso dell'arco, S &, sarà, per l'Ass. gener. del Compendio il doppio del log. di mezo, S &, e perciò al log. della prima somma si antepone vn'vnità, cioè vi si mette, ò lascia il log. del seno toto, e del tutto si prende la metà, ch'è il log. di mezo l'arco, S &, il quale si raddoppia, e se ne hà tutto l'arco, S &, del quale poi, TO, è seno 2. il che si conserui. Finalmente nel triangolo rettangolo, TOZ, essendo

per

per il primo Assioma de triangoli piani posto nel Comp. alla pag. 70. T O, seno toto à, O Z, seno dell'angolo, O T Z, cioè del coalterno, S O D, cioè dell'arco, D S, comp. di, S A, differenza de lati, A B, B C, cioè in somma essendo il seno tōto al seno 2. della differenza de lati, come, T O (notificata in relatione al seno toto, S O, & il cui log. è il log. 2. dell' arco raddoppiato) ad, O Z, perciò il log. 2. della differenza de lati, con il log. 2. del detto arco raddoppiato, darà il log. di, Z O, cioè di, Q D, comp. di Q A, ò di, A C, cioè darà il log. 2. della base, A C, conforme, che ci insegna la detta Regola. Et è manifesto insieme, che se l'arco raddoppiato, S &, fosse quadrante anco la base saria quadrante, perche in vece di, Q N, hauressimo, D O M, poiche, T, saria in, O e ciò accaderia quando il triangolo sferico fosse, A B Y; e così quando l'arco raddoppiato fosse maggiore del quadrāte, hauendo per essempio per seno verso, S X, & il parallelo, E L, dall' operatio-

ratione raccoglieressimo in cambio di, ZO, la, O P, nel triangolo, O P X, essendo all'hora, P A, seno verso della base, la quale perciò saria maggiore anch'essa del quadrante, come accaderebbe se hauessimo il triangolo sferico, A k B, onde è manifesto, che la base si conforma di specie con l'arco raddoppiato.

Nota poi, che dalla detta Regola hanno origine tre altre Regole, con i loro calcoli fatti sopra il triãgolo adoperato per li sferici obliquangoli del Compendio, li quali metteremo quà, perche si possino soggiungere à suoi luoghi nel Compendio, che perciò le chiamaremo. Altre secondarie, come si è fatto della prima di queste Regole poste nel Probl. ant.

* * *

Dati

Dati due angoli acuti, con la base aggiacente, trouare l'angolo verticale. Altra 11. secondaria, da mettere alla pag 57. del Compendio.

SI giunghino insieme il doppio del log. 2. della semibase, con i log. delli angoli dati, e con il res. log. 2. della differenza di essi angoli, e ne verrà (restando vn'vnità nel settimo luogo) il doppio del logar. di vn' arco da raddoppiarsi. Dipoi il log. 2. di questo arco raddoppiato, con il log. 2. della differenza di detti angoli, darà il log 2. dell'angolo verticale, il quale sarà sempre contrario di specie all'arco raddoppiato.

Dati due lati, ciaſcuno minore del quadrante, con la baſe, trouare l'angolo verticale. Altra 13. ſecondaria, da metterſi alla pag. 60. del Compendio.

IL reſ. log. 2. della differenza de lati, con il log. 2. della baſe, darà il log. 2. di vn' arco da dimezzarſi. Dipoi il doppio del logar. di queſto arco dimezato (ò il doppio del log. 2. di eſſo arco dimezato, quando la baſe eccedeſſe il quadrante) con il reſ. log. di ciaſcuno de lati, e con il reſ. logar. 2. della differenza de lati (reſtando vn' vnità nel ſettimo luogo) darà il doppio del log. del ſemiangolo verticale. Quando poi la baſe foſſe quadrante, l'arco da dimezzarſi ſaria pure quadrante, onde all'hora ſi ſparegnaria la prima ſomma de log.

Dati

Dati tre angoli, trouare qualunque lato, cioè la base, purche gli angoli aggiacenti ad essa siano acuti. Altra 14. secondaria, da r etterſi alla pag. 62. nel Compendio.

IL ref. log. 2. della differenza delli angoli aggiacenti alla base, con il logar. 2. dell'angolo verticale, darà il log. 2. di vn'arco da dimezarsi. Dipoi il doppio del log. di quest'arco dimezato, quando l'angolo verticale è ottuso, ò il doppio del log. 2. di esso arco dimezato, quando quello è acuto, con il ref. logar. di ciascuno di questi due angoli, e con il log. 2. della differenza de detti angoli aggiacenti alla base, darà (restando vn'vnità nel settimo luogo) il doppio del log. 2. della semibase. Quando poi l'angolo verticale fosse retto, l'arco da dimezarsi

ſaria pure quadrante, onde ſi ſparagnaria la prima ſomma de logaritmi.

Potrei ſoggiungere come la prima di queſte tre Regole ſi deduca dalla ſopraposta dimoſtratione, ma per breuità lo rimetto allo ſtudioſo Lettore, il quale hauendo capito la detta dimoſtratione, non haurà molta difficoltà in dedurne queſta prima Regola ancora. La ſeconda poi di queſte ſi dedurrà dalla Regola poſta nel Prob. ant. e la terza dalla prima di queſte ambidue per via delli triangoli reciprochi. A. B. adoperati nel Compendio alla pag. 89. in eſplicatione della Regola terza ſecondaria, l'vſo poi di queſte Regole ſi farà manifeſto doue faranno à propoſito ne' ſeguenti Problemi.

Cal-

Calcolo per l'altra Regola 8. secondaria, posta nel Prob. ant.

Semiangolo vert. G. 56. 3		1	991883
		1	991883
Lato maggiore	60 0	1	991753
Lato minore	40 0	1	980807
Differenza de lati	20. 0	r l 2	002701
Dimezza		1 1	1961027
Arco	39 40	1	980513
Arco doppiato	79 21	1 2	926672
Differenza de lati	20. 0	1 2	980513
Base	80. 0	1 2	923971

Calcolo per l'altra Regola 11. secondaria.

Semibase G.	40. 0	1 2	988425
		1 2	988425
Angolo maggiore	54.34	1	991105
Angolo minore	37.13	1	978163
Differenza delli ang.	17 21	r l 2	002022
Dimezza		1 1	1948140
Arco	33.24	1	974070
Arco doppiato	66.48	1 2	959543
Differenza delli ang.	17.21	1 2	997978
Angolo verticale	112. 5	1.2	957521

Calcolo per l'altra Regola 13. secondaria.

Differéza de lati G.	20. 0	rl2	002701
Base	80. 0	l2	923967
Arco	79.21	l2	926668
Arco dimezzato	39.40½	l	980511
		l	980511
Lato maggiore	60 0	rl	006247
Lato minore	40. 0	rl	019193
Differenza de lati	20. 0	l2	997199
Dopp. Ang. vertic.	112. 6	ll	1983761
Semiangolo vertic.	56. 3	l	991880

Calcolo per l'altra Regola 14. secondaria.

Differ. delli ang.	G. 17.21	rl2	002022
Angolo verticale	112. 6	l2	957545
Arco	66.47	l2	959567
Arco dimezzato	33:23½	l	974064
		l	974065
Angolo maggiore	54.34	rl	008895
Angolo minore	37.13	rl	021837
Differ. delli angoli	17 21	l2	997978
Doppio. Base	80. 1	ll2	1976839
Semibase	40. 0½	l2	988419

Non

Non restarò finalmente di porre anco queste due Regolette, della prima delle quali si potremo seruire nella Tauola del Direttorio, quando, dati i lati, con l'angolo verticale si cerca la base; e della seconda, quando, dati due lati con la base, si cerca l'angolo verticale, la ragione delle quali si può dedurre dalla soprapostа dimostratione.

Regola prima.

IL Versilogaritmo dell'angolo verticale, con i logaritmi de lati, e con il Tomologaritmo della differenza di essi lati, daranno (lasciate le vnità solite &c. purche nell' vltimo luogo à mano sinistra la figura non sia zero, che all' hora vi deue restare vn' vnità) il Versilogaritmo di vn'arco, il cui log. 2. con il log. 2. della differenza di detti lati, darà (lasciata l'vnità &c.) il log: 2. della base, che sarà di specie conforme all'arco ritrouato.

Regola seconda.

IL Tomologaritmo della differenza de lati, con il log. 2 della base, darà il log. 2. di vn'arco (lasciata l'vnità &c.) di specie conforme alla base, il cui Versilogaritmo, con i Tomolog. 2. de lati, e con il log. 2 della differenza di essi lati, darà il Versilogaritmo dell'angolo verticale, lasciate le vnità come sopra &c.

PROBLEMA 37.

Data la eleuatione del Polo, e l'altezza di vna stella sopra l'orizonte, con l'arco azimuthale, trouare la declinatione.

DI nuouo si veda la figura del Problema 25. nella quale intenderemo pure, P B Q D, per il meridiano, ma però, B E D, hora lo supporremo, che sia la metà dell'orizonte, i cui Poli siano, P, Q, &, A E C, metà dell'

Equa-

Equatore, i cui Poli, R, S. Intendasi poi la stella posta in, H, e constituito il triangolo, RPH. Sarà dunque, RP, comp. della eleuatione Polare, RH, comp. della declinatione boreale, ouero aggregato della declinatione australe, e del quadrante, &, PH, comp. dell'altezza della stella, e l'angolo, HPR, sarà il comp. dell'arco azimuthale boreale, e perciò acuto, ouero sarà l'aggregato dell'arco azimuthale australe, e del quadrante, e però in tal caso sarà ottuso. Veniamo dunque nel triangolo, RPH, ad hauere dati i lati, RP, PH, e l'angolo verticale, RPH, e si cerca la base, RH, onde il Problema si riduce alla Regola 8. de sferici obliquangoli del Compendio seguente, primaria, ò secondaria, quale più ci piacerà, conforme alla quale hauremo da operare:

ESSEMPIO.

PRendasi la osseruatione di Tichone intorno al ginocchio destro di Pegaso, fatta l'anno 1577. il quale nel

Libro 2. *de Mundi Aetherei recentioribus Phœnomenis*, alla pag. 23. dice, che vide detta ſtella in altezza di gr. 28.24. ſopra l'orizonte, onde, PH, verrà ad eſſere g. 61. 36. e l'arco azimuthale dall'occaſo verſo Settentrione era g.8.53. onde l'angolo, H P R, ſarà acuto, e gr. 81. 7. Similmente ſupponendo Tichone la eleuatione Polare g. 34.7. ſarà, P R, comp. di quella g. 55. 53. Operando adunque per eſſempio per la detta Regola 8. primaria del Comp. come ſi vede in queſto calcolo, trouo, H R, eſſere g. 61. 58. onde la declinatione, H I, ſarà g. 28. 2. bor. come troua ancora eſſo Tichone nel detto luogo, & il Magini nel P. Mobile al Lib. 8. e Prob. 9.

Ang RPH, G 81. 7	r l2	081129			
Lato, HP, 61.36	m2	973295	l 2		967726
1.caſo 15.56	m2	1054424	r l2		001701
Lato, P R, 34 7					
Dif 2.caſo 18.11			l 2		997775
Baſe, HR, 61.58			l 2		1967202

PRO-

PROBLEMA 38.

Date le isteſſe coſe, e di più il punto del- Equatore poſto nel M. C. trouare l'áſcenſione retta della ſtella.

NEll' iſteſſa figura, e triangolo, R P H, del Problema 25. ſaranno pure date le iſteſſe coſe, e ſi dourà ri- trouare l'angolo, P R H, che ci darà l'arco, A I, dell' Equatore, il quale giunto all' aſcenſione retta del M. C. quando la ſtella ſia nella parte orien- tale, ò leuato da quella, eſſendo nella parte occidentale, ci darà l'aſcenſione retta di eſſa ſtella ſuppoſta pure in, H, come ſopra, onde queſto ſi riduce alla Regola 9. de ſfeci obliquangoli del Compendio ſeguente, per la quale con uiene operare.

ESSEMPIO.

DEuaſi trouare l'aſcenſione retta della medeſima ſtella del Prob.

ant. poſte l'iſteſſe coſe, e di più, che l'aſcenſione retta del M. C. ſia gr. 55. 45. come nel detto luogo ſuppone Tichone. Operando adunque per la detta Regola 9. come quà ſi vede, trouo l'angolo, P R H, eſſere g. 79. 56. onde per anco, A I, ſarà gr. 79. 56. il quale, perche la ſtella è nella parte occidentale, leuato dall' aſcenſione retta del M. C. g. 55. 45. (giungendoli gr. 360.) ci dà l'aſcenſione retta della ſtella gr. 335. 49. come appunto ritroua Tichone nel ſudetto luogo, & il Màgini nel Primo Mobile, è Lib. 8. al Prob. 12.

Ang RPH,	G. 81. 7	rl2	081129	m2	919395
Lato, HP,	61. 36	m2	973295		
1. caſo	15. 56	m2	1054424	rl	056143
Lato, PR,	34. 7				
Dif. 2. caſo	18. 11			l	949424
Ang. PRH	79. 56			m2	924962

Nota poi per ambidue queſti Problemi, che quando l'angolo, R P H, foſſe ottuſo (che ſaria quando l'arco azimuthale foſſe auſtrale conforme al

detto

detto di sopra) bisognaria in cambio del triangolo, R P H, sciogliere il suo triangolo Vicario, PS I H, aggiacente al lato, P H, opposto all'angolo, P R H, ricercato, per hauere l'angolo verticale, H P S, acute, & vno de lati, come, P H, minore del quadrante, conforme, che richiede la detta Regola 9, e se ne raccoglieria pure l'angolo, P S H, eguale à, PRH, che perciò ci daria parimente l'arco, A I. Così anco nell'antecedente Problema se n'haueria la base, S I H, il cui comp. H I, saria la declinatione ricercata.

PROBLEMA 39.

Inuestigare l'angolo fatto dal concorso dell' Eclittica, e del Meridiano in qual si voglia punto di essa Eclittica, data la massima declinatione, e la distanza dal prossimo punto di Equinottio, e trouare parimente l'arco trà il zenith, & il proposto punto.

NElla figura del Probl. 25. intendasi pure, PBQD, per il Coluro

ro de ſolſtitij, BED, per la metà dell' Equatore, &, A E C, per la metà della Eclittica, ſuppongaſi poi dal Polo, P, deli Equatore tirata la quarta, PO G, che ci rappreſenti vna quarta del Meridiano, tagliata dalla Eclittica nel dato punto, O. Facendoſi adunque quattro angoli al punto, O, ſi deue calcolare, come c'inſegna Tolomeo l'angolo boreale delli due fatti dalla portione dell'Eclittica ſeguente il punto dato (il che s'intenderà ancora mentre ſi cercarà l'angolo fatto dall'Eclittica, & orizonte, ò da eſſa, e qualunque verticale, ò cerchio di declinatione) il quale angolo auertaſi, che eſſendo il pũto nel mezocerchio dell'Eclittica aſcendente, cioè dal principio del Capricorno, ſino al principio del Cãcro è acuto, & eſſendo nel deſcendente è ottuſo. Facendoſi adunque dalla portione, O E, ſeguente il punto, O, con, G P, li due angoli, P O E, E O G, ſi calcola, P O E, boreale, & acuto per il mezocerchio aſcendente, e ottuſo per il deſcendente, e per ottenerlo ſi

ſeruiamo del triangolo rettangolo, O G E, nel quale con, O E, e l'angolo, O E G, dati per la terza de sfer. rett. del Comp. ſi acquiſta, G O E, che ci dà, E O P, vno de' quali ſi propone di trouare.

E S S E M P I O.

CErchiſi angolo, che fà il principio della Vergine cõ il Meridiano, come fà Tolomeo nel Lib. 2. dell' Almagetto al Cap. 10. Intenderemo dũque, C E A, per il mezocerchio dell' Eclittica deſcendente verſo l'oriente, &, O, per il principio di eſſa Vergine, onde, O E, ſarà gr. 30. 0. e l'angolo, A E B, della maſſima declinatione lo ſupporremo con eſſo Tolomeo g. 23. 51. onde operando per la detta Regola, come ſi vede in queſto calcolo, trouaremo l'angolo, G O E, eſſere g. 69. 3. onde il rimanente à g. 180. cioè gr. 110. 57. ſarà l'angolo, P O E, ricercato, e proſſimo à quello, che troua Tolomeo, ch' è g. 111. 0.

Ipo-

Ipot.OE,dist.Eclit.	G.30. 0	1 2	993753
A E B, massima decl.	23 51	m	964552
Ang G O E,	69. 3	m2	958305
Ang.POE,al Merid.	110 57		

1 Nota poi che, à chi volesse fare la Tauola di detti angoli, basterà calcolare quelli di vna quarta, che s'haueranno anco quelli delle altre quarte, poiche dimostra Tolomeo nel detto luogo, che per li due punti dell'Eclittica egualmente distanti dall'istesso punto di Equinottio detti angoli sono eguali, e per quelli, che distano egualmente dall'istesso punto soistitiale, detti angoli giunti insieme sono eguali à due retti, onde per essempio nel soprapofto calcolo non solo dedurremo, che l'angolo del principio della Vergine sia g. 110. 57. ma anco quello del principio dello Scorpio sia g. 110. 57. e quello del principio del Toro, e de Pesci g 69.3. l'angolo poi de punti solstitiali è retto, e quello del principio dell'Ariete è il comp. della massima

ma declinatione, e quello del princi-
pio della Libra è l'aggregato della
maſſima declinatione, e del quadran-
te, come dimoſtra pure Tolomeo nel
ſudetto.

2 Nota in oltre, che ſe ſupporremo,
H, per il zenith, eſſendo, H O G, arco
trà il zenith, e l'Equatore eguale all'
altezza del Polo della Regione, ſe da
quella ſottraremo, O G, declinatione
boreale, ò vi giungeremo la declina-
tione auſtrale, hauremo la diſtanza del
zenith dal dato punto di Eclittica, che
ſarà l'arco poſto nella Tauola delli ar-
chi, & angoli per li ſette Climi da To-
lomeo nell'Almageſto al Lib. 2. Come
per eſſempio volēdo l'arco per il prin
cipio della Vergine nel 4. Clima, do-
ue l'altezza del Polo, ò larghezza è g.
36.0. leuaremo g. 11 40. declinatione
bor. del principio della Vergine alla
maſſima obliquità gr. 23. 51. e reſta-
ranno gr. 24. 20. arco trà il zenith, e
principio di eſſa Vergine, poſto nella
detta Tauola. Quando poi la larghez
za è minore della declinatione dell'
iſteſſa

istessa affettione con lei, si deue per il contrario leuare la larghezza dalla declinatione, e restarà l'arco, che si cerca.

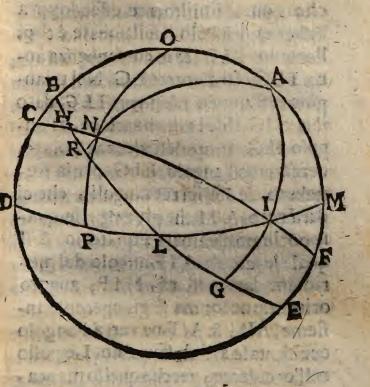
3 Nota finalmente, che hauendo l'angolo in qual si voglia punto dell' Eclittica con il Meridiano, habbiamo ancora quello, che si fà in detto punto cõ qual si voglia cerchio di declinatione, e ciò perche giungẽdo quel pũto al Meridiano il cerchio della delinatione di quel punto si vnisce con il detto Meridiano, perche passano ambidue per i Poli Mondo, il che ci seruirà per il seguente Problema.

PROBLEMA 40.

Dato l'angolo fatto dal concorso dell' Eclittica, e del Meridiano, in vn dato punto di essa, trouare l'angolo fatto dal cõcorso di essa Eclittica, e di vn dato Orizonte, tanto orientale, quanto occidentale nell'istesso punto.

SIa nella presente figura il Meridiano, A B D E, mezo l'Orizonte obliquo, D L M, mezo l'Equatore, B L E,

L E, il cui *Polo* boreo, A, e meza l'*E*-clittica, C H *F*, il cui punto, I, naſchi, ò tramonti, e ſi deue inueſtigare l'an-

golo, M I F, orientale, ouero l'occidentale. Sapendo noi adunque per il *Probl.* ant. l'angolo fatto appreſſo il punto, I, nel Meridiano, ſapremo anco (tirato dal *Polo*, A, per, I, la quarta, A I G) l'angolo, A I F, fatto dall'

Ori-

Orizonte,D I M,e cerchio di declina-tione, A I G; In oltre hauendo noto il punto, I, sapremo anco la di lui de-clinatione, similmente essendo nota l'altezza del *Polo*, della quale è cop. l'angolo, BLD, & in conseguenza an-co, I L G, sarà noto, I L G. Nel trian-golo rettangolo adunque, I L G, dato il lato, IG, ch'è la declinatione, e l'an-golo, ILG, comp. dell'altezza *Polare*, cercaremo l'angolo, L I G, per la Re-gola 12. de sferici rettangoli, che ci darà noto, A I M, che gli è vguale, qua-le potiamo chiamare *Equatorio*, & il quale leuato da, A I F, angolo del me-ridiano dato, restarà, M I F, angolo orientale noto; ma se giungeremo in-sieme, AIM, & A I F, ne verrà l'angolo occidentale all'istesso punto, I, e posto nell'occidente, perche quello manca, e questo abonda dell'angolo, AIM, co-me à chi lo considerarà sarà manife-sto.

ESSEMPIO.

DEuasi ritrouare al Polo di gr. 36. o. l'vno, e l'altro angolo fatto al principio del Toro, il cui angolo nel meridiano fù trouato nel Prob. ant. g. 69. 3 sarà dunque, AIF, g. 69. 3, & essendo la sua declinatione, IG, g. 11. 40. alla obliquità massima di Tolomeo g. 23 51. e l'angolo opposto, ILG, comp. dell'eleuatione Polare g. 54. o. con la detta Regola trouaremo, come si vede in questo calcolo, l'angolo, LIG, cioè, AIM, essere g 36. 53. li quali leuati da g. 69. 3. restarà l'angolo orientale, MIF, gr. 32. 10. come appunto troua Tolomeo nel Cap. 11. del Lib. 2. dell'Almagesto, e giungendo li detti g. 36. 53. à gr. 69. 3. angolo del meridiano, ci verrà l'angolo occidentale g. 105. 56.

Iato,

Lato, I G, decl. G.	11.40	rl2	000907
ILG, cõp. dell'alt. Pol.	54. 0	l 2	796922
Ang. LIG, Equatorio	36 53	l	977829
Ang. nel Merid.	69. 3		
Ang. orientale diff.	32. 10		
Ang. occident. sõma	105 56		

1 Nota poi che, dimostrando Tolomeo nel detto Cap. 11. che gli angoli orientali de punti egualmente distanti dall' istesso *E*quinottio sono eguali, e che l'angolo orientale fatto ad vn punto dell'*E*clittica con quello del punto opposto adegua due angoli retti, perciò se si calcolaranno gli angoli orientali del primo mezocerchio della Eclittica, hauremo ancora gli angoli orientali del secondo mezocerchio, & i rimanenti à g. 180. delli angoli orientali del primo mezocerchio, saranno gli angoli occidentali del secondo mezocerchio, e li rimanenti à g. 180. delli angoli orientali di questo saranno gli angoli occidentali del primo mezocerchio.

2 No-

2 Nota di più, che detti angoli per i punti delli Equinottij facilmente si hauranno, poiche leuãdosi la massima declinatione dal comp. della eleuatione polare restarà l'angolo oriẽtale del principio dell'Ariete, & il rimanente à g. ù90. sarà l'angolo occidentale dal principio della Libra: Per il contrario giungendo la massima declinatione al comp. della eleuatione polare se n'hauerà l'angolo orientale del principio della Libra, & il rimanente à g. ù80. sarà l'angolo occidentale del principio dell'Ariete.

3 Nota finalmente, che se dal polo dell'Orizonte, che sia, O, sarà tirato il verticale, O N P, che passi per il punto, N, che disti per vn quadranth dal punto, I, ascendente, essendo, I N, Ipotenusa quadrante, sarà anco, P I, quadrante conforme all'Annot. 3. del Compendio, onde l'arco, N P, altezza di esso g. Nonagesimo dall'ascendente sarà eguale all'angolo, N I P, cioè all'angolo orientale, MIF, si che hauendo noto quello habbiamo

bia mo

biamo anco nota l'altezza di esso Nonagesimo, & , L P, arco azimutale di esso Nonagesimo sarà pure notificato, essendo il comp. di, L I, latitudine ortiua del punto, I, la quale si farà nota mediante il Prob. 22. Il detto però s'intẽde, quãdo il punto, N, è nella parte oriẽtale, il che auuiene quãdo il punto del mezocielo è nel mezocerchio dell'Eclittica ascendẽte, cioè dal Capricorno al Cancro, che se fosse nel descendente saria il Nonagesimo nella parte occidentale, & , I, si douria intendere nell'occidente, come anco l'arco azimuthale, L P, & il resto della figura.

PROBLEMA 41.

Data la eleuatione del Polo, con la declinatione di vn dato punto di Eclittica, e la distanza temporale di esso punto dal Meridiano, inuestigare l'angolo fatto dalla Eclittica, e dal Verticale, che passa per il sudetto punto.

S'Intenda nella figura pure del Problema ant. qualsiuoglia punto, N, dell'

N, dell'Eclittica, del quale ſia nota la declinatione, N R, l'arco, B R, dell' Equatore, cioè l'angolo, O A N, e la eleuatione Polare, il cui comp. ſarà, O A, parimente noto, e ſi deua trouare l'angolo, O N I. Prima dunque notificaremo l'angolo, A N I, per il Pobl. ant. il quale è vguale à quello, che ſi faria nel Meridiano al punto, N. Dipoi nel triangolo, O A R, che hà noto, O A, minore del quadrante, &, A N, comp. della declinatione boreale, ouero aggregato della declinatione auſtrale, e di g. 90. e l'angolo, O A N, acuto, mentre la diſtanza dal Meridiano ſia manco di hore ſei (che quando foſſe più, ſi ſcioglieria in vece il triangolo Vicario aggiacente ad, ⊖ A) cercaremo l'angolo, O N A, per la Reg. 9. de sfer. ob. del Comp. e quello giungeremo ad, A N I, eſſendo, N, nella parte orientale, ò la leuaremo da, A, N I, eſſendo quello nella occidentale (poiche dimoſtrà Tol. nel Cap. 12. del Lib. 2. dell' Almageſto, che detti angoli orientale, & occidentale, dell'

L iſteſſo

istesso punto di Eclittica sono insieme il doppio dell'angolo fatto al Meridiano, si che di quanto abonda l'orientale, di tanto deue mancare l'occidentale dall' angolo sudetto fatto al Meridiano) e ne verrà l'angolo dell'Eclittica orientale, ò occidentale, secondo che il sito di, N, sarà supposto.

ESSEMPIO.

PRendasi l'essempio di Tolomeo, il quale nel sudetto luogo cerca l'angolo al principio del Cancro, posto in distanza di vn'hora dal Meridiano, al *Polo* g. 36. o. *E* perche già sapiamo, che l'angolo di esso Meridiano è retto, resta, che per la detta Reg. 9. cerchiamo l'angolo come, O N A, essendo, O A, g. 54. o. A N, g. 66. 9 e l'angolo, O A N. della distanza di vn'hora g. 15. o. Operando adunque come quà si vede, trouasi l'angolo, O N A, g. 43. 22. il quale giunto ad, A N I, g. 90. fà l'angolo, O N I, nel principio del Cancro, & orientale gr. 133. 22. il quale

però

però viene trouato da Tolomeo essere gr. 133. 14. e se leuaremo detti gr. 43. 22. da g. 90. restarà l'angolo dalla parte di occidente g. 46. 38.

Dist. OAN, G.	151. 0	rl2	001506	m2	1057195
C. d. el. Pol. OA,	54. 0	m2	986126		
1. caso	53. 3	m2	987632	rl	009737
C. della dec. AN,	66. 9				
Dif. 2. caso	13. 6			1	935536
Angolo, ONA,	43. 22			m2	1002468

Nota poi, che calcolando gli angoli del mezocerchio dell'Eclittica ascẽdente, ouero descendente, per essempio quelli dell'ascendente fatti verso oriente, hauremo anco quelli fatti verso occidente dal mezocerchio descendente, intendendo però, che li punti, che sono Antiscij, siano in eguali distanze dal Meridiano inanzi, e dopo, poiche detti angoli sono eguali à due retti, come mostra Tol. nel detto Cap.

 12. Si-

12. Similmente hauremo gli angoli dell'istesso mezocerchio ascendente occidentali ancora, prouando pure Tol. nell'istesso luogo, che gli angoli orientale, & occidentale dell' istesso punto, posto inanzi, e dopo in eguale distanza temporale dal Meridiano, sono, come si è detto, insieme presi il doppio dell'angolo fatto all'istesso punto nel Meridiano; ciò però s'intende quando il zenith sia, ò più boreale, ò più australe delli gradi, che vengono nel Mezo Cielo, essendo il punto oriētale, & occidentale (il che accaderà sempre quando la larghezza della Regione, ò altezza polare, non sia minore della massima declinatione) Ma se, essendo il punto orientale, il grado del M.C. sarà più australe del zenith, & essendo quello occidentale, il grado del M.C. sarà più boreale di esso zenith, all'hora li detti due angoli saranno maggiori del doppio dell'angolo nel Meridiano fatto all'istesso punto, di due retti. E se finalmente il punto dell'Eclittica preso sarà orientale, &

il gra-

il grado del M. C. più boreale del zenith, & essendo poi il punto occidentale il grado del M. C. sarà poi più australe di esso zenith, detti due angoli orientale, & occidentale, saranno minori del doppio dell'angolo al meridiano pure della quantità di due retti; come dimostra esso Tol. nel sudetto Cap. 12. di che dunque, hauendo gli angoli orientali del mezocerchio dell'Eclittica ascendente, habbiamo ancora gli occidentali del medesimo mezocerchio ascendente. Parimente, hauendo gli angoli occidentali del descendente, come si è detto, s'hauranno anco gli orientali dell'istesso, onde il calcolo fatto delli angoli orientali solo nel mezocerchio ascendente, ci dà anco gli occidentali di esso, e tanto li occidentali, quanto gli orientali del descendente. Quando adunque l'altezza polare sia minore della massima declinatione, bisognarà auuertire alli gradi, che vengono in M. C. nel sito del punto Eclittico orientale, & occidentale, conferendo le declinationi di det

ti gradi del M.C. con l'altezza polare, per ſapere ſe detti due angoli ſono maggiori, ò minori del doppio dell' angolo al Meridiano di due retti. Per trouare poi dato il punto Eclittico, e la di lui diſtanza temporale dal Meridiano, che grado dell'Eclittica ſia nel M. C. ricorreremo al triangolo, C N A, nel quale ci ſarà noto l'angolo, C A N, diſtanza temporale dal Meridiano, C N A, comp. al mezocerchio dell'angolo noto, A N I, poiche è vguale à quello, che ſi fà da, A N, N I, quãdo, N, è nel Meridiano, e la baſe, N A, comp. della decl. bor. ò aggregato del l'auſtr. e di gr. 90. onde per la Reg. 12. de sfer. ob. del Comp. potremo facilmente hauere l'arco, N C, che ci darà il grado, C, del M. C.

Chi poi non voleſſe cercare detto grado del M. C. potrà, eſſendo l'altezza polare minore della maſſima declinatione, calcolare per la Regola poſta di ſopra l'angolo fatto dall'iſteſſo pũto tanto verſo oriente, quanto verſo occidente, & haurà pure l'intento ſen-

za hauere à badare alli detti casi. E questo sia detto per vn poco di esplicatione del detto Cap. 12. del Lib. 2. dell'Almagesto.

PROBLEMA 42.

Date le isteße cose, trouare l'arco trà il zenith, & il dato punto dell' Eclittica.

QVesto Problema non è molto differente dal Prob. 3. come si può vedere, poiche detto arco, che si cerca è il compim. dell'altezza del Sole, cioè del punto dato, onde operando per le Regole iui addotte facilmente trouaremo il detto arco. Tuttauia applicando il calcolo all'essempio del Prob. ant. di nuouo quà cercaremo nel triangolo, AON, della figura di esso, la base, ON, dati i lati, OA, AN, e l'angolo, OAN, come sopra, seruendosi dell'altra Regola 8. secondaria posta nel Problema 35.

ESSEMPIO.

DEuasi cercare l'arco trà il zenith, & il principio del Cancro, posto in distanza di vn'hora, inanzi, ò dopo, dal Meridiano, conforme, che cerca Tolomeo nel sudetto Cap. 12. Opero dunque per la detta Reg. 8. secondaria, come quà si vede, e trouo detto arco essere g. 17. 45. ma Tolomeo raccoglie dalla sua operatione gr. 17. 47.

Semiang. OAN, G.	7. 30	1	911570
		1	911570
AN, Comp. d. dec.	66. 9	1	996123
AO, comp. d el. po	54. 0	1	990796
Diff de comp.	12. 9	rl2	000984
Dimeza		11	1811043
Arco	6. 31	1	905521
Arco doppiato	13. 2	12	998867
Diff. de comp.	12. 9	12	999016
Dist. dal zenith	17 45	12	997883

Nota poi, che trouati gli archi del mezocerchio per essempio ascendente dell' Eclittica dalla parte come di Orien-

Oriente, hauremo ancora quelli dalla parte dell'Occidente dell'istesso, perche detti archi sono eguali, poste le distanze temporali dal Meridiano eguali; si come hauremo ancora quelli del mezocerchio descendente tanto dalla parte di Oriente, quanto di Occidente, essendo gli archi de punti Antiscij, posti in distanze temporali eguali dal Meridiano, pure eguali, come hà dimostrato parimente Tolomeo nel più volte nominato Cap. 12. del Lib. 2. dell' Almagesto.

PROBLEMA 43.

Supposta vna stella nell' Orizonte ad vna data eleuatione di Polo, inuestigare l'angolo fatto dal concorso dell' Eclittica, e di esso Orizonte nel detto momento.

DVe casi possono accadere in questo Problema, imperoche, ò la stella sarà nell'Eclittica, ò fuori di essa verso borea, ò austr. Se la stella sarà

nell'Eclittica, ſapendo noi trouare l'angolo orientale, & occidentale fatto dall'Eclittica, & orizonte in qual ſi voglia punto di eſſa, ſapremo l'angolo fatto da eſſi parimente, ſuppoſta qual ſi voglia ſtella nell'orizonte, che ſia nella detta Eclittica, ma queſto caſo auuiene di rado, eccetto che per il Sole.

Speſſiſſime volte poi ci occorrerà il ſecondo caſo, per ſcioglimento del quale ſapendo noi la lunghezza, e larghezza della propoſta ſtella, potremo anco ottenere la di lei declinatione, & aſcenſione retta, ò per la Tauola delle 100. ſtelle fiſſe quà poſta, eſſendo ſtella fiſſa, ò per le fiſſe, & erranti, per il Cap 3. della *Pratt*. Aſtr. e per il Cap. 5. la differenza aſcenſionale, la quale giunta, ò leuata dall'aſcenſione retta ci darà l'aſcenſione obliqua, alla quale cercaremo il correſpondente arco dell'*Eclittica* dal principio dell' Ariete, e coſi ſapremo con quale punto di eſſa *Eclittica* naſchi la detta ſtella, conforme, che parimente ſi è ſpiegato

gato nel ſecondo Not. del Cap. 10. di eſſa Pratt. Aſtr. mediante in qual punto di Eclittica potremo poi per il Problema 39. e 40. trouare l'angolo, che ſi cerca, s'egli è l'orientale. Ma ſe voleſſimo l'occidentale conuerria trouare il punto dell'Eclittica, con il quale tramonta detta ſtella (il quale ſi potria hauere con cercare il punto dell' orto dell' oppoſto di eſſa ſtella) e di quello ſi cercaria l'angolo occidentale per gl'iſteſſi Prob. 39. e 40. e ſi otteneria quanto ſi deſidera.

ESSEMPIO SOPRA IL SECONDO CASO.

LAſcio l'eſſempio del primo Caſo, poiche il Problema 40. ci dichiara per eſſo quanto ci baſta. Cerchiſi dunque l'angolo fatto dal concorſo dell'Eclittica, e dell'Orizonte, al Polo di g. 44. poſto che in eſſo ſi ritrouaſſe la Spica della Vergine, la cui lunghezza ſupporremo, che terminaſſe in gr, 17. 21, di Libra, hauendo eſſa di

larghezza auſtr.gr. 2. 0. conforme all'
eſſempio del Prob. 26. la cui declina-
tione fù trouata g.8.40.auſtr.e l'aſcē-
ſione retta gr. 195. 13. Per il Cap. 5.
adunque della Pratt. Aſtr. trouaremo
la di lei differenza aſcenſionale eſſere
g.8.28. aggiuntiua all'aſcenſione ret-
ta, onde ſarà l'aſcenſione obliqua gr.
203.41. Alla quale per il Cap.12.tro-
uo corriſpondere g.17.10. di Libra, il
cui angolo al Meridiano dal Prob 39.
conſta, ch'è gr. 112. 25. mediante il
quale trouaſi finalmente conforme al
Prob. 40. che l'angolo orientale fatto
dall'Eclittica con l'Orizonte al detto
punto gr. 18.10. di Libra, inſieme col
quale ſi ritroua parimente la Spica in
eſſo Orizonte, è g.67.59. ſi come
l'angolo occidentale tro-
ueraſſi eſſere gr. 157.
14. come cia-
ſcuno fa-
cendo queſti calcoli po-
trà eſperimen-
tare.

PRO-

PROBLEMA 44.

Inuestigare l'Orto, e l'Occaso heliaco di vna stella, ad vna data eleuatione di Polo.

CONciosiacosache tutte le stelle, la declinatione delle quali, sia borea, ò australe, è minore del comp. della eleuatione polare del proposto luogo, naschino, e tramontino nel detto luogo; comparandosi quelle al Sole sortiscono due generi di Orto, & Occaso; l'vno de quali suppone il Sole, e la stella insieme nell'Orizonte, e l'altro, posta la stella solamente nell' Orizonte, richiede, che il Sole sia sotto di esso in certa distanza, la quale si computa nell'arco del verticale, che passa per l'istesso Sole, & è rinchiuso trà esso, e l'Orizonte, il quale poi si chiama l'arco della visione, poiche rendendo il Sole con il suo gran splendore inuisibili le stelle, quando esso si ritroui in vna tanta distāza sotto l'orizonte,

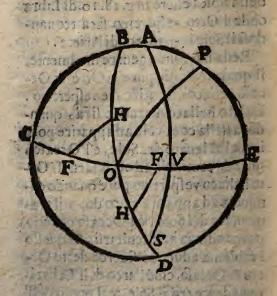
zonte, fà, che esse si possino vedere. Il primo genere poi si diuide in orto, & occaso cosmico, ò matutino, & in orto, & occaso Acronico, ouero vespertino. Orto cosmico matutino è quando la stella nasce, mentre nasce anco il Sole: Occaso cosmico matutino poi è quando la stella tramonta con il punto dell'Eclittica contrario à quello dell' orto del Sole. Ma l'orto Acronico, ò vespertino è quando la stella nasce con il punto dell'Eclittica cõtrario à quello, con il quale il Sole tramonta. E l'Occaso Acronico, ò vespertino è finalmente quando il Sole, e la stella tramontano insieme. Per ritrouare adunque l'Orto matutino, e l'Occaso vespertino di vna stella ci seruiremo del modo accennato nell'vlt. Not. del Cap. 10. della Prattic. Astr. nel quale per l'Orto intendiamo l'Orto matutino della stella, e per l'Occaso l'Occaso vespertino. Hauuti questi due si hanno poi anco gli altri due, cioè l'Orto matutino ci dà l'Orto vespertino, che si fà, essendo il Sole nel punto dell'

Eclit-

Eclittica contrario à quello dell'Orto matutino: E così l'Occaso vespertino ci dà l'Occaso matutino per l'istessa ragione. Come per essempio si trouò nel Prob. ant. l'Orto matutino della Spica essere in g. 18. 10. di Libra onde l'Orto vespertino sarà trouandosi il Sole in g. 18. 10. di Ariete.

Resta il secondo genere finalmente, il quale si diuide pure in Orto, & Occaso heliaco matutino, e vespertino. L'Orto heliaco matutino si fà, quando la stella comincia ad apparire poco inanzi al leuare del Sole, e l'Occaso, quando comincia ad occultarsi: L'Orto heliaco vespertino poi è quando comincia ad apparire poco dopo il tramontare del Sole, e l'Occaso quando poi comincia ad occultarsi. In questo Problema adunque si cerca detto Orto, & Occaso, cioè l'arco dell'Eclittica cadente trà il Sole, & il punto dell' Orto, ouero Occaso della stella, che si chiama Interuallo della emersione, ouero occultatione matutina, ò vespertina.

Per

Per intelligenza di questo sia nella presente figura il Meridiano, A C D E, mezo l'Orizonte, C F E, e meza l'Eclittica, B O D, trouandosi nel detto Orizonte, ò dall' Oriente, ò dall'

Occidente la stella, F, con larghezza australe, ò boreale. Sarà dunque il punto, O, quello dell' Orto matutino, ò dell' Occaso vespertino della stella, F. Sia

F. Sia poi tirato dal zenith, A, il verticale, AV S, per il punto, S, nel quale s'intenda essere il Sole, quando la stella, F, comincia ad apparire, ò ad occultarsi inanzi al leuare, ò dopo il tramontare del Sole, sarà perciò, VS, l'arco della visione, &, S O, l'interuallo della emersione, ouero occultatione matutina, ò vespertina, il quale si cerca.

Per hauere adunque detto interuallo, inuestigaremo per il detto Not. del Cap. 10, della Pratt. Astr. con quale punto naschi la proposta stella, volendo l'Orto, ò l'Occaso heliaco matutino; ò con quale tramonti, volendo il vespertino ad vn dato Polo. Dipoi, mediante il Prob. 39, e 40. calcolaremo l'angolo orientale del punto dell'Orto ritrouato, ò l'occidentale del punto dell'Occaso, cioè calcolaremo conforme al Prob. ant. detto angolo orientale, ò occidentale, il cui modo si ripete quà in sussidio della memoria. E finalmente mediante questo angolo come, S O V, e l'arco della

visio-

visione, V S, per la Reg. 11. de sfer. rett. trouaremo, O S, interuallo della emersione, ouero occultatione matutina, ò vespertina, che si cerca. Il detto arco della visione, SV, è poi diuerso secondo la diuersità delle stelle, imperoche per le stelle fisse minutissime è g. 18. per quelle della sesta grandezza g. 17. della quinta gr. 16. della quarta g. 15. della terza, g. 14. della seconda, g. 13. della prima gr. 12. per Saturno g. 11. per Gioue g. 10. per Marte g. 11. 30. per Venere g. 5. e per Mercurio g. 10. come fù limitato, e stabilito da Tolomeo.

Essempio per l'Orto heliaco del Can Sirio.

CErchisi l'Orto heliaco del Cane maggiore, detto Sirio, al Polo di Bologna di g. 44. in circa, per l'anno 1640. Prima dunque essequendo il precetto del detto Not. trouo nascere il Cane in questo Orizonte con g. 9. 26. di Leone, il cui angolo al meridia-

ridiano per il Prob. 39. mi si manifesta essere g. 105. 28. cioè, inteso nella figura il Cane in, F, australe, & il punto, O, del suo orto, e dal Polo, che sia, P, tirato l'arco del cerchio di declinatione, PO, l'angolo detto, POD, è g. 105. 28 e per il Prob. 40. si trouerà l'angolo Equatorio, P O E, g. 46. 54. il quale leuato dall'angolo al Meridiano, P O D, gr. 105. 28. resta l'angolo dell' Eclittica, & Orizonte, cioè, D O E, orientale gr. 58. 33. E finalmente nel triangolo rettangolo, O V S, con, V S, arco della visione del Cane, ch' è g. 12. essendo egli della prima grandezza, e con l'angolo, V O S, g. 58. 33. per la Reg. 11. de sfer. rett. trouo, come si può vedere nel primo de seguenti calcoli, O S, interuallo della emersione g. 14. 6. il quale giunto alli gr. 9. 26. di Leone, punto dell' Orto del Cane, ci dà gr. 23. 32. di Leone, nel quale punto essendo il Sole nasce il Cane di Orto heliaco in questo Orizonte.

* * *

Es-

Essempio per l'Occaso heliaco dell' istesso Can Sirio.

PEr sapere l'Occaso heliaco dell' istesso Sirio è necessario sapere con quale punto dell'Eclittica esso tramonti, il che otteneremo mediante il detto Not. e trouaremo, che quello tramonta con gr. 1. 50. di Gemini, il cui angolo al meridiano sarà g. 78. 23. e l'angolo Equatorio, insegnatoci nel Prob. 40. g. 47. 55. cioè nella figura l'angolo, POB (inteso il pũto, O; & il resto della figura verso l'Occidente) sarà g. 78. 23. e, P O E, g. 47. 55. da giungersi insieme per farne l'angolo, B O E, occidentale g. 126. 18. Seruendosi però dell'angolo acuto, V O S, che sarà il rimanente à g. 180. di, B O E, cioè gr. 53. 42. con esso, e con, V S, arco della visione, ch'è gr. 12. per la detta Reg. 11. de sfer. rett. trouaremo, OS, interuallo della occultatione essere gr. 14. 57. come si vede nel secondo calcolo, il quale sottratto dalla lunghezza del

pun-

punto, O, dell'occaſo della ſtella, cioè dà g. 61. 50. ci laſcierà g. 46. 53. onde il punto, S, ſarà il gr. 16. 53. di Toro, nel quale trouandoſi il Sole ſarà l'Occaſo heliaco del Can Sirio in queſto Orizonte, che ſarà alli 7. di Maggio, ſi come l'Orto vero, che ſi è trouato farſi quando il Sole ſi troua in g. 9. 26. di Leone, ſarà il primo di Agoſto, ſtimato il mezo de giorni Caniculari. E l'Orto heliaco, nel quale ſi è trouato il Sole douere eſſere in g. 23. 32 di Leone, ſi farà alli 16. di Agoſto, che ſarà il fine de detti giorni Caniculari, li quali ſcriſſe Varrone ne i Libri dell'Agricoltura hauer principio del Solſtitio eſtiuo.

Primo Calcolo per l'Orto heliaco del Sirio.

Arc. della viſ. del Sir. G. 12.	0	l	93 758
Ang. VOS, all'Oriz. or.	58. 33	r l	006900
OS, Interu. della emerſ.	14. 61	l	938688

Secon-

Secondo Calcolo per l'Occaſo heliaco dell' iſteſſo Sirio.

Arc. della viſ. del Sir G.12. 0	l		931788
Ang. VOS, all'Oriz. oc. 53. 42	ſ		009370
OS, Interu. della occult. 14. 57	l		941158

Nota poiche, trouato il punto dell' Eclittica, con il quale naſce, ò tramō-ta la ſtella per il detto Not. potremo hauere più facilmente l'angolo all' Orizonte orientale, ò occidentale, mediante la lunghezza, e larghezza della ſtella, ſenz' hauere da cercare l'angolo al Meridiano; imperoche nella figura ſe tiraremo dalla ſtella, *F*, l'arco, FH, perpendicolare ſopra l'Eclittica, ſarà, FH, la larghezza di eſſa, &, HO, la differenza del punto dell'Orto, ouero Occaſo della ſtella, O, e della lunghezzá di eſſa, leuando adunque la minore lunghezza dalla maggiore, reſtarà, HO, noto, onde con, FH, &, HO, nel triangolo rettangolo, FHO, per la Reg. 14. de sfer. rett. trouaremo

l'an-

l'angolo, F O H, che si oppone poi all' arco della visione, V S nel triangolo, V O S, ò almeno si agguaglia ad esso, V O S, onde potremo poi facilmente trouare, O S, per gli anteposti calcoli. E così per essempio essendo la lunghezza del Cane Sirio nel detto anno 1640. in gr. 9. 9. di Cancro, & il punto dell' Orto gr. 9. 26. di Leone, sarà la differenza di queste lunghezze gr. 30. 17. e la larghezza è g. 39. 30. si che operando come si vede in questo terzo calcolo, trouasi l'angolo orientale g. 58. 33. come si trouò parimente di sopra. Nell'istesso modo prendendo la differenza di g 9. 9. di Cancro, e del punto dell'Occaso della stella, che è g. 1. 50. di Gemini, sarà quella g. 37. 19. con la quale differenza, e con l'istessa larghezza trouo pure l'angolo acuto dalla parte di Occidente gr. 53. 40. quasi come sopra. Non tralasciarò poi di dire, che se la stella fosse nell'*E*clittica come in, O, douremo in tale caso trouare l'angolo, S O V, per il detto Prob. 40. adoperato di sopra.

Terzo

Terzo Calcolo.

Larghezza del Cane auſ	G. 39.30	m	991610
Diff. delle lunghezze	30.17	r l	029733
Ang. orientale acuto	58.33	m	1021343

Quarto Calcolo.

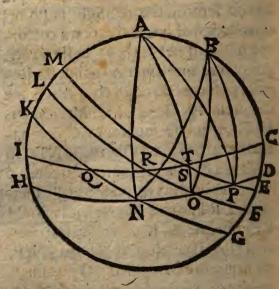
Larghezza del Cane auſ.	G. 39.30	m	991610
Diff. delle lunghezze	37.19	r l	021737
Ang occident. acuto	53.40	m	1013347

PROBLEMA 45.

Data la eleuation del Polo, & il luogo del Sole, inueſtigare la quantità del Crepuſcolo.

NOn è la ſolutione di queſto Problema molto differẽte da quella del Probl. 4. ſupponendoſi quà le iſteſſe coſe à capello, eccettuato che il Sole ſi hà da intendere ſempre nel prin-

principio del Crepuſcolo ſotto l'Orizonte gr. 18. come fù ſtabilito da Tolomeo. Vi ſi ricerca ancora di più l'arco ſemidiurno del Sole poſto nel dato luogo, il quale ſi cercarà conforme al detto nel Cap. 5. della Pratt. Aſtr. Per intelligenza poi della Regola poſta nel detto Prob 4 & inſieme di queſto Problema, ſia il Meridiano, LHF, mezo l'Orizonte, I RC, & il parallelo ad eſſo ſotto Terra, H N D, in diſtanza da eſſo di g. 18. cioè il cerchio del Crepuſcolo: ſia poi mezo l'Equatore, L R F, e due paralleli ad eſſo, M S E, boreale, &, KNG, auſtrale, i quali taglino il cerchio, H N D, in, N, P, e l'Equatore lo ſeghi in, O; e finalmente dal zenith, A, alli punti, N, O, P, tirinſi i verticali, A N, A O, A P, e dal polo dell'Equatore, B, gli archi, B N B O, B P, all'iſteſſi punti, N, O P. Volendo adunque ſapere la quantità del Crepuſculo fatto dal Sole conſtituito nelli punti, N, O, P, ſi ſeruiremo delli triangoli obliquangoli sferici, ABP, ABO, ABN, ne quali vengono

ad essere dati li due lati, A B, comp. della eleuatione polare, B P, comp. della declinatione bor. di, P, ouero,

B O. quadrante, ò, B N, aggregato del quadrante, e della declinatione australe del punto, N; e parimente sono date le basi, A P, A O, A N, adunque il Problema sarà ridotto alla Reg 13. de sfer. ob. del Comp. secondo la quale primaria, e secondaria sono formate le due Regole del Prob. 4. che sono gene-

generali per l'altezza, e depressione del Sole rispetto all' Orizonte, conforme alle quali douremo operare ancora noi per ritrouare l'angolo verticale, A B P, ò, A BO, ò, A B N, secondo che si suppone situato il Sole, il quale angolo, A B P, ci darà l'arco, M S P, del parallelo, MSE, dal quale sottratto l'arco semidiurno, M S, trouato per il Cap. 5. della Pratt. Astr. restarà, S P, arco del Crepuscolo. Così s'hauranno, R O, Q N, medianti gli angoli, A B O, A B N. E ben però vero, che essendo il Sole nell'Equatore, come in, O, si può più facilmente ottenere l'arco, OR, facendosi il triangolo rettangolo, O RT, nel quale è data la depressione, O T, g. 18. e l'angolo, O RT, comp. della eleuatione polare, onde per la Reg. 11. de sfer. rett. si hà con manco fatica l'arco del Crepuscolo, O R, ma hò voluto metterlo sotto il modo generale, per dimostrare, che in qualunque sito sia il Sole vna Regola sola serue à tutti, douendosi solo osseruare nella declinatione bor. di prē-

 dere

dere il comp. della dec. del Sole, come, B P, e nell'australe essa dec. con g. 90. come, B N, e come dicono le Regole del *Prob*. 4. e quando anco s'operasse per l'istessa Regola essendo il Sole nell'Equatore, si prenderia per lato il quadrante, B O. Ma veniamo à gli Essempij per più chiarezza di quanto si è detto.

ESSEMPIO PRIMO.

CErchisi alla eleuatione polare di g 44. la quantità del Crepuscolo essendo il Sole nel principio del Toro, la cui dec. è g. 11. 31. bor. Prima dunque per il Cap. 5. della *Pratt*. Astr. giungendo il mes. della eleuatione polare g. 44. 0. che è 998484. con il mes. della declinatione aus. g. 11. 31. che è 930911. ne viene il log. 929395. di gr. 11. 21. differenza ascensionale, la quale giunta con g. 90. ci da l'arco semidiurno g. 101. 21 da serbare. Dipoi operando per la detta Regola del Prob. 4. come quà si vede, trouo l'ar-

co,

co, M S P, g. 129.26. dal quale leuando l'arco semidiurno g. 101.21. resta, S P, arco del Crepusculo gr. 28. 5. il quale poi conuertito in hore per la Tauoletta posta alla pag. 96. della Pratt. Astr. ci dà h. 1. 52.

El. pol. G. 44. Co. G. 46. 0		r l	014307
Dec. bor. 11 31. Co 78 29		r l	000383
Aggregato	124.29		
Depress. cõ vn quad. 108	0		
Somma	232.29		
Differenza	16.29		
Semisomma	116.14½	l	995276
Semidifferenza	8.14½	l	915639
Doppio. Arc. M S P,	129.26	ll 2	1926105
Semiarco, M S P,	64.43	l 2	963052
Arco semidiurno sottrattiuo	101.21		
Arc. del Crepusc. S P,	28. 5		
Hore	1.52		

ESSEMPIO SECONDO.

DEuasi hora cercare al Polo 42. il Crepusculo posto il Sole nel principio del Sagittario. *Prima* adũ-

que per il Cap. 5. ſudetto trouo l'arco ſemidiurno g.70.38. Dipoi operando per eſſempio per l'altra Regola del Prob. 4. come ſi vede in queſt' altro calcolo, trouo l'arco, K Q N, gr. 96. 24. dal quale leuato, k Q, arco ſemidiurno, reſta, Q N, arco del Crepuſculo g. 25. 46. che ſono hore 1. 43.

El pol. G. 42. 0. Co. G. 48. 0		r l	012893
Dec. auſ. cō il quad: 110. 13		r l	002762
Differenza	62. 13		
Depreſſ. cō il quad. 108. 0			
Somma	170. 13		
Differenza	45. 47		
Semiſomma	85. 6 $\frac{1}{2}$	l	999841
Semidifferenza	22. 5 $\frac{1}{2}$	l	958994
Doppio. Arc. KQN,	96. 24	l l	1974490
Semiarco, K Q N,	48. 12	l	987245
Arco ſemidiurno	70. 38		
Arco del Crepuſculo Q N,	25. 46		
Hore	1. 43		

ES-

ESSEMPIO TERZO.

SIa hora il Sole al Polo 43. nell' Equatore, cioè in, O, operando adunque per la Reg. 11. de sfer. rett. trouo, come si vede in questo calcolo, R O, arco del Crepusculo g. 25. 0. che sono Hore 1.40.

Depressione T O, G.	18. 0	1	948998
Comp. della El. polare TRO,	47. 0	r 1	013587
Arco, QN, del Crepusc.	25. 0	1	962585
Hore	1,40		

Nota, che è l'istesso per l'istesso luogo del Sole il Crepusculo matutino, e vespertino, e ne segni antiscij è l'stesso Crepusculo, onde basta fare la Tauola per il mezocerchio dell' Eclittica ascendente, ò descendente, che serue anco per il rimanente.

PROBLEMA 46.

Inuestigare l'altezza del Polo, cioè la larghezza della Regione.

POtiamo in molti modi cercare l'altezza del Polo, come si può vedere in tutti gli Autori, che trattano di queste materie, posciache ciò s'otterrà osseruando l'altezza meridiana australe del Sole, ò di vna stella, correggendola però per ragione della refrattione, se ve n'è di bisogno, e quella del Sole per la parallasse ancora, conforme al detto nel Not. 2. del Prob. 19. poiche leuata la declinatione boreale di essi dall'altezza corretta, ò giuntaui la loro declinatione australe, ne verrà l'altezza dell' Equatore, il cui comp. è l'altezza del Polo. Ma se l'altezza osseruata fosse boreale, la differenza del comp. della declinatione, e dell'altezza osseruata, e corretta saria l'altezza polare; douendosi leuare detto comp. dalla detta altezza, se do-

po l'osseruatione l'altezza cala, ò giũgere, s'ella cresce. Cosi adunque se vorressimo per essempio seruirsi della stella polare per trouare l'altezza del Polo, e ciò come nell'Anno 1640. vederemo prima la di lei declinatione nella Tauola delle 100. stelle fisse quà posta, ò quella dedurremo più esquisitamente per il Cap. 3. della Prat. Astr. dalla lunghezza, e larghezza di essa stella nel detto anno 1640. quale si trouarà essere g.87.24. onde il cõp. sarà gr. 2. 36. distando essa tanto dal Polo artico. Questo comp. adunque si dourà giungere all'altezza meridiana di essa, ò leuarlo, come si è detto, e ne verrà l'altezza polare, che si cerca.

Si può ancora hauere detta altezza mediante la reuolutione di vna stella sempre apparente, osseruando le due altezze di essa meridiana, e di quelle (corrette se bisogna) leuando la minore dalla maggiore, e giungendo la metà del residuo alla minore, che se ne comporrà detta altezza polare.

L'istessa parimente si può dedurre dalla latitudine ortiua, ouero occidua, dalla differenza ascensionale, con la declinatione del Sole, ò di vna stella, si come si può intendere nel triangolo rettangolo della figura del Prob. 40. nel quale nascendo il punto, *I*, si può con, LI, lat. ortiua, e con, I G, declinatione, trouare l'angolo, GLI, che ci dà poi, B LD, comp. dell'altezza polare. L'istessa si può hauere mediante, *I* G, declinatione, &, G L, differenza ascensionale, come anco s'hauria con, G L, &, I L, per le sue Regole de sfer. rettangoli. Medesimamente sapendo la proportione del Gnomone all'ombra meridiana si può hauere detta altezza conforme al Prob. 6. Così anco medianti due stelle poste nell'istesso verticale, delle quali siano note le declinationi, & ascensioni rette, e l'altezza di vna di loro, ò in vece l'ascensione retta del M. C. Ouero per due stelle pure di nota declinatione, & ascensione retta, che insieme naschino, ò insieme tramontino, ouero

vna

vna ſia nel Meridiano, e l'altra naſchi, ò tramonti, & in molti altri modi, de quali mettarò ſolo il ſuſſeguente come practicabile in ogni tempo, per nō impedire altre materie con la moltiplicità di queſti Problemi.

Data l'altezza del Sole, ò di vna ſtella (corretta ſe ve n'è biſogno) e l'arco azimuthale, oſſeruati in vna data hora, trouare l'altezza del Polo.

Per intelligenza della operatione vedaſi la figura del Prob. 25. nella quale il Sole, ò la ſtella s'intenda eſſere in, H, ſupponendoſi, PBQD, per Meridiano, &, BED, per mezo l'Orizonte, il cui polo, P, &, R, polo artico, dalli quali ſiano tirati ad, *H*, gli archi de cerchi maſſimi, PH, RH, onde, PH, ſarà il comp. dell'altezza, &, RH, comp. della declinatione boreale, ouero aggregato della declinatione auſtrale, e di g. 90. ambidue noti (perche l'altezza è nota per l'oſſeruatione, e la declinatione per il luogo del Sole noto per l'hora data) Sarà

anco noto l'angolo, H P R, comp. dell' arco azimuthale boreale, ouero aggregato dell'arco azimuthale auſtrale, e di g. 90. ſi che hauendo nel triangolo, P H R, noti li due lati, P H H R, con l'angolo, H P R, oppoſto ad H R, trouaremo la baſe, P R, mediante la Reg. 2. primaria, ò ſecondaria delli sfer. ob. del Compendio, la quale ſarà il comp. dell'altezza polare, che ſi cerca. Auuertaſi però, che eſſendo la declinatione auſtrale, ſarà, R H, maggiore del quadrante, onde biſognarà in tale caſo ſoſtituire alla ſolutione della detta Regola il triangolo Vicario, aggiacente à, P H, nato dalla continuatione di, R P, R H, verſo, P H, conforme all'Annot. 2. del Compendio.

ESSEMPIO.

Sia in vna Regione l'altezza del Sole, ò di vna ſtella oſſeruata, e corretta, g. 20. 0. e l'arco azimuthale auſ. gr. 30. 0. e ciò à h. 3. 44. inanzi, ò dopo me-

mezodì, nel quale momento di tempo trouisi la declin. del Sole, ò della stella, essere g. 11. 15. boreale; sarà dunque nella figura sudetta del Prob. 25. R H, gr. 78. 45. H P, g. 70. 0. e l'angolo, R P H, aggregato dell' arco azimuthale aust. e di gr. 90. gr. 120, 0. Con questi adunque mediante per essempio la Reg. 2. primaria sudetta, pratticata come si vede in questo calcolo, trouasi, P R, essere g. 16. 26. onde, R D, altezza polare sarà g. 73. 34.

Ang. dat. G. 120. 0	rl2	030103		
Lat. aggiac. 70. 0	m2	956107	rl2	046595
1. Arco 53 57	m2	986210	l2	976974
Lato riman. 78. 45			l2	929024
2. Arco 70 23			l2	952593
PR, Dif. d. ar. 16, 26				

1 Nota che potiamo trouare l'istessa altezza medianti l'istessi lati, P H, H R, e l'angolo, P R H, della distanza dal M. C. pure che si sapi se l'arco azimuthale è bor. ò aust. cioè se l'azimuth, P H, casca nel mezocerchio bor. ò aust.

dell'

dell' Orizonte, cioè mentre si sapi la specie dell'angolo, H P R, e ciò otteneremo seruendosi dell' istessa Reg. 2. de sfer. obl. adoprata di sopra.

2 Nota, che volendo fare l'osseruatione nelli Solstitij, si può hauere l'intento ancorche non si sappia l'hora, poiche quella si suppone nelli altri casi per potere hauere la declinatione del Sole, quando in ciascuna hora si muta, come fà notabilmente circa gli Equinotij, ma nelli Solstitij quella non si muta sensibilmente in tutto il giorno, e perciò hauremo la declinatione del Sole qualunque sia l'hora, mediante la quale, e l'altezza, e l'arco azimuthale otteneremo come sopra l'arco, P R, comp. dell' altezza polare. E ben vero, che bisogna sapere la specie dell' angolo, P R H, distanza dal M. C. e perciò conuiene sapere se l'osseruatione è fatta dentro, ò fuori delle h. *6.* inanzi, ò dopo mezodì, poiche essendo dentro le h. *6.* l'angolo, P R H, viene acuto, & essendo fuori viene ottuso.

PRO-

PROBLEMA 47.
Inuestigare la lunghezza della Regione.

DVe modi singolari frà gli altri vi sono di osseruare la lunghezza della Regione, l'vno deriua dalla osseruatione delli Eclissi communemente Lunari, e l'altro depende da vn' horologio, che ci dia essattamente la misura del tempo.

Quanto al primo modo, se si osseruarà l'Eclisse nella proposta Regione, e notando l'hora, quella concordarà con l'hora del luogo, al cui Meridiano sarà calcolata l'Eclisse osseruata, ambidue detti luoghi saranno sotto l'istesso Meridiano; ma se discordaranno le hore, la differenza conuertita in gradi sarà la differenza delle lunghezze, aggiuntiua alla lunghezza del luogo della sopputatione, se il luogo dell' osseruatione numerarà più hore, e sottrattiua da essa, se ne numerarà manco del detto luogo del

la

la ſupputatione, e ne verrà da tale ſomma, ò reſto la lunghezza della propoſta Regione.

Quanto al ſecondo ſe ne potiamo ſeruire facendo paſſaggio da vn primo luogo di nota lunghezza ad vn ſecondo luogo, del quale potremo parimente ſapere la lunghezza, ſe partendoſi dal primo luogo l'horologio ſarà talmente accommodato, che moſtri le hore del detto primo luogo, il quale continuando ſino al ſecondo luogo, ſe le hore, che moſtrarà concordaranno con quelle, che ſi oſſeruaranno nel ſecondo luogo, ſaranno ambidue ſotto l'iſteſſo Meridiano; ma ſe l'horologio noſtro moſtrarà più hore, che non ſono quelle del ſecondo luogo, queſto ſarà più occidentale del primo luogo, ma ſe ne moſtrarà meno, ſarà più orientale, e la differenza delle hore ſarà pure la differenza delle lunghezze.

Ambidue queſti modi però patiſcono qualche difficoltà, il primo per eſſere di rariſſimo vſo, mentre ſi ſer-

uiamo

uiamo delli Eclissi Lunari,& il secondo per essere molto difficile potere formare, e mantenere vn'essattissimo horologio. Per questo altri hanno cercato altri modi, seruendosi alcuni dell'istessa Luna osseruata nel Meridiano, ò congiunta con alcuna stella, & alcuni della varia declinatione dell'ago calamitato dalla Meridiana, ma in somma in tutti si incontrano pure molte difficoltà, massime per il seruitio, che ne può aspettare l'Arte del nauigare: Intorno à questi modi però non starò à dire altro, rimettendomi à quello, che la sottigliezza del Signor Galileo mio Maestro hà inuentato circa di questo, per rimediare in particolare à i diffetti del primo, e secondo modo, lasciando che esso arrichisca il Mondo di cosa tanto bella, e tanto necessaria particolarmente alla nauigatione.

Vi resta finalmente vn modo, che depende dalla cognitione della distanza frà due luoghi, quale sarà spiegato nel seguente Problema.

PRO-

PROBLEMA 48.

Dati due luoghi di nota larghezza, de' quali vno habbi nota ancora la lunghezza, e data la distanza trà di essi, notificare la lunghezza dell' altro ancora.

PEr intelligenza di questo Problema si seruiremo della figura del Prob. 45. nella quale supporremo gl' istessi cerchi, ma descritti nella superficie terrestre, nella quale superficie li due dati luoghi saranno come, A, P, cioè, A, per il quale passa il Meridiano, A I C, &, P, per il quale passa il parallelo bor. M P E (si come, O, ci rappresentarà vn luogo sotto l'Equatore, L O F, &, N, vn'altro luogo sotto il parallelo, K N G, australe) Gli archi poi, B P, B O, B N, tirati dal punto, B, sottoposto in terra al Polo celeste, saranno quelli delle larghezze, cioè B P, comp. della larghezza di, P, B O, quadrante, &, B N, aggregato

gato della larghezza australe di, N, e di g. 90. E gli archi A P, A O, A N, saranno le distanze da, A, alli luoghi, P, O, N, i quali si possono intendere tanto verso oriente, quanto verso occidente, rispetto al Meridiano, A I C. Essendo adunque date le larghezze de luoghi saranno come nel triangolo, A BP, dati i lati, AB, BP, comp. di quelle, & è anco data la distanza, cioè la base, A P, adunque operando per la Reg. 13. prim. ò secondaria de Sfer: ob. la quale non soggiace à osseruatione di casi, otteneremo l'angolo vercale, ABO, differenza delle lunghezze de dati luoghi, la quale giunta alla lunghezza data, se è data quella del più occidentale, ò leuata da essa, se è data quella del più orientale, ci darà la lunghezza dell'altro luogo. E nell' istesso modo operaremo tanto intorno al triangolo, ABO, per il luogo, O, sotto l'Equatore, quanto nel triangolo, ABN, per il luogo, N, australe, nel quale, B N, è l'aggregato della larghezza, e di g. 90. Auuertasi poi, che il luo-

il luogo, A, può anch'esso essere australe, ò sotto l'Equatore, il che però non hà bisogno di varia Regola, ma questa sola scioglie tutti li casi.

ESSEMPIO.

PRendasi il primo delli Essempij addotti dal Magino nel Lib. 11. del suo primo Mobile al Prob. 27. tolti, come esso dice, dall'Autore del Libretto della Misura della Terra; nel quale data la lunghezza, e larghezza di Trapezo di Cappadocia, e di Roma, cerca la loro distanza, quale troua essere g. 24. 52. Quà però supporremo questa istessa distanza, & insieme la lunghezza di Roma gr. 36. 40. e la larghezza di essa g. 41. 40. si come la larghezza di Trapezo gr. 43. 5. ambidue boreali, al quale supposto si accommoda il triangolo, A B P, della detta figura, nel quale potiamo intendere Roma in, A, e Trapezo, che è più orientale, in, P, verso l'Oriente. Sciogliendo adunque detto triangolo,

lo, A B P, per la detta Reg. 13. per essempio per la primaria, come quà si vede, trouasi l'angolo verticale, A B P, g. 33. 50. il quale giunto alla lunghezza di Roma g. 36. 40. ci dà la lunghezza di Trapezo g. 70 30. come appunto suppone il detto Autore.

A B, Co. della larg. di Roma	G. 48. 20	r l	012666
B P, Co. della larg. di Trapezo	46. 55	r l	013646
Differenza	1. 25		
A P. Distanza loro	24. 52		
Somma	26. 17		
Differenza	23. 27		
Semisomma	13. 8 $\frac{1}{2}$	l	935671
Semidifferenza	11. 43 $\frac{1}{2}$	l	930790
Doppio. Dif d. lung.	33. 50	l l	1892773
Semidif. d. lunghezze	16. 55	l	946386

PRO-

[PR]OBLEMA 49.

Dati due luoghi, vno de' quali habbi nota la lunghezza, e larghezza, e l'altro habbi quelle ignote: sia però nota la distanza loro, con l'angolo di positione dell' vno all'altro, notificare la detta lunghezza, e larghezza ignota.

PEr sciogliere questo Problema risguardaremo l'istessa figura del Prob. 45. adoperata nel Prob. antecedente, nella quale essendo li due luoghi, per essempio, A, P, cioè, A, noto quanto alla lunghezza, e larghezza, &, P, ignoto, &, A P, distanza nota, con l'angolo di positione, B A P, pure noto, veniamo ad hauere noti li due lati, A B, A P, con l'angolo verticale, B A P, e però per vna delle Reg. 8. de sfer. ob. trouaremo prima, B P, comp. della larghezza di, P, e poi per la Reg. 9. de gl'istessi otteneremo l'angolo, A B P, differenza delle lunghezze, la

quale

quale giunta alla lunghezza di, A, se sarà, A, più occidentale di, P, ouero leuata da essa, se, A, sarà più occidentale, ci darà la lunghezza di esso, P. Auuertasi però quando i lati, A B, A P, ò l'angolo, B A P, non fossero conforme, che suppongono le dette Regole di sostituire alla solutione il triãgolo Vicario conforme all'Annot. 2. del Compendio.

ESSEMPIO.

PIglisi per confronto del calcolo l'*E*ssempio del Magini nel sudetto luogo al secondo caso del *P*rob. 19. nel quale suppone la lunghezza come di, A, primo luogo g. 33. 30. e la larghezza g. 44. 0. la distanza, come, A *P*, al secondo luogo, *P*, g. 4. 0. e l'angolo di positione, E . *P*, g. 36. 0. Operando adunque per essempio per la Reg. 8. primaria trouasi, B *P*, gr. 42. 49. comp. della larghezza di, *P*, quale perciò sarà gr. 47. 11. conforme che troua anco il Magini, il che si può vedere

dere nel primo calcolo de susseguenti. Nel secondo poi si adopra la Reg. 9. sudetta; e si troua l'angolo, A B *P*, della differenza delle lunghezze gr. 3. 27. 30. il quale giunto alla lunghezza di, A, che si suppone più occidentale di, *P*, ci dà la lunghezza di, *P*, gr. 36. 57. 30. precisamente come troua parimente il Magini. Gli altri casi poi si scioglieranno sostituendo il triangolo Vicario come si è detto quando ve n'è di bisogno. *E* l'istesso potremo ottenere medianti le altre Regole secondarie.

B A P, An. dipos. G.	36. 0	rl2	009204		
BA, 1. lato	46. 0	m2	998484	l 2	984177
1. caso	39.57	m2	1007688	rl2	011543
A P, 2. lato	4. 0				
Dif. 2 caso	35.57			l 2	9908.3
B P, Co. d. larh.	42.49		1 Calc.	l 2	986543

BAP, An. di pos. G	36. 0	rl2	009204	m2	1013874
PA, 1. lato	4. 0	m2	1115536		
1. caso	3.14$\frac{1}{4}$	m2	1124740	r1	124814
AB, 2. lato	46. 0				
Dif. 2. caso	42.45$\frac{3}{4}$			1	9[illegible]3185
ABP, dif. della lungh.	3.27$\frac{1}{2}$		2. Calc.	m2	1121873

Nota poi, che essendo nel detto triangolo, ABP, in vece dell'angolo, BAP, di positione, noto l'altro angolo di positione, APB, con il rimanente detto di sopra, cioè essendo dati anco, BA, AP, lati con vn' angolo opposto, cioè con, APB, opposto ad, AB, se ci sarà nota la specie di, PBA, potremo pure notificare la lunghezza, e larghezza del luogo, P, perche per la prima de sfer. ob. trouaremo l'angolo, PBA, differ. delle lunghezze, e poi per la Reg. 2. primaria, ò secondaria otteneremo, BP, che ci darà la larghezza del detto luogo. L'istessa lunghezza, e larghezza di, P, si potrà ancora

N haue-

hauere mediante, AB, e li duoi angoli di positione fatti in, A, P, e la specie nota di, BP, ouero medianti questi due angoli di positione, e la distanza, AP: anzi dati questi si potriano trouare, AB, BP, in vna sola operatione, quando s'ignorassero le larghezze d'ambidue i luoghi, essendo nota la lunghezza di vn solo, il che s'haurebbe pratticando la Reg. 10. de sfer. ob. che c'insegna à trouare i due lati del triãgolo sferico in compagnia, data la basse, e gli angoli aggiacenti, la quale cosa mi pare molto bella, & à proposito per i luoghi propinqui, bastando osseruare gli angoli di positione fatti in detti luoghi, e la distanza itineraria, e la lunghezza di vno di essi luoghi. Lascio gli Essempij di questi per esser breue, potendoli ciascuno à sua voglia facilmente pratticare. Gli angoli di positione poi si possono osseruare con la Bussola de Nauiganti il cui circuito della Rosa sia diuiso in g. 360. mediante la linea meridiana dimostrata con l'ago calamitato, mentre

tre non s'habbi essa Meridiana altrimente dissegnata, con la quale si può pure osseruare, e con qualunque cerchio, ò mezocerchio, ò quadrante diuiso secondo li detti g. 360.

PROBLEMA 50.

Dati due luoghi differenti come si voglia in lunghezza, e larghezza, trouare la loro distanza.

SE li due proposti luoghi saranno sotto l'istesso Meridiano, essendo le loro larghezze dell' istessa affettione, la differenza di esse, ò essendo di diuersa, il loro aggregato, sarà la distanza ricercata.

Ma se sarãno ambidue sotto l'Equatore, la differenza delle lunghezze sarà pure la distanza, che si cerca.

Et essendo sotto l'istesso parallelo, come per essempio essendo essendo nella figura delli triangoli sfer. ob. del Compendio posta alla pag. 42. D, &, B, due luoghi solo differenti in lun-

ghezza, per i quali passi l'arco di cerchio massimo, D E B, lasciando cadere dal polo, che sia, A, l'arco, A E, perpenidcolare sopra, D B, quello diuiderà in parti eguali l'arco, D B, in, E, e l'angolo, D A B, differenza delle lunghezze, constituendo li due triangoli rettangoli, ADE, ABE, onde trouando per essempio nel triangolo, ADE, mediante l Ipotenusa, A D, comp. della larghezza di, D, data, e l'angolo, D A E, semidifferenza delle lunghezze l'arco, DE, per la Reg. prima delli sfer. rettangoli, quello duplicato sarà la distanza, *D* B, ricercata.

Ma se finalmente saranno differenti in lunghezza, e larghezza ci seruirà eccellentemente la Regola registrata nel Prob. 35. e dimostrata nel Prob. 36. detta: Altra 8. secondaria, pratticata intorno le stelle parimente nel detto Prob. 35. la quale applicaremo alli triangoli, ABP, ABO, ABN, della figura del Prob. 45. adoperata nelli Prob. ant. nelli quali vediamo tutta la

varie-

varietà de casi, che può accadere. Se adunque ambidue li dati luoghi haueranno la larghezza dell'istessa affettione, ci seruirà il triangolo, A B P, e se vno de luoghi sarà sotto l'Equatore, adopraremo come il triangolo, A B O, ma se saranno di affettione diuersa, ci seruiremo come del triangolo, A B N. Quanto alla solutione poi delli triangoli, A B P, A B O, si adopera la detta Regola, senza mutare cosa alcuna, cioè si nota il log. della semidifferenza delle lunghezze de dati luoghi due volte (che è il log. del semiangolo, A B P, ò, A B O) e si douriano notare i log. delli comp delle date larghezze, cioè di, A B, B P, ò di, A B, B O, ma più espediente sarà in vece notare i log. 2. delle istesse larghezze, la differenza delle quali è l'istessa, che la differenza delli comp. delle medesime larghezze, della quale si deue notare il res. log. 2. e fare poi la somma di questi, che ci dà il doppio del log. di vn'arco da raddoppiarsi, il log. 2. del quale arco raddoppiato, con il

log.2. della detta differenza delle larghezze ci dà poi il log.2.della distanza ricercata, di specie conforme all'arco raddoppiato,come dice la sudetta Regola.

Quando poi si habbi à sciogliere il triangolo come, A B N, cioe quando i luoghi hanno le larghezze di affettione contraria, si tiene l'istesso tenore di sopra, eccetto che si deue notare il log. 2. della semidifferenza delle larghezze, in vece del logar. come si fà, quando le larghezze sono della istessa affettione, e l'arco, che vltimamente si raccoglie è il comp.al mezocerchio della distanza ricercata: e la ragione è per che essendo nel triangolo, AB N,il lato,BN,maggiore del quadrante,intendiamo nella superficie terrestre far si l'operatione intorno al luogo, A, & all'opposto di,N,cioè intorno al triangolo Vicario aggiacente ad, AB,nato dalla continuatione di,N B,N A,verso,AB, li quali hanno le larghezze dell'istessa affettione, e l'angolo verticale è il comp. al mezo cerchio di, A B N,dif-

N, differenza delle lunghezze, e però si prende il log. 2. di mezo, A B N, cioè della semidifferenza delle lunghezze con il rimanente detto di sopra, e ne viene dalla operatione la base di esso triangolo Vicario, la quale è poi il comp. al mezocerchio dell'arco, A N, distanza ricercata. Questa maniera parmi più espediente, che quella tenuta per la varietà di questi due casi nel Prob. 35. per le stelle fisse, benche in fatti questo sia finalmẽte vn'operare in questo secondo caso, come là anra intorno al detto triangolo Vicario, il che dalli Essempij si potrà più facilmente intendere.

ESSEMPIO PRIMO.

PRendasi il secondo Essempio del Magini posto nel Prob. 27. del Lib. 11. del primo Mobile, tolto dall' Autore del Libretto della Misura del la Terra, nel quale si cerca la distanza trà Gerusalemme; e Vuitemberga, essendo la lunghezza, e larghezza lo-

ro, come si nota in questo primo calcolo,& ambedue boreali. Operando adunque come si vede in esso calcolo, trouasi la distanza trà essi gr. 32. 46. conforme, che troua anco il Magini, suariando l'Autore da questa per g. 2. 41. che può essere errore di stampa, ò del calcolo, come anch'esso iui dice.

Forma del Calcolo essendo le larghezze dell'istessa affettione.

Lunghezza di Gerusalemme	G. 66 0		
Lunghezza di Vuitemberga	30. 30		
Differenza	35. 30		
* Semidifferenza	17.45	1	948411
		1	948411
Larg. di Vuitemb.	51.50	12	979 95
Larg. di Gerusal.	31.40	12	992999
Differ. di esse larg	20.10	r12	002748
Dimezza		11	11871664
Arco	13 11.½	1	0358 2
Arco duplicato	26 23	12	995223
Differ. delle larg	20.10	12	997252
Distanza trà Ger. e Vuitemb.	32 46	12	992475

E S-

ESSEMPIO SECONDO.

DEuaſi hora trouare la diſtanza trà Bologna, & Arim, ſtimato dalli Aſtrologi Arabici il mezo del Mondo, per il quale ſi douria calcolare nel modo tenuto di ſopra il triangolo, A B O, nella detta figura del Prob. 45. (poiche Arim è ſotto l'Equatore, come in, O) e ne verria la ricercata diſtanza: ma perche eſſa ſi può hauere più facilmente, poiche nell'iſteſſa figura habbiamo il triangolo rettangolo, A L O, nel quale con il lato, L A, che s'intenda per la larghezza di Bologna, e con l'altro lato, L O, differenza delle lunghezze di, A, Bologna, e, di, O, ſuppoſto per Arim, potiamo hauere l'Ipotenuſa, ò diſtanza, A O, per la Reg. 13. de sferici rettangoli, come ſi prattica nel ſeguente ſecondo calcolo, perciò tralaſciaremo il ſudetto modo, benche come generale poſſi ſeruire, come ſi è detto per queſto caſo ancora. Trouaſi dunque la diſtanza trà Bologna, & Arim g. 77. 6. Auertaſi però, che diſcordando la diffe-

renza dalla larghezza nella ſpecie, la diſtanza è maggiore del quadrante, ſi come è minore del quadrante, quando eſſi concordano, conforme all'Annot. 3. del Compendio.

Forma del Calcolo eſſendo vno de' luoghi ſotto l'Equatore.

Lungh. di Arim	G. 108.25		
Lungh. di Bologna	36.30		
Differenza	71.55	12	949192
Largh. di Bologna	44. 0	12	985693
Diſtanza trà Bolog. & Arim	77. 6	12	934885

ESSEMPIO TERZO.

PRendaſi finalmente il ſeſto Eſſempio del detto Autore, addotto pure dal Magini nel luogo ſopradetto, il quale cerca la diſtanza trà Baſſa di Taprobana, & Erfordia della Turingia. Operando adunque ſecondo la preſcritta Regola, come ſi vede in queſto terzo Calcolo, nel quale la forma varia ſolo dalla forma del primo, perche ſi prende in vece del log. il log.

2. del-

2. della ſemidifferenza delle lunghezze (che perciò per auertenza del calcolatore detta ſemidifferenza ſi nota con queſto Aſteriſmo *) trouaſi l'arco g. 80. 14. il cui comp. al mezocerchio è la diſtanza ricercata, e quaſi concordante con quella del Magini, e del detto Autore, cioè g. 99. 46. poiche ſolo di vn minuto è differente.

Forma del Calcolo eſſendo le larghezze di contraria affettione.

	Lungh. di Baſſa G.	126 0		
	Lungh. di Erfordia	28.30		
	Differenza	97.30		
*	Semidifferenza	48.45	l 2	98 911
			l 2	98 911
	Largh. di Erfordia	51.10	l 2	979731
	Larghezza di Baſſa	6.30	l 2	999720
	Differ. di eſſe larg.	44.40	rl2	014800
	Dimezza		11	1958073
	Arco	38. 6	1	979036
	Arco duplicato	76.12	l 2	937755
	Differ. delle largh.	44.40	l 2	985200
	Arco ritrouato	80.14	l 2	922955
	Diſtanza trà Baſſa, & Erford.	99.46		

Ricordisi poi il calcolatore, che se l'arco duplicato è maggiore del quadrante, la distanza anch'essa nel primo, e l'arco ritrouato in questo terzo calcolo, è maggiore del quadrante, cioè è il rimanente al mezocerchio di quello, che si raccoglie con il log. 2. dell' vltima additione. E se l'arco duplicato fosse quadrante, anco questi sariano quadranti.

In oltre sarà ben fatto ridurre à questa forma il calcolo per le stelle fisse pratticato nel Prob. 35. benche sia da questa poco quella forma differente.

Potremo poi per scioglimento di questo nobile Problema seruirsi ancora volendo della Reg. 8. primaria, la quale è assai espediente, & anco della secondaria per rincontro del calcolo, come più ci piacerà, ma la sudetta parmi frà tutte espeditissima.

E finalmente se vorressimo ridurre dette distanze per Essempio in miglia Italiane, dando secondo la commune opinione miglia 60. ad ogni grado, ciò

ciò potremo ottenere facilmente, e così trouaremo, essendo la predetta distanza trà Roma, e Vuitemberga g. 32, 46. quella conuertita in miglia esserne 1966. Così quella trà Bologna, & Arim sarà miglia 4626. E quella trà Bassa, & Erfodia miglia 5986.

PROBLEMA 51.

Dati due luoghi differenti come si voglia in lunghezza, e larghezza, trouare ambidue i loro angoli di positione in compagnia.

QUesto non è altro, che per essempio, nella detta fig. del Prob. 45. in vno delli triangoli, A B P, A B O, ò, A B N, come nel triangolo, A B P, dati i lati, A B, B P, comp. delle larghezze, e l'angolo, A B P, differenza delle lunghezze, trouare ambidue gli ango-

goli, B A P, B P A, mentre di nuouo ſupponiamo, che li due dati luoghi ſiano, A, P, il che otteneremo mediante la Reg. 7. delli sfer. ob. poſto, che i lati, P B, B A, inſieme preſi ſiano minori del mezocerchio.

ESSEMPIO.

CErchinſi gli angoli di poſitione Baſſa, & Erfordia, i comp. delle larghezze delle quali inſieme preſi ſono minori del mezocerchio, quali ſi troueranno, operando come quà ſi vede eſſere, quello di Baſſa g. 38. 26. e quello di Erfordia gr. 80. 6. Queſti angoli ſi poſſono poi anco trouare à vno à vno per la Reg. 9. de sfer. ob. come ogni vno potrà per ſe ſteſſo eſperimentare.

Lato

Lato G.38.50					
Lato 83.30					
Somma 122.20					
Differ. 44.40					
Semiſom. 61.10	rl2	031672	r l	005748
Semidif. 22.20	l 2	996614	l	957978
Semian.B,48.45	m2	994299	m2	994299
Semiſom, 59.16	m	1022585		
Semidiff. 20.50			m	958025
Ang.APB,80. 6				
Ang.BAP,38.26				

Potria poi pratticarſi quà quel Problema ancora, che è il 23. del Lib. 11. del Primo Mobile del Magini, cioè. Dati tre luoghi, due de' quali habbino notà la lunghezza, e larghezza, e del terzo ſia nota la diſtanza da ciaſcheduno di eſſi, notificare la lunghezza, e larghezza di eſſo terzo luogo, che viene parimente pratticato da eſſo nel Lib. 12. al Prob. 3. intorno le ſtelle, e Comete: come anco il Prob. 4. ſuſſeguente; ma ſi ſono da me tralaſciati, perche douendo l'vltimo Inuen

to hauersi per molti altri Inuenti, come iui si può vedere, se non si adoprano più lunghi logaritmi difficilmente potiamo hauere giusto l'vltimo Inuento, parendo, che quanto è più facile l'osseruatione, tanto la moltiplicità delle parti del calcolo rendino men'essatto l'vltimo Inuento. Ma chi pure li volesse pratticare per via di questi log. vada sciogliendo di man' in mano li triangoli considerati in detti Prob. posti dal Magini, ò da altri, tenendo conto delli secondi, che potrà vedere quanto si possi scapitare nel calcolo passando per tanti Inuenti.

PROBLEMA 52.

Determinare quante miglia conuengano ad vn grado di vn dato Parallelo.

ESsendoche il semidiametro dell' Equatore, cioè il seno toto, al semidiametro di qualunque Parallelo, cioè al seno del comp. della declinatio-

natione di esso Parallelo, è come l'in-
tiera circonferenza dell'Equatore al-
l'intiera circonferenza del Parallelo,
& ancora come vn grado dell'Equato-
re ad vn grado del Parallelo, se sup-
porremo, che vn grado dell' Equato-
re importi miglia 60. Italiane, molti-
plicando 60. per il seno del compim.
ouero seno 2. della declinatione del
Parallelo, e partendo il prodotto per
il seno toto, ne verrà la quantità del-
le miglia conueniente ad vn grado di
esso Parallelo. E per i log. giungendo
insieme il log. 2. della declinatione del
Parallelo (che è l'istesso, che la lar-
ghezza del luogo sottoposto ad esso
Parallelo) con il log. del numero 60.
tolto dalla Tauola seconda logarit-
mica, conforme, che si è detto nel
Prob. primo, ne verrà per il detto all'
Assioma generale del Compendio, il
log. al quale cercando pure nella det-
ta Tauola seconda log. il corrispon-
te numero, come ci insegna il Prob. 2.
quello sarà il numero delle miglia,
che importa vn grado del proposto
Pa-

Parallelo. Mediante poi il detto grado facilmente si potranno determinare le miglia, che conuengono à tutto, & à qual si voglia dato arco del proposto Parallelo.

ESSEMPIO.

CErchisi quante miglia conuenghino ad vn grado del Parallelo di Bologna, la cui larghezza è circa gr. 44. giungendo adunque insieme il log. 2. di gr. 44 o. con il log. di miglia 60. ne viene (lasciata la solita vnità &c.) il log. di miglia 43. e 2. decimi, ò più essattamente 43. e 16. centesimi, che sono 9. minuti, e 36. secondi, intendendo il miglio diuiso in 60. minuti, d'onde veniamo insieme à comprendere, che vn grado del Parallelo di Bologna importa g. 0. 43. 9. 36. Se poi moltiplicassimo le miglia 43. 16. per gr. 360. sapressimo quante miglia circonda esso Parallelo, quali trouaremo essere 15537. 6.

Lar-

Larghezza di Bologna	G. 44. 0	12	981693
Miglia	60.	1	177815
Miglia	43. 2	1	163508
Che vengono ad vn g. del Par. di Bologna			

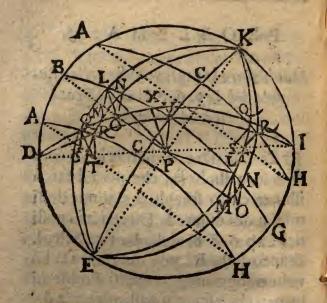
PROBLEMA 53.

Manifeſtare la ragione della prima Regola del Cap. 6. e 8. della Prattica Aſtrologica.

PEr ſodisfare al deſiderio di perſona ſtudioſa, che mi hà fatto iſtanza ch' io ſpieghi la ragione delli miei modi di fare le Direttioni, poſti nel Cap. 6. & 8. della Pattica Aſtrol. & anco della Regola del Cap. 12. hò voluto ſoggiungere queſti Problemi inanzi, che vſciamo dalla materia de' Triangoli sferici, giudicando ciò douere anco riuſcire di guſto, & vtilità à chi vorrà pratticare le dette Direttioni, poiche occorrendoli qualche dub-

dubbio, potrà ſciorlo da ſe ſteſſo, mentre haurà in pronto la ragione dell'operare.

Per intelligenza adunque di ciò, che ſi è propoſto, ſia nella preſente figura il Meridiano K B E G, l' Ori-

zonte, D V I, il cui diametro, D I, diuiſo egualmente in, P, centro di, K B E G, l'Equatore, B V G, il cui diametro, B G, E poli, K, & E, aſſe,

k E,

K E, & il cerchio di positione come si voglia, DQI, che tagli l Equatore in, X, nel quale cerchio di positione si ritroui Q, significatore di D EC, bor. ò aust. come mostra la figura, & per, Q, sia tirato da i poli il cerchio di declinatione, K Q E, che tagli pure l'Equatore in, L. Hauendo adunque il Significatore la dec. bor. perche nel triangolo K Q I, è dato, K I, altezza polare, K Q, comp. della declinatione di esso Significatore, & habbiamo noto l'angolo, I K Q, comp. al mezo cerchio dell'angolo B K Q, distanza dal M C. (la quale si hà sottrahendo l'ascensione retta di esso M. C. dall'ascensione retta del detto Significatore, come pure si accenna nel Cap. 6.) posciache noi voglian o l'angolo, K Q I, opposto alla eleuatione polare, vi adopriamo la Reg. 7. delli Sfer. ob. come più libera dalla osseruatione de casi, che non è la Reg. 9. e trouiamo esso angolo, K Q I, che è vguale à, X Q L. Mà se la declinatione è australe si seruiamo del trian-

golo,

golo, Q D E, e trouiamo nell' istesso modo l'angolo, D Q E, eguale à, L Q X. Auuertendo che la Regola commanda, che si prenda in vece di mes. il mes. 2. della semidistanza dal M. C. quando la declinatione del Significatore è australe, perche all'hora si seruiamo del detto triangolo, D Q E, douendo noi conforme alla detta Reg. 7. delli sfer. ob. prendere il mes. 2. del semiangolo verticale, D E Q, cioè della detta semidistanza, ma per il Significatore di declinatione boreale, seruendosi noi del triangolo, k Q I, e douendo prendere il mes. 2. del semiangolo verticale, Q k I, che è comp. del semiangolo, A k Q, semidistnnza dal M. C. perciò si prende il mes. di essa semidistanza. Finalmente poi nel triangolo, Q L X, mediante, Q L, declinatione, e lato di esso, e l'angolo trouato, X Q L, aggiacente ad esso lato, si hà l'angolo opposto, Q X L, per la Reg. 8 de sfer. rett comp. della eleuatione polare, perciò notificata, la quale s'intende

sopra

ſopra il detto cerchio di poſitione, D X I, e però ſi viene ad ottenere eſſo cerchio di poſitione, ſi come dice la prima Regola del Cap. *6*.

Sapendo poi detto cerchio di poſitione potiamo facilmente ottenere l'aſcenſione obliqua del dato ſignifitatore per il Cap. 5. come anco di qualunque Promiſſore, la differenza delle quali aſcenſioni è l'arco di Direttione, che ſi deſidera, come ſi dice nel Cap.8.

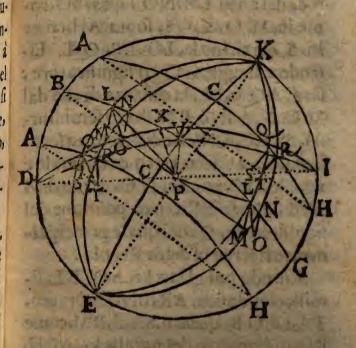
Nota poi che potremo anco ottenere l'angolo, k Q I, ò, D Q E, per la Reg.9.del i Sfer.ob.accommodandoſi però alli caſi di eſſa Regola.

PROBLEMA 54.

Manifeſtare la ragione della ſeconda Regola del Cap.6.e 8.della Prattica Aſtrologica.

QVeſta Regola è più facile dell' antecedente, mà la dimoſtratione di eſſa alquãto più difficile, credo

do però, s'io non m'inganno, che riuſcirà tanto più di guſto quando ſia inteſa: per la quale conuiene ridurſi à memoria ciò, che ſi diſſe nel fine del Cap. 1. cioe che arco di poſitione ſi chiama quella parte dell' Equatore, che reſta intrapreſa trà il Meridiano, & il dato cerchio di poſitione, nel quale ſi troua il dato ſignificatore, ò Promiſſore.

Siano poi nella figura del Prob. ant. quà replicata ſuppoſte le medeſime coſe, e di più per il Significatore di dec. bor. ò auſtr. poſto in, Q, ſi tiri il parallelo, A Q H, il cui diametro, A H, & eſſo parallelo tagli l' Orizōte, D V I, in R, & il cerchio di poſitione, D X I, pure in, Q, diuiſo poi mezo l'Equatore, B V G, egualmente in, V, ſia pure deſcritto, E V k, p, V, cerchio maſſimo, il quale tagli il parallelo, A Q H, in, C, E, ſi giunghino, V P, R T, communi ſettioni dell'O izonte, D V I, e dell' Equatore, B V G, e parallelo, à, C H, cioè de loro piani; ſaranno adunque, V P, R T, parallele per la p. 16. dell'Vndec.

dec. delli Elem. tirinſi parimente, X P, Q T, communi ſettioni delli piani dell'Equatore, e parallelo, e del cerchio di poſitione, le quali per l'iſteſſa ragione ſaranno parallele. Sia ancora per, R, deſcritto, E R k, cerchio di declinatione, il quale tagli l'Equatore in, N, e dalli punti, Q L, N, caſchino ſopra il piano del Meridiano le perpendicolari, QS, LM, NO, delle quali

li caderanno LM, NO, ſopra, BG, come in, M, O, &, QS, ſopra, AH, come in, S, e ſi tirino le, LO, LP, QT. Eſſendo adunque, Q, il ſignificatore, ſarà, AQ, ò, BL, la diſtanza di eſſo dal M.C. &, AR, ò, BN, l'arco ſemidiurno, &, RC, ò, NV, la differenza aſcenſionale, al ſeno retto della quale è vguale, OP, poiche, NO, è ſeno di, BN, &, BX, ſarà l'arco di poſitione del ſignificatore, Q, del quale principalmente ſi ſerue la detta Regola.

Eſſendo poi gli archi, AQ, BL, ſimili, come anco, AR, BN, ſarà tanto, TA, ad, OB, quanto, SA, à, BM, come il ſemidiametro del parallelo, ACH, al ſemidiametro dell'Equatore, e però gli eccesſi, TS, OM, ſaranno pure tra loro come detti ſemidiametri, ma anco li ſeni retti, QS, LM, delli archi ſimili, AQ BL, ſono come detti ſemidiametri, adunque ſaranno anco, come, TS, OM, e però, permutando la proportione, ſarà, QS, ad, ST, come LM, ad, MO, e queſti lati proportionali ſono intorno gli angoli eguali, eſſen-

essendo retti, Q S T, LM O, adunque per la sesta del sesto li triangoli, Q S T, LM O, saranno equiangoli, e gli angoli, Q S T, LO M, eguali, ma, Q T S, s'eguaglia ancora à, XPB, per la p. 10. dell'Vndec. adunque l'angolo, LOM, sarà eguale à, XPB, onde, I O, XP, saranno parallele, &, LOB, s'adeguarà, quanto al numero à, B X, arco di positione sotteso nel centro da, B P X, eguale à, B O L. Per ritrouare poi detto angolo, LMO, ouero, LOP, cioè l'arco di positione, ci seruiamo del triangolo piano, LPO nel quale, LP, è seno toto, T O, seno della differenza ascensionale, N V L (la quale si hà mediante il Cap. 5. giungendo il mes. della eleuatione polare con il mes. della declinatione, che ne viene il log. di essa differenza ascensionale; e questa è la prima additione, che si fà calcolando per la detta Reg. del Cap. 6.) e l'angolo verticale, LPO, p che è nel centro è la distanza dal M.C. per la decl. ausil. e per la hor. è comp. di essa: onde vi adopro la Reg. 3. se-

condaria delli triangoli piani o 3. del Compendio, dimostrata nella 2.p. del Direttorio al Cap.4. pag.143. per la quale preso il ref.log. di, LP, seno toto, cioè zero, lo giungo al log. di, PO, cioè prendo il log. di, P O, seno della differenza ascensionale, & à questo log. come mes. 2. dell' angolo, L O P, quando il triangolo, L P O, s'intendesse rettangolo in, P, trouo esso rispondente angolo, L O P, dal quale, come maggiore di, O L P, deuo sempre sottrarre gr. 45. e scriuere il residuo, del quale residuo, ò differenza prendo il mes. come ordina la detta Reg.3. e lo giungo insieme con il mes. della semisomma delli angoli, O, L, cioè del semiangolo, LPB, semidistanza dal M.C. quando la dec. del sign. è bor. ouero con il mes. 2. di esso semiangolo, LPB, quando la dec. è aus. per che all'hora l'angolo esteriore del triã golo, LPO, è, LPG, eguale alli angoli, L, O, onde douendosi prendere il mes. della loro semisomma, cioè del semiangolo, LPG, si prende il mes. 2.

del

del semiangolo,LPB,cioè della semi-
distanza, e ne viene in ambidue li casi
il mes.di vn'angolo, che è la semidif-
ferenza delli angoli, O, L, onde giun-
gendo essa semidifferenza alla semi-
somma di, L,O, cioè al semiangolo,ò
semidistanza, B P L, viene à formarsi
l'angolo, LO P, maggiore di, PLO,
come opposto à,PL,maggiore di,PO,
il quale,LOP,s'adegua à,XPB, per-
che,LO, XP, sono parallele, &, XPB,
s'adegua quanto al numero all'arco
di positione, B X, perciò notificato:
Quando però il sign. è di dec. aust. se
giungessimo detta semidifferenza al
semiangolo, LPG,ne verria l'angolo,
LO P, ma perche vogliamo, che im-
mediatamente ci venga, BOL, perciò
in cambio di aggiungere detta semi-
differenza al semiangolo,LPG, mi è
parso più espediente per il calcolo far
giungere il comp. di essa semidiffe-
renza (la quale si hà mentre si cerca
con il detto mes. come mes. 2.) al
comp.del semiangolo, LPG, cioè alla
semidistanza, LPB, che ne viene l'an-

golo, LO B: poiche se, giungendo la retta semidifferenza delli angoli, L, O (la quale, ò il di lei comp. si chiama, arco aggiuntiuo) che sia come g. 4. al semiangolo, LP G, come g. 85. ne viene LOP, g. 89 giungendo il comp. di essa semidifferenza, la quale sarà gr. 86. al comp. del semiangolo, LPG, che deue essere gr. 5. ne dourà venire l'angolo, LOB, g 91. comp. di, LOG, al mezocerchio, come in fatti viene: onde è manifesta la ragione del douere ascriuere alla semidistanza, & all' arco aggiuntiuo il titolo di mes. 2. quando la dec. del sig. è aust. e di mes. quando è boreale, & insieme della seconda additione, che ci dà l'arco di positione, poiche veniamo, qualunque sia la dec. ad hauere l'angolo, LO B, cioè, XPB, cioè, XB, arco di positione; nel che caminano del pari il secondo calcolo, e le loro Regole del Cap 6. & 8. insieme.

Nel Cap. 6. poi perche vogliamo il cerchio di positione si seruiamo del triangolo rettangolo, DBX, nel quale essen-

essendo noti i lati, D B, comp. dell'eleuatione polare, &, BX, arco di positione, per la Reg. 14. delli sfer. rett. giungiamo insieme il ref. log. dell'arco di positione con il mes. del comp. della eleuatione polare, cioè con il mes. 2. di essa eleuatione polare, e ne viene il mes. dell'angolo, BXD, cioè il mes. 2. di esso cerchio di positione, il che si ottiene per la terza additione fatta nel secondo calcolo del Cap. 6.

Ma nel Cap. 8. perche non si vogliamo seruire nella seconda Regola del cerchio di positione, perciò hauuto per la seconda additione l'arco di positione, per la terza, & vltima additione si procede come hora s'intenderà. Pongasi perciò, che vn promissore giunga come si voglia al cerchio di positione come in, Q, e s'intendano fatte tutte le cose, che si sono fatte per il sig. pure posto in, Q, onde sarà parimente, V N, differenza ascensionale di esso, &, O P, seno di quella, così si proueranno nell' istesso modo tenuto di sopra, LO, XP, essere parallele, on-

de gli angoli, B O L, B P X, saranno eguali, come anco, O L P, L P X, coalterni. Perche poi, per il secondo Assioma de piani dimostrato nel Direttorio alla p. 2. Cap. 3. LP, seno toto al seno dell'angolo, LOP, cioè di, LOB, cioè di, X P B, cioè dell' arco di positione, BX è come, PO, seno della differenza ascensionale al seno dell' angolo, OLP, cioè, LPX, cioè dell'arco, X L, differenza ascensionale del promissore, Q, rispetto al cerchio di positione, DXI, perciò se giungeremo insieme il log. dell' arco di positione, & il log. della differenza ascensionale rispetto all'Orizonte, DVI (la quale si hà per il Cap. 5. giungendo il mes. della dec. con il mes. della eleuatione polare) cioè il mes. della declinatione del promissore, & il mes. della eleuatione polare, come comanda la Regola, che si facci nella terza, & vltima additione, e come si vede prratticato nel secondo, e terzo calcolo del detto Cap. 8 ne verrà (lasciate le solite vnità &c.) il log. della differenza ascen-

ascensionale del detto promissore, ri-
spetto al cerchio di positione, D X I,
ancorche non si sapi la eleuatione del
polo sopra di esso, la quale giunta all'
asc. retta di esso nella dec. australe, e
leuata nella boreale, ci darà l'ascen-
sione obliqua del detto promissore. For
maremo poi l'ascensione obliqua del
significatore, giungendo l'arco di po-
sitione ritrouato all' ascensione retta
del M.C. la quale sottratta sempre da
quella del promissore (prestandoli g.
360. quando non si potesse sottrarre)
ci lascierà l'arco di Drettione, che
si cerca, e ciò si verificarà per ogn'al-
tro promissore posto non in, Q. ac-
commodandoui però la figura, come
à chi lo considerarà sarà manifesto.

Quando però sono molti promis-
sori, sarà meglio giungere insieme so-
lo il log. dell' arco di positione con il
mes. della eleuatione polare forman-
done vn log. commune d'aggiungere
al mes. della dec. di ciascuno promis-
sori e per hauerne il log della loro dif-
ferenza ascensionale, e formarne poi

l'aſcenſione obliqua, dalla quale ſottratta quella del ſignificatore, reſtano gli archi di Direttione di ciaſcheduno, come ſi vede pratticato nel 4. Calcolo, & alla pag. 68. nel detto Cap. 8.

PROBLEMA 55.

Manifeſtare la ragione della Regola del Cap. 12. della Pratt. Aſtr.

VEdaſi per intelligenza di queſto la figura del Prob. 40. nella quale, HL, è l'aſcenſione dell'arco, H I, la quale viene ſuppoſta eſſere nota, onde nel triangolo sferico, H L I, è nota la baſe, HL, e l'angolo, I H L, della maſſima declinatione, commune à tutti i poli, &, H L I, variabile ad ogni polo, e compoſto della eleuatione polare, e di g. 90. ò comp. di eſſa eleuatione, e ciò quando l'aſcenſione ſupera il mezocerchio, formandoſi all'hora il triãgolo aggiacente ad, H L, ma verſo, D: perciò adoprandoui la Regola 10. de sfer.

sfer.ob.(che non soggiace à casi come la 12. la quale si potria pure in questo adoprare) cerchiamo conforme alli precetti di quella la semisommma, e semidifferenza delli due lati, H I, I L, e perche vogliamo, H I, il quale e maggiore di, I L, essendo l'angolo, I L H, maggiore di, I H L (e poi sempre maggiore, IHL, di, IHL, fuorche quando l'ascensione supera il mezocerchio, & insieme l'eleuatione polare è maggiore di gr. 66.28. perche all'hora l'angolo, H L D, viene ad essere minore di, H, g. 23.32. al quale si oppone l'arco dell'Eclittica, che si cerca) perciò habbiamo sempre da giungere re la semidifferenza alla semisomma ritrouata, eccetto, che nel detto caso, che si deue leuare, e ne viene, H I, arco dell'Eclittica ricercato, e da numerarsi dal principio dell'Ariete, se la proposta ascensione è minore di g. 180. ò dal principio della Libra, se è maggiore di essi gr. 180. chiamandosi la metà dell' eccesso dell'ascensione sopra il mezocerchio, semieccesso, e

la metà dell'ascensione, semiascensione.

Poteuasi ancora soggiungere quà la ragione della prima, e seconda Regola del Prob. 3. e del modo di trouare geometricamente i fochi delle settioni Coniche nel Prob. 10. e d'altre puoche cose, che si sono passate senza apportarne ragione, ma ciò si è fatto sì per non accrescere troppo il volume, si anco per lasciare qualche cosa all'industria dello studioso Lettore, il quale accettarà questi pochi Problemi quà posti, accioche habbi occasione di essercitarsi nella Trigonometria sferica, scusandomi s'io non soggiungo ancora li molti altri, che si potriano quà porre, massime in materia delle osseruationi celesti, & in particolare delle parallessi, poiche mi stimo, che pratticandosi nelli antecedenti Problemi, gli riusciranno facili qualunque altri si sogliano pratticare in questa parte, che s'aspetta al primo Mobile, poiche troppo grosso, come dico, saria riuscito il volume, ò si saria

leuato il luogo ad altri Problemi, à' quali hora faremmo passaggio. E sì come si è adoperata fin quà per il più solo la prima Tauola Logaritmica, hora scioglieremo di que' Problemi, ne' quali entra l'vso della seconda Tauola Logaritmica, e taluolta ancora quello della prima, e poi passaremo à quelli, che si pratticano solo con la seconda, il che facciamo, perche il Lettore possa conoscere, e toccare con mano di quanta vtilità sia la Trigonometria, e quanto rieschi douitioso, e secondo l'vso di queste due sole Tauolette Logaritmiche.

PROBLEMA 56.

Delle misure altimetriche in generale.

TRà le cose marauigliose, che dalle Discipline Matematiche impariamo, vna, e forsi non inferiore all' altre è la maniera di misurare vna proposta linea, ò lunghezza, senza andarla

la da vicino compassando con il piede, braccio, ò pertica &c. ma solo à forza di angoli, e di linee elette ad arbitrio nostro, dalla misura delle quali da noi commodamente fatta, veniamo in cognitione delle linee, le quali per altro sariano scommodissime, e taluolta impossibili à misurarsi. Questo s'impara dalla Trigonometria de' Piani, dalle Regole de' quali tutto il negotio dipende. Accioche adunque il Lettore habbi occasione di pratticare ancora la seconda Tauola Logaritmica in compagnia della prima si metteranno quà alcuni Problemi spettanti à questa parte della Geometria prattica, che si suole chiamare Altimetria: E perche sia instrutto di ciò, che per questo li bisogna, metteremo prima gl'infrascritti notandi.

1 Tutte le linee, ò lunghezze da misurarsi saranno di vno di questi tre generi, cioè, ò parallele, ò perpendicolari, ò inchinate all'Orizonte.

2 A questo effetto fà di bisogno pro-

prouederſi di vn' iſtrumento da prendere gli angoli, che ſi formano nell' occhio à due qual ſi voglia propoſti punti, ò ſegni. Alcuni ſi ſeruono della Sqnadra zoppa, altri del quadrante, & altri d'altri ſtromenti, ma io lodarei per i principianti il cerchio, ò mezocerchio diuiſo in gradi, e quelli in particelle, quanto comporta la grandezza di eſſo ſtromento, il quale deue eſſere conuertibile ad ogni banda. Eſercitiſi poi nel prendere gli angoli eſquiſitamente, che qnà batte l'importanza del negotio.

3 Imperoche ogni miſura ſi deue conſeguire mediante li triangoli rettilinei imaginarij, la quale ſe ſi potrà ſpedire con vn triangolo ſolo, ſi dirà miſura ſemplice, ſe ce ne vorranno due, chiameraſſi duplicata, e ſe tre, parimente triplicata, la quale al più potrà accaderci di douer fare.

4 Propoſta qualunque retta linea da miſurarſi, douremo prouederci di vn'altra lunghezza à noi commoda da miſurarſi, nelle eſtremità, della

quale

quale si possino fare noti gli angoli ad essa aggiacēti, e quelli estremi si chiameranno stationi, in ciascuna delle quali si deue collocare per prendere gli angoli (quando però quello di vna statione altrimente ci fosse noto, all'hora si sparagnaria di collocarui l'istrumento, come accaderà nel misurare le altezze, le quali sono perpendicolari alla linea orizontale, mandataui dall'altra statione) E la linea interposta, ò terminata alle dette stationi si chiamarà la linea delle stationi.

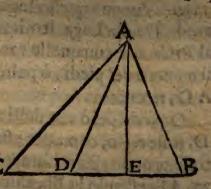
5 E finalmente auuertisco il Lettore, che inanzi, che proceda più oltre, riuegga il primo, e secondo Problema, molto necessarij per potticare la seconda Tauola Logaritmica, come ci accade ne' seguenti Problemi.

PRO-

PROBLEMA 57.

Della misura semplice delle lunghezze proposte.

PEr lunghezze intenderemo pure generalmente non ſolo le parallele all'Orizonte, ma anco le perpendicolari, & inclinate à quello, come ſi è detto nel Prob. ant.

Se adunque la propoſta lunghezza ſi potrà miſurare mediante vn ſolo triangolo, conoſceremo quella cadere ſotto la miſura ſemplice. Come per eſſempio ſia propoſta nella preſente figura la lunghezza, A D, da miſurarſi, &, C D, ſia la linea delle ſtationi, cioè ſi poſſi miſurare eſſa, C D, con la pertica,

ca, ò altra misura &c. e si possino pren dere con l'istrumento da osseruare gli angoli, li due, C, D, la somma de' quali leuata da due retti, cioè da gr. 180. ci lascierà l'angolo, A; E' dunque manifesto, che, A D, caderà sotto la misura semplice, perche la potiamo hauere mediante il solo triangolo, A C D, adoprandoui la Reg. 2. delli piani obliquangoli, conforme alla quale dobbiamo giũgere insieme il res. log. dell'angolo, A, con il log. dell'angolo, C, opposto alla, A D, ricercata, e con il log. di, C D, linea delle stationi, e ne verrà (leuando &c.) il log. di, A D, cerchisi dunque questo logar. nella seconda Tauola Logaritmica, conforme al Prob. 2. e con quello raccoglierassi il numero de' piedi, ò palmi &c. di, A D, ricercata.

Quando però vno delli angoli, C, D, fosse retto, come per essempio se ci fosse proposta da misurare la lunghez za, A E, essendo la linea delle stationi, C E, & osseruati gli angoli, C, E, delli quali, E, fosse retto, potiamo bene anco

anco in questo seruirsi della sudetta Regola, ma si operaria più speditamente per la Reg. 3. de' piani rettangoli, giungendo insieme il mes. dell' angolo, C, con il log. di, CE, tolto dalla Tauola seconda logar. conforme al Prob. 1. e ne verria il log. di, A E, ricercata.

Chi poi hauesse gusto adoprare le Tauole de Seni, Tangenti, e Secanti, nel triangolo, ACD, douria moltiplicare per, C D, il seno dell'angolo, C, e partire il prodotto per il seno dell'angolo, A, e ne verria il seno di, A D. E nel triangolo, A E C, douria moltiplicare, C E, per la Tangente dell'angolo, C, e partire il prodotto per il seno toto, come per 100000. e ne verria l'istessa, A E, in piedi, ò palmi &c. Nell'istesso modo poi, che si è cercata la, A D, nel triangolo, ACD, si cercaria parimente, A B, nel triangolo, AC B, il quale habbi li angoli, C, B, acuti, si come in, A C D, C, sia acuto, &, A D C, ottuso, per il quale dobbiamo però prendere l'acuto, A D E, il log. ò seno

ò ſeno del quale ſerue parimente per, ADC, ouero cercaremo il log. 2. ò ſeno ſecondo dell'eccesso dell'oſſeruato angolo ottuſo, A D C, che ci darà l'iſteſſo, come ſi è detto altroue ancora.

ESSEMPIO PRIMO.

SIa nella detta figura da miſurarſi, AD, eſſendo, C D, linea delle ſtationi piedi 50. l'angolo, C, oſſeruato g. 15.37. e l'angolo, ADC, ottuſo gr. 162.13. il quale con l'angolo, C, fà g. 177.50 onde l'angolo, CAD, rimanente à g. 180. ſarà gr. 2. 10. Opero adunque conforme alla detta Regola, e come ſi vede nel ſeguente calcolo, e trouo il log. 255148. di, A D, piedi 356.

Chi poi voleſſe, AC, in vece di, C, adopraria l'angolo ottuſo, ADC, prendendo il log. 2. dell'eccesso ſopra gr. 90. ò notaria l'acuto, A D E, prendendo il log. di eſſo, che conuiene anco all'ottuſo, A D C.

An-

Angolo, C A D, G.	2.10	r l	142243
Angolo, A C D,	15.37	l	943008
C D, linea delle ſtat. p. 50.		l	169897
A D, lũghezza cerc. p. 356.		l	1255148

Coſi moltiplicando il ſeno dell'angolo, ACD, che è 26920. per p. 50. e partendo il prodotto per il ſeno di, C A D, che è 3781. ne vengono per il Quotiente p. 356.

ESSEMPIO SECONDO.

NEll' iſteſſa figura propongaſi da miſurarſi la lunghezza, A E, alla quale ſia perpendicolare, C E, linea delle ſtationi p. 85. eſſendo oſſeruato l'angolo, C, g. 30. 0. ſi come, A E C, ſi sà eſſere gr. 90. ò perche tale ſi ſia oſſeruato con l'iſtrumento poſto in, E, ò per che ſtando in, C, ſolamente habbiamo compreſo l'angolo, A E C, eſſere retto, come accade nel miſurare per eſſempio le altezze, ò profundità. Sarà dunque l'angolo, C A E, g. 60. il cui reſ. log. con il log. di, C, g. 30. e con il logar. di, C E, p. 85. ci daria il logar. 169086. di, A E, p. 49. 075. quando ſi

vo-

volesse operare conforme alla Regola delli obliquangoli. Ma più speditamente operaremo per la 3. delli Rettangoli, come si vede in quest' altro calcolo, che ci dà il log. 169086. pure di, A E, p 49.075.

Angolo, C, G. 30. 0	m	9761441
CE, linea delle stat. p. 85.	l	1192942
AE, lungh. ricercata p 49.0751	l	1169086

Cosi moltiplicãdo la Tangente del l'angolo, C, g. 30. che è 57735. con p. 85. e partẽdo il prodotto per 100000. ne verrà, A E, p. 49 07475. pure come sopra.

Quando adunque ci sarà proposta vna lunghezza, che caschi sotto la misura semplice, si seruiremo delli sudetti due modi, cioè di questo secondo per li triangoli rettangoli, e del primo per li obliquangoli.

Non tralasciarò poi di dire, che se ci fosse proposta da misurare vna lunghezza, come, C B, nella soprapposta figura, quando quella si potesse spez-

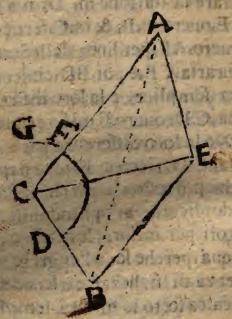
zare

zare in due pezzi misurabili ciascuno di misura semplice, come nelli pezzi, C D, D E, tirando dal punto, D, la linea delle stationi, D A, s'haurebbero ambidue per le sudette Regole, & in cõseguenza l'aggregato, di, CD, DB, saria la, CB, ricercata. Cosi l'aggregato delli due pezzi, C E, E B, misurati mediante la linea delle stationi, A E, perpendicolare sopra C B, Saria la, C B, ricercata. Così se fosse proposta, C D, da misurarsi, e nõ si potesse fare la statione in, D, mà si bene in, E, ouero in, B, & in, C, seruẽdoci, A B, ouero, A E, per linea delle Stationi si misuraria, C B, e poi, B D, ciascuna di misura semplice, e la loro differenza saria la, C D: ouero si misurariano, C E, E D, e la loro differenza parimente saria la, C D, ricercata, se ben queste pare che più tosto s'aspettino alla misura duplicata adopiandouisi due triangoli per misurarle, si sono però poste quà, perche sono l'aggregato, ò differenza di lũghezze ciascuna delle quali calca sotto la misura semplice, essendo

essendo alquanto differenti da quelle del seguente Problema, come in esso s'intenderà.

PROBLEMA 58.

Della misura duplicata delle istesse lunghezze.

SIa hora nella presente figura, AE, da misurarsi, e dal punto, C, tirando con l'istrumento le, CA, CE, linee

imagi-

imaginarie, niuna di esse possa seruire per linea delle stationi, però si possino hauere gli angoli di esso triangolo, A C E, in tale caso adunque ci conuerta con l'istrumẽto drizzare la linea delle stationi à noi commoda, come, C B, osseruando in, C, gli angoli, ACE EC B, & in, B, l'angolo, CBE; imperoche nel triangolo; B C E, essendo noti gli angoli, EBC, ECB, & in consequenza, CEB, con, C B, per li modi del Prob. ant. si notificarà la, C E, e di poi con gli angoli noti del triangolo, A C E, e con, CE, già notificata, si renderà nota la, E A, per gl'istessi modi, la quale si ricerca. Si che douendo noi sciogliere li due triangoli, ECB, ECA, per hauere la misura di, A E, perciò la chiamo duplicata; quale è differente dalla detta nel fine del Prob. ant. perche la, A E, non è l'aggregato, ò differenza di due lunghezze separatamẽte notificate, come sono quelle, mà la misura di, A E, si deduce da, C B, mediante la, C E, che si deue prima notificare. E perche questo non è altro, che replica-

re l'operatione del Prob.ant. vna volta nel triangolo, ECB hauere, CE, & vn' altra in, ACE, per hauere, AE, ciascuna delle quali è misura semplice, perciò rimetto il Lettore alli Essempij del Prob. ant.

Nota poi, che la linea delle stationi si può anco prendere à drittura di, C E, ò di CA, come nella figura del Prob. ant. douendosi per essempio misurare la, A E, e non potendosi seruire ne di, D E, ne di, DA, per linea delle stationi, si possi però seruire di, DC, cioe quando non si potesse accostare alla, A E, e così presi gli angoli in, C, D E, & misurata, CD, linea delle stationi, nel triangolo, AC D, si dedurria la, AD, e poi mediante la, A D, e gli angoli del triangolo, A D E, si argomentaria la, A E, & anco la, D E, quando si volesse, e ciò per le Regole del Problema ant.

In altro modo ancora, se, AE, fosse vn'altezza, CE, la distanza, della quale però non si potesse con la pertica misurare se non la parte, C D, si potria

tria hauere la misura di, AE, e di, D E, ancora se si volesse, e ciò s'ottenerebbe (osseruati gli angoli, ACD, A DE) giungendo insieme i log. delli angoli, ACE, ADE, con il res log. della loro differenza, e con il log. della, C D, poiche ne verria il log. della, AE, al quale log. di, AE, se in oltre giungessimo il mes. 2. dell'angolo, ADE, ne verria poi anco il log. del rimanente della distanza, cioè di, DE.

ESSEMPIO.

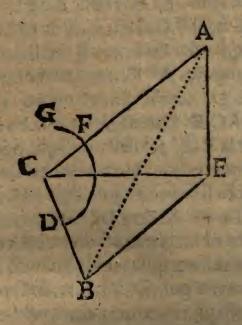
SIa da misurarsi nell'istessa figura del *Prob.* ant. l'altezza, AE, mediante la linea delle stationi, CD, che è parte della distanza, CE, la quale, CD, sia p. 50. e l'angolo, C, g. 49 13. &, ADE, g. 60. 25. operando adunque conforme alla detta Regola, come si vede nel seguente calcolo, trouasi, A E, essere p. 169 $\frac{129}{256}$. &, DE, p. 96 $\frac{102}{450}$. ouero p. 96 $\frac{51}{225}$.

Ang.ADE, G.	60. 25	l	993934
Ang.ACE,	49. 13	l	987920
Differenza loro	11, 12	r l	071167
CD,linea d. ſtat. p. 50		l	169897
AE,altezza ricerc.	169 $\frac{129}{256}$	l	222918
Ang ADE, g.	60. 25	m.2	975411
DE,reſto della diſt.p	96 $\frac{102}{450}$	l	1198329

La ragione poi di queſta Regola ſi può dedurre da quello, che ſi dimoſtra nel Compendio alla pag.142. al qual luogo per breuità rimetto, chi haueſſe curioſità di ſaperla.

PROBLEMA 59.

Della miſura triplicata delle medeſime lunghezze.

SIa hora nella figura del Prob. ant, l'iſteſſa, AE, da miſurarſi, e niuna delle, CE, CA, poſſi ſeruire per linea delle ſtationi, ne meno ſi poſſi hauere altro angolo nel triangolo, AC E, che,

E, che, A C E, tiraremo dunque à nostro beneplacito con l' istrumento la linea delle stationi, CB, & in, C, prenderemo tre angoli, cioè, A C E, A C B, E C B, si come in, B, tirando, B A, li due angoli, A B C, E B C, li quali ci seruirano per argomentare, A E. Imperoche nel triangolo, A C B, mediante, C B, che si farà nota con la pertica, ò altra misura &c. e gli angoli, A C B, A B C, li quali ci danno pur noto, C A B, si notificarà la, A C: così anco nel

triangolo, ECB, cō, CB, e gli angoli, E C B, E B C, si notificarà, C E, per le Regole del Prob. 57. E finalmente nel triangolo, A C E, medianti i lati, AC, CE, già notificati, e l'angolo verticale, AC E, inuestigaremo la base, AE, per la Reg. 3. delli obliquangoli del Compendio. Si che douendosi sciogliere li tre triangoli, AC B, E C B, A C E, per hauere la, A E, perciò tale sorte di lunghezza si dice cadere sotto la misura triplicata. Quando poi li quattro punti, C, B, E, A, fossero nell' istesso piano, come accaderebbe, quādo, AE, CB, fossero per essempio orizontali, bastaria in, C, prendere li due angoli, AC B EC B, con l'osseruatione, poiche la differenza loro saria l'angolo, ACE, perciò notificato.

E S S E M P I O.

SIa proposta nella detta figura la lunghezza, A E, da misurarsi, alla quale non si possi accostare, ne meno si possino prēdere gli angoli in, A, E,

A, E, e misurata la linea delle stationi à noi commoda, C B, quella sia p. 73. e l'angolo, A C E, siasi osseruato g. 25. 12. A C B, g. 142. 10. A B C, g. 20. 16. E C B, g. 100. 33. &, E B C, g. 25. 18. Prima dunq; per il Prob. 57. mediāte, C B, e gli angoli, A C B, A B C, trouaremo, C A, essere p. 83 8. similmente con, C B, e gli angoli, E C B, E B C, trouaremo per l'istesso la, C E, essere p. 38. 5. Resta poi finalmente, che con, A C, C E, e l'angolo, A C E, per la Reg. 3. delli Obliquangoli si cerchi la base, A E, inuestigando prima gli angoli alla base, come iui s'insegna, e poi cercādo la base per la Reg. 2. dell'istessi Obliquangoli, che è pure quella, che si adopera nel Prob. 57. Conforme alla detta Reg. 3. adunq, si è fatto l'infrascritto calcolo per sciogliere il triangolo, A C E, cioè per hauere la base, A E, mediante i lati, A C, C E, e l'angolo verticale, A C E, essendo la prima parte del calcolo per la Reg 3. sudetta, e la seconda, per la seconda Regola.

Lato magg. AC,	p. 83. 8		
Lato minore, C E,	38 5		
Aggregato	122. 3	r l	791258
Differenza	45. 3	l	165610
Semiso di, A, E, ang. g.	77.24	m	1065067
Semidiffer. sottrattiua	58 53	m	1021935
Ang. minore, C A E,	18.31	r l	049815
Ang. vert. A C E,	25.12	l	962918
Lato minore, C E,	p. 38. 5	l	158546
A E, base, e lunghezza cercata	51. 6	l	171279

Per le Tangenti poi si faria come l' aggregato di, A C, C E, alla loro differenza, così la tangente della semisomma delli angoli, A, E, alla Tang. della loro semidifferenza, la quale giunta alla semisomma daria l'angolo maggiore, E, e leuata da essa, l'angolo minore, A, adoprato da me nel calcolo per non dare in angolo ottuso, s'io prendessi il maggiore.

Dipoi si faria come il seno di questo angolo minore, A, al seno dell'angolo verticale, C, così, C E, lato minore

ad,

ad, E A, lunghezza ricercata, conforme all'Assioma 2. delli triangoli piani.

In altro modo ancora si potria hauere la base, A E, senza cercare gli angoli, A, E, il quale si fonda sopra questa verità, che in ogni triangolo piano il seno toto al seno 2. dell' angolo verticale è, come il doppio del rettãgolo sotto i lati alla differẽza della somma de' quadrati de' lati, e del quadrato della base, la quale differenza è aggiuntiua à detta somma, quando l'angolo verticale è ottuso, e sottrattiua, quando quello è acuto, come ci insegna la prop. 11. e 12. del secondo delli Elementi. Questo intenderemo esser vero guardando di nuouo la figura del Prob. 57. nella quale, supposto essere, B, l'angolo verticale, e fatto il resto della costruttione, sarà la, AB, alla, BE, (presa per commune altezza la, B C) come il rettangolo, AB C, al rettangolo, C B E; cioè come due rettangoli, A B C, à due rettangoli, C B E, ma, AB, à, B E, è come, AB, seno

 toto

toto à, BE, ſeno di, BAE, cioè ſeno 2. dell'angolo verticale, B, e li due rettangoli, CBE; ſono l'eccesso delli due quadrati, AB, BC, ſopra il quadrato, AC, eſſendo, B, acuto: ſi come nel triangolo ottuſiangolo, ADC, eſſendo l'angolo verticale, ADC, ottuſo, ſariano li due rettangoli, CED, il difetto delli due quadrati, AD, DC; dal quadrato, AC, per la prop. 11. del ſecondo delli Elem. onde appariſce eſſer vero quanto ſi è detto; la quale Regola può ſeruirci ancora per ritrouare, dati li tre lati, qualunque angolo noi vogliamo. Coſi adunque nella fig. di queſto Prob. moltiplicando, AC, in CE, e raddoppiando il prodotto ne viene 6452.6. doppio del rettangolo, AC, CE, quale moltiplico per il ſeno 2. di, C, g 25 12. che è 90482. e parto il prodotto per 100000. e me ne viene 5838 44153.2 ouero 5838. 44. il quale è la differenza trà il quadrato di, AE, baſe, e della ſomma de' quadrati de lati, AC, CE, che è 8504. 69. dalla quale ſomma ſottratta tale diffe

differenza 5838 44 reſta il quadrato di, AE. 2666. 25. la cui radice quadra, cioè, AE, viene ad eſſere proſſimamente 51.6. onde, AE, ſarà pure come ſopra p.51.6.

Nota finalmente, che anco ſenza calcolo ſi potriano miſurare le lunghezze propoſteci in queſti tre Problemi, e ciò con diſſegnare per eſſempio in carta triangoli ſimili à quelli, che ſi formaranno in aria con lo ſtrumento, il che otteneremo quando da vna ſcala ſi prendano tanti piedi piccioli, quanti piedi grandi ſi trouorno nella linea delle ſtationi, come nella figura di queſto, e dell'ant. *Prob.* piedi piccioli 73. notando, *C* B, picciola in carta: dipoi pongaſi, che ſi vogli diſſegnare vn triangolo picciolo, A *C* B, ſimile al grande, A *C* B, formato per aria, ſapendo adunque, che l'angolo, A*C*B, fù oſſeruato g. 142. 10. &, AB*C*, g. 20. 16. perciò hauendo vn mezocerchio diuiſo in gradi, fatto centro vna volta in, *C*, & vn'altra in, B, con l'interuallo del ſemidiametro

del nostro mezocerchio descriueremo vn' indefinito arco, come sopra, C, D F G, e poi presi dal mezocerchio con il compasso g. 142. 10. li trasferiremo da, D, verso, G, notando il punto, F, e per, C F, tirando la, C FA, e l'istesso faremo in, B, mediante l'angolo, A B C, di g. 20. 16. tirando la, B A, che concorrerà con, C A, come in, A, onde ci verrà fatto il triangolo, CAB, picciolo simile al grande, CAB, e cosi pressa, CA, e misuratala sù la detta scala fatta per, CB, vederemo quanti piedi piccioli ella sia, che tanti piedi grandi, diremo essere la lunghezza aerea, CA. Nell'istesso modo notificaremo, CE, con formare, E C B, e picciolo simile al grande, E*C*B, e poi medianti i lati, AC, *C* E, noti, e l'angolo, ACE, faremo il triangolo picciolo, A*C*E, simile al grande, A *C* E, e con la detta scala notificaremo finalmente la, A E. Anzi dalli due punti, ò stationi, *C*, B, si potranno misurare, come si è fatto di, A E, qualunque altre lunghezze, dissegnando in carta tanti triangoli

pic-

picçioli ſopra, C B, linea delle ſtationi picciola, medianti gli angoli preſi à ciaſcuno termine di eſſe, quanti ſono detti termini, e ciò maſſime per le lunghezze orizontali, non accadendo per quelle oſſeruare l'angolo, come è, A C E, ma venendo eſſo fatto in carta mentre ſi diſſegnano li due triangoli, A C B, E C B, de' quali eſſo è la diffe-renza, che perciò ſi può facilmente prendere in queſto modo il diſſegno di vn paeſe viſibile dalle ſtationi, C, B, e con la detta ſcala, e compaſſo ſi poſ-ſono notificare non ſolo le diſtanze de ſegni viſti dalle ſtationi, C, B, ma an-co le diſtanze frà di loro de medeſimi ſegni, & anco in qual parte del Mon-do pieghino detti ſegni, ò luoghi, ti-randoui la linea meridiana mediante il Boſſolo con la calamita, le quali coſe nō ſtò per breuità à ſpiegare più diffuſamente, credendo, che dalli prattici poſſino eſſere per il già det-to facilmente inteſe.

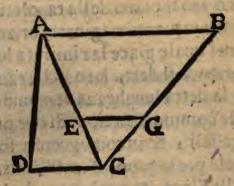
PROBLEMA 60.

Come si possi tirare vna linea parallela ad vna proposta lunghezza orizontale.

HAbbisi vna tauoletta piana rettangola, la quale si deue accōmodare, si che possi mouersi intorno orizontalmente, poiche se saremo in sito superiore, ò inferiore alla lunghezza, alla quale si deue tirare nel piano di essa tauoletta la parallela, se giraremo quella intorno, sin che per vno de lati di essa tauoletta si scuopra tutt' à vn tratto la detta lunghezza, cio è si veda, che il lato della tauoletta, per il quale si deue traguardare, non taglia imaginariamente la detta lunghezza, ma se gli adatta all'hora quel lato della tauoletta sarà parallelo alla detta lunghezza, imperoche mentre traguardiamo per il detto lato la detta lunghezza, alla quale si scorge esso lato adattarsi, vengono ad

essere

eſſere nell' iſteſſo piano imaginario l'occhio, il lato della tauoletta, e la detta lunghezza, hora queſto piano viene à tagliare due piani paralleli, che ſono vno il piano della tauoletta, e l'altro vno piano imaginario orizontale, nel quale giace la rimirata lunghezza, onde il detto lato della tauoletta, e la detta lunghezza vengono ad eſſere le communi ſettioni di due piani paralleli, & in conſeguenza ſono parallele per la prop. 16. dell'Vndecimo delli Elem. E però vero, che biſogna, che l'altezza, ò baſſezza dell' occhio in relatione alla propoſta lunghezza habbi ſenſibile proportione con la diſtanza dalla detta lunghezza, altrimente l'operatione potrà riuſcire fallace, poiche l'angolo, che fà il piano dell'occhio con l'orizontale, che paſſa per la data lunghezza, è tanto acuto, che per qualche ſpatio può reſtare incomprehenſibile ſe il lato della detta tauoletta s'addatti, ò nò alla detta lunghezza. Trouato il ſito parallelo della tauoletta alla data lun-

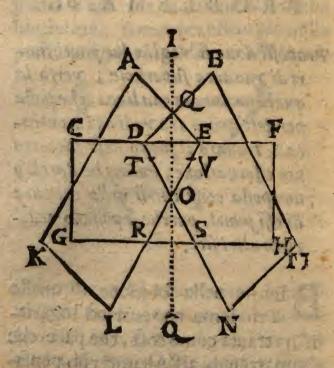
lunghezza non farà difficile tirare nel piano di essa vna parallela alla istessa lunghezza, come per essempio nella presente figura la, E G, parallela, ad,

A B, e formare il triangolo, C E G, simile à, C A B, onde se notificaremo come, C A, delle due, C A, C B, mediante la linea, C D, delle stationi, potremo notificare, A B, poi che sarà come, C E, ad, E G; così, C A, tutte tre note ad, A B, perciò notificata. E così tirando nel piano della tauoletta le parallele à qualunque altre lunghezze orizontali, si potrà da vna statione sola, come da, C, prendere pure la pianta di qualũque paese visibile dal luogo, C.

PRO-

PROBLEMA 61.

Proposti doue si voglia due punti fuori di vna data superficie, verso la quale prolungata la linea, che passa per detti punti, la vadi ad incontrare; trouare il punto dell' incontro per osseruatione, anco, che l'occhio non possa constituirsi nella drittura di essi punti, purche si possano vedere in altri siti.

BEnche nella solutione di questo Problema non eutrino logaritmi, tuttauia come cosa, che pare, che s'appartenghi all'Altimetria, pensata da me accidentalmente, acciò non perisca, benche sia di puoco momento l'hò voluto soggiunger' iu questo luogo.

Sia dunque la superficie come di vn muro, CFHG, due punti dati fuori di essa, I, Q, ò tutti due dall'istessa banda del muro, ouero vno di quà, e l'altro di là; Si deue dunque trouare il punto

punto nel muro, che stà per dritto alli dati punti, I, Q, posto, che la linea, I Q, prolungata incontri il muro, benche non si possi mettersi nel dritto di detti punti, I Q, ma solo siano visibili in altro sito. *Preso* adunque vn filo come, AK, traguardaremo per esso tenendolo ben teso li due punti, I, Q, fa-

cen-

cendo notare nella superficie del muro due punti, come, V, R, visti in compagnia di, I, Q. E nell' istesso modo stendendo il filo in vn' altro sito come in, BM, ma fuori del piano di, Ak, IQ, traguardaremo gl' istessi punti, I, Q, per il filo, facendo notare nel muro due altri punti, come, T S, imperoche tirando le, V R, T S, nel loro concorso come in, O, sarà il puntò per dritto ad, I, Q. *E* ciò è manifesto, perche, I Q, vista dall'occhio per il filo, A k, si troua nel piano visuale, nel quale stà l'occhio, & il filo, A k, come in, AL, l'istessa si troua ancora vista per, B M, nel piano visuale, nel quale è l'occhio, & il filo, B M, come in, B N, adunque sarà nel loro commune concorso, cioè sarà loro commune settione, e per che, I, Q, incontra il muro, C H, anco detti piani l'incontraranno, come in, D S E R, nelle quali si notorno li punti, T S, VR, nella operatione. Incontri poi la, I Q, il muro, dico, che ciò sarà in, O, doue si segano, TS, VR, perche tale incontro si troua nelli tre piani, AL, B

N, C H,

N,C H ne' quali si troua,O,adunque, O, sarà vn punto del muro posto per dritto alli dati punti,I,Q, il quale bisognaua trouare. Quando però non si potesse accostare al piano, CH, bisognaria fermare vn filo in,A k, e l'altro in,BM,per potere riconoscere doue passarebbe la linea, I Q. Se parimente, C H,non fosse superficie piana bisognaria notare più di due punti di rimpetto à i fili,Ak, B M, per potere tirare le,TS,VR, che sariano per il più linee curue, dal concorso delle quali si riconoscerebbe pure il punto,O, come sopra.

Non starò poi à dire come possi venire à taglio questo Problema in occasione di volere adrizzare vn tiro di moschetto, ò di Artigliaria per la, I Q, essendoui l'impedimento del muro, C H,dal quale si fosse alquanto discosto. Ouero volendo forare vna finestra in esso muro,CH,per la quale dal punto, Q, di quà dal muro si vedesse il segno, I, posto di là. O pure stando nel punto, I, cima come di vna torre, & essen-

essendo vn' impedimẽto come di edificij in, Q. se si volesse sapere sin doue si potria vedere in vna piazza, ò altro luogo, e simili altre cose, perche ciò lascio all' industria del curioso Lettore.

PROBLEMA 62.

Data la lunghezza, e larghezza di vn parallelegrammo rettangolo, misurare l'area di quello.

SI come le lunghezze si misurano con il piede, ò passo, ò pertica &c. cosi le superficie si misura con il piede, ò passo quadro, ò pertica quadra &c. dalle quali hora faremo passaggio alle piane, incominciando dal parallelogrammo rettangolo. E perche l'area di quello si hà moltiplicando la lunghezza nella larghezza, come si deduce dalla prima del secondo delli Elem. perciò, equiualendo ne' logaritmi la somma delli log. di due

due numeri, che insieme si moltiplicano alla di loro moltiplicatione, se sommaremo insieme il log. della lunghezza, con il log. della larghezza si hauerà il log. dell'area interiore. Questo s'intendera più chiaramente considerando noi, che la vnità à qual si voglia numero moltiplicante, è come qualunque numero da quello moltiplicato al prodotto da tale moltiplicatione, onde per l'Assioma gener. del Compendio i logaritmi delli estremi, cioè dell'vnità, e del prodorto, cioe il log. solo del prodotto (perche il log. dell'vnità è zero) s'eguagliarà à i log. delli numeri, che insieme si moltiplicano, e perciò con ragione si è detto, che la somma de log. della lunghezza, e larghezza del proposto parallelogrammo rettangolo s'eguaglia al log. dell'area, la quale è il prodotto dalla loro moltiplicatione.

ES-

ESSEMPIO.

SIa la lunghezza di vn parallelogrammo rettãgolo p. 27. e la larghezza p. 14. ſarà dunque di 27 log. 143136. e di 14. log. 114613. e la sõma di eſſi log. 257749. al quale logar. riſponde nella Tauola 2. log. il numero 378. e tãti piedi ſarà l'area del propoſto parallelogrammo, ſi come è manifeſto, poiche ſe moltiplicaremo 27. per 14. ne verrà pure il numero 378. ſe ben poi ne numeri piccoli pare, che ſi ſpediamo più preſto per la moltiplicatione, nondimeno ne' numeri grandi l'vſo di eſſi log. ci arreca qualche maggiore vtilità per l'eſpeditione di eſſi calcoli.

1 Nota poi, che eſſendo la lũghezza eguale alla larghezza, cioè eſſendoui propoſto vn quadrato, ne ſegue che il doppio del log. del lato di eſſo quadrato è il log. del medeſimo quadrato.

2 Onde per il contrario hauendo il log. di vn quadrato, la metà di quel

log.

log. sarà il log. del lato, d'onde si deduce il modo di cauare la radice quadrata di qualunque proposto numero quadrato, ò almeno la propinqua del non quadrato.

3 Similmente, perche diuidendo l'area di vn rettangolo per vno de lati ne viene l'altro lato, così sottrahendo il log. di vno de lati dal log. dell'area restarà il log. del lato rimanente; e ciò perche l'vnità al Quotiẽte è come il diuisore al diuiso, onde il log. dell'vnità, e del diuiso, cioè il log. del solo diuiso eguaglia il log. del quotiente con il log. del diuisore, e perciò leuando dal log. dell'area, che è il diuiso, il log. di vno de lati, che stà per diuisore, ne viene il log. del lato rimanente, che è il Quotiente.

4 Queste istesse cose poi non solo si verificano intorno i parallelogrammo rettangoli, e loro lati, mà anco intorno à i numeri piani, & i loro lati, che insieme moltiplicati li producono; le quali cose si sono toccate ancora nella p.p. del Dirett. al Cap. 7. pag. 48 e 49.

5 Quan-

5 Quando poi alcuno volesse misurare vn parallelogrammo non rettangolo, perche l'area di quello si hà moltiplicando l'altezza, nella base, per i log. s'haurà l'istessa sommando il log. dell'altezza con il log. della base, poiche per le ragioni dette di sopra ne verrà il log. dell'area del proposto parallelogrammo.

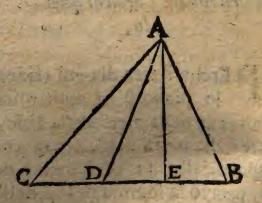
PROBLEMA 63.

Data l'altezza, e la base di vn triangolo piano, ouero dati i tre lati, ritrouare l'area di quello.

1 PErche l'area di ogni triangolo piano si hà moltiplicando l'altezza nella metà della base, ò la base nella metà dell'altezza, come si deduce dalla 41. del Primo delli Elem. perciò la somma de log. dell'altezza, e semibase, ouero della base, e semialtezza, sarà il log dell'area del proposto triangolo.

2 Similmente se fossero dati li tre lati, il logar. della metà del giro del triangolo, cioè del semiperimetro, con il log. di ciascuno residuo, leuato ciascuno lato dal detto semiperimetro, ci darà il doppio del log. dell'area, come si è dimostrato nel Dirett. alla p. 2. e Cap. 6.

ESSEMPIO.

Sia hora nella presente figura il triangolo rettangolo come, A E

C, ò acutiangolo come, ABC, ò ottusiangolo come, ADC, e suppongasi, A E, lo-

E,loro commune altezza p.56.e la base,CE,del triangolo rettangolo p.42. CB,dell'acutiang.p.75.e,CD,dell'ottusiangolo, p.9. Prendendo adunq; la metà di, A E, p.56.cioè, E I,p.28. se quella moltiplicaremo in qual si voglia delle dette basi ci darà l'area del triangolo, di cui è base: E per i log. giungendo insieme il log.di,½ AE,28. che è 144716. con il log. di qualunq; base,come di,CB,p.75.ch' è 187506. ne verrà il log.332222, dell'area, AC B, p.2100.e cosi nelli altri triangoli. Il medesimo poi s'haurebbe giungendo il log.di,AE,con il log.delle dette semibasi.

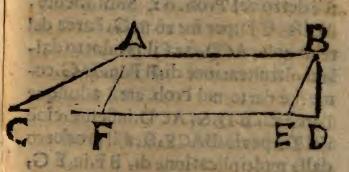
Per l'altro modo poi suppongasi,A C,p.70.AB,&,AD, ciascuno p.65. C B, come sopra p.75.&,C D,p.9. si come, C E, p.42. &,AE, come prima p. 56. Preso poi à calcolare qualunque delli tre triangoli, AEC,ABC,ADC, per essempio,ABC,sommaremo li tre lati,AB,p.65.BC,p.75. &,AC, p.70. che faranno p.210. e la loro metà p. 105. sarà il semiperimetro di, ABC,

dal quale ſottratti li detti lati à vno à vno, reſtaranno p.40. p. 35. e p. 30. giungendo inſieme adunque il logar. del ſemiperimetro con i log. di queſti reſidui, come ſi vede in queſto calcolo, ne viene il log. 664444. la cui metà 332222. è il log. dell'area, ACB, p. 2100. pure come ſopra, e nell'iſteſſo modo procederemo nelli altri triangoli, AEC, ADC.

Semiperimetro	P. 105	l	202119
Reſidui	40	l	160206
	35	l	154407
	30	l	147712
Doppio		ll	664444
Area, ABC,	P. 2100	l	332222

PROBLEMA 64.

Dato vn Trapezio, che habbi due lati oppoſti paralleli, & inſieme noti, con l'altezza di quello, miſurare l'area di eſſo Trapezio.

Sia dato il Trapezio, BACE, i cui lati oppoſti, AB, CE, ſiano paralleli

leli (quali chiamaremo opposte basi) & insieme noti; sia anco nota, B F, altezza di esso Trapezio, bisogna ritrouare l'area di quello. Per la qual cosa prouaremo, che la detta area, B A C E, è il prodotto dalla moltiplicatione dell'altezza, B F, nella semisomma delle opposte basi, A B, C E. Sia dunque, A B, minore di, C E, e tirisi da, A, la, A D, parallela à, B E, la quale incontri, C E, in, D; sarà dunque, B D, parallogrammo, la cui area sarà il prodotto dalla moltiplicatione di, B F, in, D E, poiche, B D, s'eguaglia al parallelogrammo rettangolo sotto, A B, B F, per la 35. del primo delli Elem. la cui area è il prodotto dalla moltiplica-

tione di, AB, ouero, D E, in, B F, come si è detto nel Prob. 62. Similmente, diuisa, C D, per mezo in, G, l'area del triangolo, ACD, sarà il prodotto dalla moltiplicatione di, B F, in, D G, come si è detto nel Prob. ant. adunque l'area di, B D, &, AC D, insieme, cioè del Trapezio, BACE, sarà il prodotto dalla moltiplicatione di, B F, in, E G, ma, E G, è la semisomma di, AB, C E, opposte basi, perche, E D, s'eguaglia ad, AB, &, D G, à, G C, adunque il prodotto dalla moltiplicatione di, B F, altezza in, E G, semisomma delle opposte basi, AB, C E, sarà l'area del Trapezio, A B E C. Hora se in vece della moltiplicatione si seruiremo dell'additione de logar. giungendo il log. dell'altezza, B F, con il log. della detta semisomma, E G, s'haurà il log. dell' area dell' istesso Trapezio, A B E C.

ESSEMPIO.

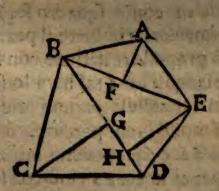
SIa l'altezza, BF p. 50. AB, p. 89. &, CE, p. 115. sarà dunque la somma di,

di, AB, CE, p. 204. e la ſemiſomma p. 102. il cui log. è 200860: così trouaremo il log. di, BF, eſſere 169897. che cō il ſudetto fà il log. 370757. al quale conuengono p. 5100. area del Trapezio, A B E C.

PROBLEMA 65.

Miſurare l'area di qual ſi voglia propoſto rettilineo.

SIa propoſto qualunque rettilineo, ABCD E, la cui area ſi deua miſurare. Per fare queſto adunq; tirare-

mo le, EB, BD, con le perpendicolari, A,F, ſopra, EB, &, EH, CG, ſopra, BD,

(il che si suole fare in campagna con lo squadro illrumento noto particolarmente à gli Agrimensori, ponendosi quello ne i siti, F, G, H) misurando tãto le, BE, BD, quanto le dette perpendicolari, AF, CG, EH. Dipoi incominciando per essempio dal triangolo, ABE, per il Prob. 63. e giungendo insieme il log. di, AF, cō il log. della semibase, BE, s'haurà il log. dell'area, ABE; e nell'istesso modo s'otenerà l'area di, BED, BCD, lequali giunte insieme ci daranno l'area, A B C D E, il che è conforme al modo vsato in campagna dalli Agrimensori: douendosi auuertire però, che con lo squadro sogliono gli Agrimensori risoluere il pezzo di Terra, ò proposto rettilineo, non sempre in triangoli, mà tal'hora lo spezzano in parallelogrammi rettangoli, ò Trapezij, che perciò mediante il Prob. 62. e 64. potremo misurare questi pezzi ancora, cioè con li tre Problemi ant. potremo misurare qualunque pezzo di terra, essendo quello rettilineo, ò nō essendo, seruendosi non

dimeno

dimeno della misura di vn rettilineo propinquissimo à quello, come soglion pratticare gli Agrimensori.

Il secondo modo poi di misurare il triangolo medianti i lati posto al secondo luogo nel Prob. 63. ci somministra vn'altro modo parimente di misurare il proposto rettilineo, poiche se in esso saranno misurate le diagonali, come in, AB C D E, le, B E, B D, con i lati della figura, hauremo quella risoluta in triangoli, come in, ABE, EBD, BCD, onde hauremo le aree di quelli medianti i tre lati di ciascuno, senza adoprarui le perpendicolari, come ci insegna il detto secondo modo del Prob. 63. e in consequenza, giungendo le dette aree, hauremo quella dell' intiero rettilineo, ABCDE.

Quãdo poi accadesse di hauere à misurare vn rettilineo, ò pezzo di terra, dentro al quale non si potesse andare, si misurariano i lati, & angoli del circuito, come nel sudetto i lati, AB, BC, CD, DE, EA, e gli angoli, A, B, C, D, E dipoi cominciando per essempio da,

ABE,con,BA,AE,e l'angolo, BAE, si cercariano gli angoli,ABE,AEB,e la base,BE,per la Reg,2.e 3.delli *Piani* obliq. del Compendio,ouero secondo la forma del calcolo prescritta,e adoperata nel Prob.59.e poi cõ li tre lati, AB,BE,EA,s'hauria,ABE,conforme al *Prob*.63. così si procederia nel triangolo, B C D, per hauere l'area di quello; e finalmente il triangolo, E B D,si misuraria medianti i lati, E B, B D,D E,notificati ,onde l'aggregato delle aree misurate,ABE,BED,BCD, saria l'area di,ABCDE.

Auuertasi poi, che quando gli angoli,A, B, C, D, E, osseruati non adeguassero tanti pari di retti quanti sono i triangoli, ne quali è risolubile il rettilineo (li quali sono manco del numero de lati sempre di due)l'osseruatione staria male. Come nel rettilineo,ABCDE,gli ãgoli,A,B,C,D,E, deuono eguagliarsi à sei retti, perche essendo il numero de lati della figura cinque ella è perciò risolubile in tre triangoli, cioè in, ABE, EBD, DBC,

gli

gli angoli de quali s'eguagliano à sei retti, che sono g. 540. e tanto deuono essere gli angoli, A B, C, D, *E*, e se nõ fossero tãto, bisognaria correggere l'osseruatione, quando però il rettilineo hauesse qualche angolo esteriore, douriasi in vece di quello prendere il rimanente di esso à g. 360. e questo resto aggregarlo alli altri angoli osseruati.

Auuertasi ancora quãdo nel numero de lati delle figure da misurarsi entrano frattioni, ò rotti, che bisogna ridurre gl'intieri all'vltima denominatione, ouero ridurre il tutto à rotti decimi. Come se fossero piedi, & oncie, come per il più occorre, bisognaria ridurre il tutto in oncie &c. e ciò per poterui adoperare più facilmente i logaritmi.

* *
*

PROBLEMA 66.

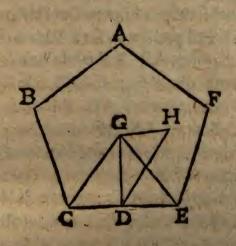
Misurare l'area di qualunque Poligono regolare, essendo noto il lato, che lo descriue.

QVesto potremo ottenere speditamente operãdo secondo qual si voglia di queste due Regole logaritmiche.

1 Il mes. del semiangolo del proposto Poligono, con il log. del semilato di esso, e con il log. del semiperimetro, darà il log. dell'area (leuata la solita vnità &c.) di esso Poligono.

2 Ouero il mes. del semiangolo del proposto Poligono, con il log. del numero de lati di esso, e con il doppio del log. del semilato, darà il log. dell' area (leuata la solita vnità &c.) di esso Poligono.

Per intelligenza di queste due Regole sia proposto qualunque Poligono regolare, cioè equilatero, & equiangolo, come, ABCEF, Pentagono, il cui

cui centro, G, dal quale ſopra vno de lati, come ſopra, *C*E, caſchi, G D, perpendicolare, & anco ſiano tirate le, G

C, G E. Prima dunque, che la, GD, diuida, *C*E, & la, G C, l'angolo, B *C* E, ò G E, l'angolo, CEF, egualmente ſi può intendere da quello, che ſi dimoſtra nella 12. e 13. del quarto delli Elem. per il Pentagono, e di là dedurſi per tutti gli altri Poligoni ancora. Dipoi è manifeſto dal Prob. 63. che moltiplicando, G D, in, *C* D, il prodotto è l'area del triangolo, G *C E*, e coſi moltiplicando, GD, in ciaſcuna metà de

lati,

lati, CB, BA, AF, FE, li prodotti saranno l'aree delli triangoli, GCB, GBA, GAF, GFE, si che moltiplicando, GD, nella metà del circuito, ABCEF, cioè nel semiperimetro del Poligono, ABCEF, il prodotto sarà l'area di esso Poligono, ABCEF, onde per il log. sapremo, che il log. di, GD, con il log. del semiperimetro, ABCEF, ci darà il log. dell'area, ABCEF: Perche poi, CDG, è triangolo rettangolo, sarà, per il primo Assioma de triangoli piani, CD, seno toto à, DG, tangente dell'angolo, GCD, cioè del semiangolo del Poligono, ABCEF, come, CD, nella data misura di piedi, ò passi &c. à, DG, nell'istessa misura, onde, per l'Assioma gen. del Compendio, il mes. del semiangolo del Poligono, GCD, con il log. di, CD (leuatone il log. del seno toto, cioè leuata la solita vnità &c.) ci darà il logar. di, GD, il quale con il log. del semiperimetro di, ABCEF, compone il log. dell'area, ABCEF; adunque prendendo in vece del log. di, GD, li suoi componenti, cioè il

mes.

meſ.di, G C D, con il log. di, C D, diremo chè il log. del Poligono, ABCEF, ſarà la ſomma del meſ. del ſemiangolo, G C D, e del log. di, C D, ſemilato, con il log. del ſemiperimetro, A B C E F (leuata la detta vnità &c.) come appunto dice la prima Regola.

Per la ſeconda poi douremo conſiderare, che giungendo inſieme il log. di, G D, con il log. di, C D, ſi hà come ſi è detto, il log. del triangolo, G C E, onde poiche il log. di, G D, ſi compone del meſ. di, G C D, e del log. di, C D (però leuata la detta vnità &c.) come ſi è prouato, adunque il meſ. di, G C D, con il doppio del log. di, C D, farà il log. dell'area, G C E, e perche G C E, moltiplicata per il numero de lati del Poligono, ABCEF, cioè p cinque nel Pentagono, ci dà il prodotto, che è l'area del Poligono, ABCEF, perciò giungendo il logar. di tale numero de lati, come di cinq; nel Pẽtagono, con il log. di, G C E, cioè con il meſ. di, G C D, e con il doppio del log. di, C D (li quali compongono il log. di, G C E) ne verrà

rà il log. del Poligono, ABCEF, come dice la 2. Regola.

Intese le ragioni delle Regole, resta, che si accenni come si possi sapere il semiangolo d'ogni Poligono regolare. Conforme dunque à quello, che si è detto nel Prob. ant. in generale per li rettilinei, leuaremo due dal numero de lati del Poligono, & il numero, che resta lo raddoppiaremo, & il numero fatto ci mostrerà à quanti retti equiuagliano gli angoli del proposto Poligono, li quali retti risoluti in gradi, con il moltiplicarli per 90. e partendo il prodotto per il numero delli angoli del Poligono, ne verrà la quantità dell'angolo, & in conseguenza del semiangolo del Poligono. Come per essempio volendo sapere quanto sia il semiangolo del Pentagono, dal cinque numero de lati leuo due, e restano tre, quali raddoppio, e si fanno sei, onde gli angoli del Pentagono tolti tutti insieme equiquagliono à sei retti, cioè à gr. 540. quali diuisi per cinque, perche cinque sono gli angoli del

del Pentagono, mi danno l'angolo di esso gr. 108. & il semiangolo gr. 54. e cosi procederemo nelli altri. Ma per allegerire la fatica al calcolatore si sono di già trouati gli angoli de Poligoni cominciando da quello di tre, e arriuando sino à quello de 20. lati, come si può vedere nella sottoposta Tauoletta, à quali semiangoli si sono ascritti nella prima colonetta quei log. che ci possono anco abbreuiare il calcolo; e ciascuno di essi log. è composto del mes. del semiangolo, che li è dirimpetto, e del log. del numero de lati del Poligono, al quale è ascritto, non restando à cercare altro conforme alla Reg. 2. che il log. del semilato per formarne con esso raddoppiato, e con quello della Tauoletta il log. dell'area del proposto Poligono, che non eschi dalla Tauoletta.

ESSEMPIO.

Siaci proposta da ritrouare l'area di vn Pentagono, il cui lato sia p. 40.

40. hora volendo operare per la prima Reg. prendo del ſemiangolo del Pentagono (quale trouo nella Tauoletta, e nella prima colonnetta eſſere gr. 54. però ne Poligoni, ch'eſcono fuori della Tauola biſognaria cercarlo nel modo ſpiegato di ſopra) il meſ. con il log. del ſemilato p. 20. e con il log. del ſemiperimetro p. 100. (il quale ſemiperimetro ſi hà moltiplicando il ſemilato per il numero de lati del Poligono) e la loro ſomma 343977. (laſciando l'vnità &c.) è il log. di p. quadri 275. 3. area del propoſto Pentagono, come ſi può vedere nel primo delli ſottopoſti calcoli.

Ouero giungo inſieme il meſ. del detto ſemiangolo con il log. del numero de lati, cioè di cinque (li quali due però ſi poſſono hauere congiunti inſieme nel log. 083771. della Tauola dirimpetto al Pentagono) e con il doppio del log. del ſemilato p. 20. e ne viene il log. dell'area, come ſopra p. 275. 3. e come moſtra il ſecondo calcolo.

Se-

Semiang. del Pâtag. G. 54. 0	m	1013874
Semilato P. 20.	l	1301030
Semiperimetro 100.	l	2000000
Area del Pentag. P. 275. 31	l	343977

Semiang. del Pétag. G. 54. 0	m	1013874
Numero de lati 5.	l	069897
Semilato P. 20.	l	130103
	l	130103
Area del Pentag. P. 275. 31	l	343977

Ta-

Tauoletta per trouare le aree de Poligoni regolari.

Num. de lati de Poligoni.	Semiangoli delli Poligoni. G. M. S.	Prima. Logaritmi per il semilato.	Seconda. Logar. per il lato cóforme al Prob. 75.
3	30. 0. 0	023856	963649
4	45. 0. 0	060206	1000000
5	54. 0. 0	083771	023565
6	60. 0. 0	101671	041466
7	64 17. 9	11624.	056037
8	67.30. 0	128587	068380
9	70. 0. 0	139317	079111
10	72. 0. 0	148822	088616
11	73.38.11	157360	097154
12	75. 0. 0	165113	104907
13	76. 9.14	172217	112011
14	77. 8.34	178773	118567
15	78. 0. 0	184862	124656
16	78.45. 0	190546	130340
17	79.24.42	195876	135670
18	80. 0. 0	200895	140689
19	80 31.35	205637	145431
20	81. 0. 0	210132	149926
Per il cerchio dato il semidiamet.		— —	049715

PRO-

PROBLEMA 67.

Dato in lato di qualunq; Poligono regolare, trouare il lato di qualunque altro eguale ad esso: e trouare l'area di qualunque à quello isoperimetro.

QVanto alla prima parte di questo Problema douremo prima trouare il log. dell'area del Poligono proposto per il Prob. ant. il quale sarà anco log. di quello, che si cerca: e perche il log. di qualunque Poligono si compone, conforme alla Reg. 2. del Prob. ant. del mes. del semiangolo di esso, che gia è noto, e del log. del numero de lati, che pure è noto, e del doppio del logar. del semilato, che è ignoto, se, giungendo insieme il detto log. del semiangolo con il log. del numero de lati (che è il primo log. della Tauoletta ascritto al Poligono, il cui lato si cerca) e la somma leuaremo dal logar. dell'area già ritrouato, restarà il doppio del logar. del semilato,

lato, che si cerca, onde si notificarà anco il lato di esso Poligono.

Quanto poi alla seconda parte, che propone di trouarlo isoperimetro, cioe di ambito eguale à quello, che si propone, è manifesto, che essendo noto il lato del proposto Poligono è anco noto l'ambito di quello, & in consequenza è noto anco l'ambito del Poligono isoperimetro, che li deue essere eguale: Resta dunque che diuidiamo detto ambito per il numero de lati del Poligono, che si vole fare, che ne verrà la quantità del lato di esso, e cosi anco il semilato, mediante il quale, & il semiangolo, & il numero de lati, tutti noti, per la p. ò 2. Reg. del Prob. ant. adoprandoui la Tauoletta p i Poligoni che sono in quella, potremo trouare l'area del ricercato Poligono isoperimetro al primamente proposto.

ESSEMPIO.

Sia proposto vn triangolo equilatero, il cui lato sia p. 30. e si voglia

prima

prima trouare vn Pentàgono eguale al detto triangolo, e poi si voglia vn' Essagono isoperimetro all'istesso triangolo, e si cerchi il lato del Pentagono, e l'area dell'Essagono. Prima dunque per vna delle Reg. del Prob. ant. adoprando la Tauoletta per quelli, che son in essa, trouaremo il log. dell' area del triangolo equilatero essere 259074. al quale rispōdono di area p. $389\frac{79}{114}$. Questo sarà pure log. dell'area del Pentagono, dal quale leuato il composto del mes. del semiangolo del Pentagono, e del log. di cinque numero de lati, cioè leuato il primo log. 083771. che si troua nella Tauoletta ascritto al Pentagono, restarà il log. 175303. la cui metà è 087651. che è log. di p. 7. 52. semilato del Pentagono eguale al detto triangolo equilatero, onde il lato sarà p. 15. 4. il che prouaremo esser vero, perche giungendo il log. del numero de lati cō il mes. del semiangolo del Pentagono, che è 083771. e con il doppio del log. del semilato, che è 175303. di p. 7. 52. ne viene

viene il log. 259074. dell'area del Pentagono, & anco del triang. equilatero.

Quanto poi al trouare l'area dell'Essagono isoperimetro al detto triangolo, essendo il perimetro del triangolo p. 90. diuiso 90 per 6. ne verrà il quotiente 15. e però il lato dell'Essagono dourà essere p. 15. onde il semilato sarà p. 7. 5. hora operando per la Reg. 1. ò 2. del Prob. ant. trouarassi il logar. dell'Essagono essere 276683. e l'area p. 584$\frac{42}{75}$. doue l'area del triangolo è solo p. 389$\frac{77}{111}$. Nell'istesso modo procederemo in tutti gli altri Poligoni.

Nota poi, che se fosse proposta l'area di vn Poligono nota in piedi, ò altra misura &c. e si cercasse il lato, trouato il log. di quella, e da esso leuato quello della Tauoletta, ouero il log. del numero de lati, con il mes. del semiangolo, restaria il doppio del log. del semilato, onde si faria noto il lato di esso Poligono, che è vn'operare cõforme alla solutione della prima parte di questo Problema.

PRO-

PROBLEMA 68.

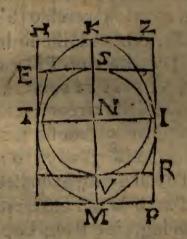
Dato il diametro di vn cerchio, ò l'asse maggiore, e minore di vn' Ellissi, ouero Ouato, misurare l'area di quelli.

PEr intelligenza di questo Problema sia il cerchio, STVI, intorno al diametro, TI, e l'Ellissi, ouero Ouato, KTMI, intorno all'asse maggiore, KM, e minore, TI, essendo circon-

scritto al cerchio il quadrato, ER, & all'Ouato il rettangolo, HP. Perche dunque, TI, diametro alla circonfe-

renza, STVI, per quello, che dimostra Archimede nel lib. de Dimens. Circ. è prossimamẽte come 7. à 22. ouero più esquisitamente come 10000000000. seno toto à 31415926536. preso per cõmune altezza, TI, sarà, TI, alla circonferenza, STVI, come il quadrato, TI, al rettangolo sotto, TI, e sotto la circonferenza, STVI, ma questo rettangolo è quadruplo del rettangolo sotto la metà del diametro, e la metà della circonferenza (il quale rettangolo è poi vguale al cerchio, STVI, per l'istesso Arch. nell' istesso luogo) adunque il quadrato di, TI, cioè, ER, al cerchio, STVI, sarà come, TI, alla quarta parte della circonferenza, STVI, cioè come l'istesso seno toto 10000000000. à 7853981634. Se dunque, TI, sarà dato in qualche misura, sarà anco dato il suo quadrato, ER, il cui log. cioè il log. duplicato di, TI (perche il log. d'ogni quadrato è doppio del log. del lato, come si è detto nel Prob. 62. num. 2.) con il log. di 7853981634. che è 989509. (le-

uato-

uatone il log. del ſeno toto, cioè la ſolita vnità &c.) darà il log. dell'area del cerchio, STVI.

Perche poi il rettangolo, H P, circonſcritto all'Ouato, S T V I, è come il quadrato, E R, al cerchio, come ſi deduce dal primo Cor. della prop. 11. del lib. 3, della mia nuoua Geometria, come il ſeno toto à 785398 1634. coſi anco ſarà il rettangolo, H P, all Ouato, kTM I, onde l'iſteſſo log. 989509. del detto numero, con il log. di, H P, cioè con il log. di, Z H, &, Z P, ouero di, K M, aſſe maggiore, e di, T I, aſſe minore (perche i log. de lati fanno il logar. del rettangolo per il Prob. 62.) farà (leuata la ſolita vnità &c.) il log. dell'Ouato, kTM I. Si che in ſomma giungendo ſẽpre il detto log. 989509 tanto per l'Ouato, quanto per il cerchio, con il log. duplicato del diametro del cerchio ne verrà il logar. dell'area di quello, e giungendolo con il log. dell'aſſe maggiore, e con il logar. dell'aſſe minore, ne verrà il log. dell'area dell'Ouato.

ESSEMPIO.

SIa dato il diametro di vn cerchio, come, TI, p.14. il quale ſia l'aſſe minore dell'Ouato, K T M I, eſſendo l'aſſe maggiore, KM, p.30. e ſi vogliano ſapere le loro aree. Preſo dunque il log. di p.14. che è 114613. lo giungo duplicato al log. 989509. e ne viene (leuata l'vnità &c.) il log. 218735. del cerchio, STVI, che ſarà p.153 $\frac{266}{283}$. Per l'Ouato poi giungo il logar. di p. 14. cioè 114613. con il log. di p.30. che è 147712. al log. cõmune 989509 e ne viene (leuata la vnità &c.) il log. 251834. dell'Ouato, KTMI, che ſarà p.329 $\frac{114}{131}$.

Chi poi haueſſe guſto di trouare dette aree per la moltiplicatione &c. potrà ſeruirſi in cambio di così gran numeri, della proportione di 10000, à 7854. ouero per fare anco più preſto di 14. à 11. moltiplicando il diametro del cerchio propoſto in ſe ſteſſo, ouero gli aſſi dell'Ouato frà loro, e

poi

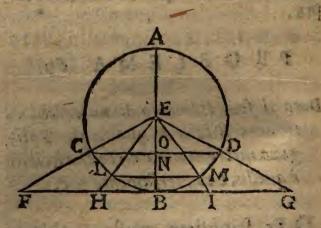
poi moltiplicando di nuouo il prodotto per 11. e partendo quello, che ne viene per 14. che speditamēte hauerà l'area dell'istesse figure. Cosi dunque moltiplicando 14. in se stesso, e poi il prodotto per 11, e partendo ciò, che ne viene per 14. s'haurà il quotiente 154. numero de piedi dell'area del cerchio prossimamente, come si è trouato di sopra. Similmente per l'Ouato moltiplicando 14. con 30 & il prodotto per 11. e partendo l'auuenimento per 14. habbiamo il quotiente 330. piedi dell'area dell'Ouato, prossimamente come pure si trouò di sopra.

PROBLEMA 69.

Dato il semidiametro di vn cerchio, trouare il lato di qualunque Poligono inscrittibile, e circonscrittibile à quello, e conuersamente &c.

PEr sciogliere questo Problema cercaremo prima il semiangolo

del Poligono, ò nella Tauoletta del Prob.66.ò per la Regola posta in detto prob. Ouero più facilmente per quest'altro modo. Partiremo sempre gr.360. per il doppio del numero de lati del poligono, e ne verrà vn'angolo, il cui comp. sarà il semiangolo ricercato. Come, volendo il semiangolo del Settagono, parto g.360. per 14. e ne vengono g.25.42.51. il comp. de' quali sono g.64.17.9. semiangolo del Settagono, come appunto stà nella detta Tauoletta del prob.66.

Supposto questo sia proposto il cerchio, ACD, il cui semidiametro, EB,

sia dato, &, LM, s'intenda per il lato di

di qual si voglia poligono inscrittibile ad, ACB, &, HI, per lato di qualunque circonscrittibile, essendo, LM, segata da, E B, perpendicolarmente, &, in conseguenza in parti eguali in, N; &, H I, parimente tagliata da, EB ad angoli retti: tirate poi le, E L, E M e prolungate, incontrino li punti, H, I, essendo, H B, BI, eguali frà di loro.

Prima dūq; per trouare il lato LM, del Poligono inscrittibile, faremo come, EB, seno toto ad, LN Seno dell'angolo, LEN, cioè Seno 2. del semiangolo del Poligono, ELN, così, EB, dato nella nostra misura, ad, LN, notificato con, L M, nell'istessa misura.

E per i log. giungeremo insieme il log. 2. del semiangolo, ELN, del Poligono, con il log. di, EB, e ne verrà (leuando, &c.) il log. di, LN, che perciò con, L M, restarà noto.

Ma per hauere il lato, H I, del circonscrittibile, faremo come, EB, Seno toto à, BH, Tang. dell'angolo, HEB, cioè Tang. 2. del Semiangolo, E H B, del Poligono, così, E B, data à, B H,

notificata con, HI.

E per i log. giungeremo insieme il mes. 2. del semiangolo, EHB, del *Poligono*, cō il log. di, EB, e ne verrà il log. di, HB, che perciò cō, HI, restarà noto.

Conuersamente poi volendo da, LM, dato argomentare, EB, faremo come, LN, seno 2. di, ELN, à, EB, seno, toto, così, LN, data ad, EB, notificata.

E per i log. giungeremo insieme il res. log. 2. del semiangolo del *Poligono*, che è, ELN, cō il log. di, LN, semilato dato, e ne verrà (leuando, &c.) il log. di, EB, perciò notificato.

Ma volendo da, HI, argomentare l'istesso, EB, faremo come, HB, Tang. 2. del semiangolo del Poligono, EHB, à, BE, seno toto, così, HB, dato à, BE, notificato.

E per i log. giungeremo insieme il mes. del semiangolo, EHB (il quale mes. serue per res. del mes. 2. dell'istesso semiangolo, EHB, come si spiega nel Compendio alla pag. 69. in dichiaratione dell'Assioma gen.) con il log.

di,

di,HB,dato,e ne verrà (leuando &c.) il log.di, E B, perciò notificato.

ESSEMPII.

1 SIa dato,EB,p.6.e cerchisi il lato del Pentagono, come, LM, inscrittibile al cerchio,ACBD. Giũgendo insieme adunque il log.2. di g. 54.0. quanto è il semiangolo del Pentagono,cioè 976922.con il log. di, E B, p.6. che è 077815. ne viene il log. 054737.di p.3.53.quanto è il semilato, LN, del detto Pentagono, onde il lato,LM,sarà p.7.6.

2 Ma volendo il lato,HI, del Pentagono circonscrittibile, giungo insieme il mes.2.dell'istesso semiangolo del Pentagono g.54.0. che è 986126. con il log.di EB, p.6. cioè con il già trouato 077815. e ne viene il log. 063941.di p.4 36. semilato, onde il lato,HI,sarà p.8.72.

3 Conuersamente poi hauendo il lato come del Pentagono, che sia pure,LM,p.10,si che,LN, sarà p.5. e vo-

 lendo,

lendo, EB, giungeremo insieme il res. log. 2. di g. 54. semiangolo del Pentagono, che è 023078. con il log. del semilato, L N, p. 5. che è 069897. e ne verrà il log. 092975. di p. 8. 51. e tanto sarà, EB.

4 Volendo poi notificare, EB, dato il lato, H I, del Pentagono circonscrittibile, come p. 14. si che, H B, viene p. 7. giungeremo insieme il mes. del semiangolo, EHB, del Pentagono g. 54. 0. che è 1013874. con il log. del semilato, H B, p. 7 che è 084510. e ne verrà il log. 098384. (leuando, &c. come anco nelli altri Essempij) di p. 9. 63, e tanto sarà EB, semidiametro.

Nota poi, che se fosse dato il lato di vn poligono, come, L M, inscritto al cerchio, ACBD, e si cercasse il lato, come, CD, di vn'altro inscrittibile all'istesso cerchio, ACBD, ciò si ottenerebbe in questo modo. Suppongasi, CD, tagliato ad angoli retti, & in conseguenza egualmente da, E B, in, O, di poi faccisi come, L N, seno 2. di, E L N, semiangolo del poligono, il cui

lato

lato è, LM, à, CO, seno 2. di, ECO, semiangolo del poligono, il cui lato è, C D, così, LM, dato à, CD, notificato.

E per i log. giungasi insieme il res. log. 2. del semiangolo, E L N, con il log. 2. del semiangolo, E C O, e con il log. di, LM, e ne verrà il log. di, C D (leuando &c.) lato del poligono, che si cerca.

Tirinsi hora, E C, E D, e si prolonghino verso, F G, quale incontrino in, F, G, essendo le, F B, B G, eguali, e pongasi che dato il lato, H I, di qualunque poligono circonscrittibile ad, A C B D, noi vogliamo sapere il lato, FG, di qualunque altro circonscrittibile all'istesso, A CB D. Fatto dunque come, H B, tang. 2 di, E H B, semiangolo del poligono di, HI, à, B F, tang. 2. di, E F B, semiangolo del poligono di, FG, così, H I, noto ad, FG, verrà à notificarsi, F G, che si cerca.

E per i log. giungendo insieme il mes. di, EHB, con il mes. 2. di E F B, e con il log. di, H I, ne verrà il log. di, F G, lato ricercato.

ESSEMPII.

SIa il lato come, L M, di vn' Ottagono p. 7. e si cerchi quanto deua essere, C D, lato del pentagono inscrittibile all'istesso cerchio, ACBD, benche di ignoto semidiametro. Giũgo dunque insieme il res. log. 2. del semiangolo, E L N, dell'Ottagono, che è g. 67.30. cioè 041716. con il log. 2. del semiangolo del pentagono, ECO, che è g. 54.0. cioè con 976922. e con il log. di LM, p. 7. che è 084510. e ne viene (leuando &c.) il log. 103148. di, C D, p. 10.75.

Sia hora dato il lato, H I, di vn Nonagono circonscrittibile al cerchio, ACBD, il quale HI, sia p. 16, e si voglia, FG, lato del triangolo equilatero circonscrittibile all'istesso, ACBD. Giungendo insieme adunque il mes. di, E H B, semiangolo del poligono di, H I, cioè del Nonagono, il quale è g. 70.0. cioè 1043893. con il mes. 2. di, E F B, semiangolo del triangolo equilatero,

che

che è g. 30. cioè con 1023856. e con il log. di, HI, p. 16. che è 120412. ne viene (leuando &c.) il log. 188161. di p. 76. 14, e tanto sarà il lato, FG.

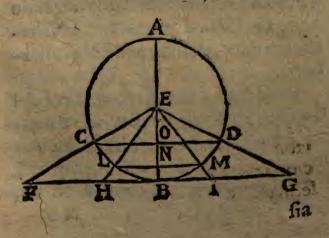
E' poi manifesto ancora, che se volessimo le aree di questi poligoni considerati nel presente problema, ciò saria facile per il prob. 66. essendo di già notificati i lati di quelli.

PROBLEMA 70.

Misurare le portioni di cerchio, essendo data la base, e l'asse di quelle.

Vedete in fine pag. 155 Annotationi

SIa di nuouo posta quà la figura del prob. ant. nella quale pongasi, che

sia

sia data la base, LM, e l'asse, B N, della portione, LBM, da misurarsi. Prima dunque se non è nota, NE, la notificaremo in questo modo. Faremo come, B N, ad, N L, così, N L, ad, N A, e questo, ò giungendo insieme il res. log. di, BN con il doppio del log di, N L, che ne verrà (leuando &c.) il log. di, N A: Ouero, essendo numeri piccoli si spedirà più presto moltiplicando, LN, in se stessa, e partendo il prodotto per, BN, poiche il quotiente sarà la, N A; onde si farà nota, A B, aggregato di, AN, N B, note, parimente la metà di essa, E B, & insieme la, E N. Moltiplicando poi, E N, LN, hauremo l'area del triangolo L E M, per il prob. 63. ouero per i log. giungendo il log. di, E N, con quello di, LN, hauremo il log. dell'area, ELN, da serbarsi.

Resta hora, che si troui l'area del Settore, ELBM, la quale s'haurà moltiplicando, EB, in, BL, ridotta alla misura di, E B: per fare adunque questa riduttione, bisognarà come, E N, ad,

N L,

N L, coſi fare, E N, ſeno toto ad, N L, come tang. dell'angolo, LE N, ouero dell'arco, B L, che perciò ſi farà noto in gradi &c. quali però riſoluendo in minuti, e riducendo anco, *E* B, à minuti (con fare come 314159. ſemicirconferenza del cerchio, A C B D, à 100000. ſemidiametro, EB, coſi, *E*B, gradi 180. à g. 57. 17. 45.) trouaremo, E B, eſſere minuti $3437\frac{3}{4}$. Giungeremo poi inſieme il reſ. log. delli minuti di, E B, $3437\frac{3}{4}$. che è *646373*. con il log. delli minuti dell'arco, BL, e con il log. di, E B, e ne verrà (leuando &c.) il log. di, B L. Ma perche per hauere l'area di, E L B M, ſi deue giungere il log. di, B L, con quello di, B *E*, giungeremo in vece li ſuoi componenti, cioè il reſ. log. delli minuti di, B E, $3437\frac{3}{4}$. con il log. delli minuti di, B L, e con il doppio del log. di, *E* B, e ne verrà il log. dell'area del Settore, ELBM, dalla quale ſottratta l'area, ELM, già nota, reſtarà nota l'area della portione, LBM, ciò però è per la portione minore, poiche nella maggiore il detto

trian-

triangolo si deue giungere al Settore per hauerne l'area della portione.

ESSEMPIO.

SIa, LM, p. 24. onde, LM, sarà p. 12. &, NB, sia p. 4. sarà dunque come p. 4. à p. 12. così p. 12. à p 36. cioè ad, NA, onde, AB, sarà p. 40. EB, p. 20. &, EN, p. 16. &, LBM, portione minore, e moltiplicando, EN, p. 16. in, NL, p. 12. ne verrà l'area, ELM, p. 192. da serbarsi. Giungasi poi il resi. log. di, EN, p. 16. che è 879588. con il log. di, NL, p. 12. che è 107918. e ne verrà il mesi. 987506. di g. 36. 52. che sono minuti 2212. il cui log. 334478. giungo con il resi. log. delli minuti di, EB, che sono 3437 $\frac{3}{4}$. cioè con 646373. e con il doppio del log. di, EB, p. 20. che è 130103. e ne viene (leuando, &c.) il log. 241057. dell'area, ELBM, p. 257 $\frac{64}{169}$. dalla quale sottratta l'area, ELM, p. 192. resta la portione, LBM, p. 65 $\frac{64}{169}$.

Nota poi, che se ci fosse proposta

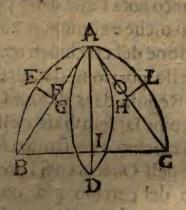
vna

vna portione di Ouato, intorno ad vn dato asse, e in vna data base, deue anco essere noto il restante dell'asse dell' intiero Ouato, acciò si possi notificare l'area di esso, il che poi si farà in questo modo. Ci imaginaremo dunque vn cerchio intorno all'istesso asse intiero, dal quale taglierà la base della portione data dell'Ouato, di quà, e di là prolongata, vna portione di cerchio, la cui semibase sarà media proportionale trà le parti dell'asse del detto Ouato. Trouata dunque detta semibase essendo anco nota l'asse della portione dell'Ouato, che è commune ad esso, & alla portione del cerchio, si notificarà l'area della portione del cerchio secondo la Regola data di sopra. Dipoi faremo come la semibase della portione del cerchio alle semibase della portione dell'Ouato, così l'area della portione del cerchio già notificata al quarto proportionale, che sarà l'area della portione dell'Ouato parimente notificata. Che poi dette portioni del cerchio, & Ouato siano come

me le loro ſemibaſi, ò come le baſi, ſi dimoſtrarà facilmente nel modo, co'l quale ſi è dimoſtrata la prop. 10. del lib. 3. della mia Geometria.

PROBLEMA 71.

Miſurare le portioni di cerchio acute.

SIa il trilineo, ABC, compreſo dalli due archi dell'iſteſſo cerchio, & eguali, BA, AC, che ſi ſegano in, A, &, dalla baſe, BC, la quale figura ſi può

chiamare, portione di cerchio acuta. Diuiſa poi, BC, egualmente in, I, e giunte le, AB, AI, AC, e diuiſe pure egual-

egualmente,BA,AC,in,F,O, e tirate le,FE OL,perpendicolari alle,BA,AC, siano date le,BC,AI. BA,AC,&,FE,OL (se bene quando,B A,AC, fosser' ignote si potrian notificare mediante,AI,&,IB, ouero,IC, note, per la Regola 7. delli piani rettangoli del Compendio) Prima dunq; per il prob. 63. cercaremo l'area del triangolo, ABC,di poi per il prob. ant. quella di, AEB,ouero,ALC,che li è vguale(poiche,EF,è eguale ad, OL,&,AB, AD, AC,le quali sono note) onde giungẽdo insieme le tre aree, ABC, AEB, ALC,s'hauerà l'area, AEBCLA, riccercata.

1 Nota poi, che, se gli archi, AB, AC,s'inclinassero stãdo come, AGD, AHD,intorno all'asse,AD,della figura piana diremo mandolare, AGDHA, calcolata la portione, AGD, s'hauria anco la, AHD, che li saria eguale, & insieme l'area dell' intiera figura, AGDHA.

2 Nota ancora,che se,AEB,ALC, ouero, AGD, AHD, fossero due portioni

tioni di vn' istesso Ouato intorno gli assi eguali (che perciò sariano parimente esse portioni eguali) misurando vna di loro secondo il Prob. ant. (il quale però richiede, che non solo sia dato l'asse della portione, e la base, ma anco il rimanēte di tutto l'asse) s'hauria l'altra ancora, & essendo pure date le, AI, IB, s'hauria l'area del triangolo, A C B, & in consequenza quella figura, A E B C L A, come anco quella di, A G D H A.

3 Nota finalmēte, che se bene molte altre figure piane si potriano quà considerare, quelle però per breuità si tralasciano parēdomi, che queste puoche deuano bastare per intendere la prattica de logaritmi intorno à quelle, e massime potendo il Lettore con non molta difficoltà instituirla intorno ad altre figure ancora, mentre habbi sempre questo in mente, che doue si adopra la moltiplicatione deue adopraruí la somma de log. de numeri da moltiplicarsi, e doue s'hauria da vsare la diuisione deue adopraruí la sot-

trat-

trattione del log. del diuiſore dal log. del diuiſo, ouero l'additione del reſ. log. del diuiſore al log. dell'iſteſſo diuiſo, come ſempre ſi è fatto per non adoperare ſe non l'additione, il che andaremo parimente pratticando intorno le figure ſolide, che mi parono principali, e più vſitate frà l'altre, alle quali hora faremo paſſaggio.

PROBLEMA 72.

Data l'altezza, e la baſe di qual ſi voglia Cilindrico, ò Conico, miſurare la loro ſolidità.

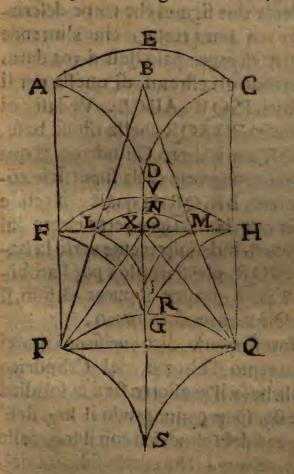
SI come le lunghezze miſuranſi co'l piede, paſſo, ò pertica &c. le ſuperficie con il piede, paſſo, ò pertica quadra &c. coſi le ſolidità ſi deuono miſurare con il piede, paſſo, ò pertica cubica &c. cioè con vn cubo, che ſia vn piede per ogni verſo, ò paſſo, ò pertica &c. Seruendoſi noi dunque quà del piede, come ſi è fatto ſin' hora, li piedi quà s'intenderanno eſſere

piedi

piedi cubici, anco che non si esprima, quando li piedi siano misura della solidità di qualche corpo.

Che cosa poi sia Cilindrico, e Conico l'hò spiegato nella mia Geometria alla Def. 3. e 4. del Lib. 1. Ma per chi non la potesse vedere, basterà sapere, che sotto il nome di Cilindro si comprendono non solo il Prisma, e Cilindro come specie di quello, ma anco qualunque altro corpo, che habbi per opposte basi, in cambio di due rettilinei come il Prisma, ò due cerchi come il Cilindro, due qualunque si siano figure piane, parallele, simili, eguali, e similmente poste frà di loro, essendo detto Cilindrico compreso da quelle, e dalla superficie cilindracea cadente frà le dette due opposte basi. Così per Conico s'intende non solo la Piramide, & il Cono (li quali con li sudetti sono difiniti nell' Vndec. Lib. delli Elem.) ma qualunque altro corpo, che habbi qual si voglia figura piana per base, essendo compreso da quella, e dalla superficie conicolare, che và à

finire

finire in vn punto alla ſomiglianza della Piramide, e del Cono: li quali termini s'intenderanno più facilmente nella preſente figura, nella quale,

APQC; ci rappreſenta vn Cilindrico, le cui oppoſte baſi ſono, P S Q R, AD C E,

C E, parallele, ſimili, eguali, e ſimilmente poſte frà di loro, eſſendo eſſo Cilindrico compreſo da quelle, e dalla ſuperficie cilindracea cadente frà le dette due figure, che viene deſcritta da vna linea retta, che s'intende mouerſi ſempre parallela à vna data, ſcorrendo gli eſtremi di quella per li ambiti, PSQR, ADCE. Vedaſi poi il conico, BPSQR, nella iſteſſa baſe, PSQR, con il detto Cilindrico, il quale viene compreſo dalla ſuperficie conicolare, BPSQR, la quale s'intende deſcritta da vna linea retta tirata dal punto, B, indefinitamente verſo la baſe, PSQR, che ſi riuolga per l'ambito, PSQR, intorno al punto, B, fiſſo, il quale è la cima del Conico.

Inteſo queſto, dico che ſe noi moltiplicaremo l'altezza del Cilindrico nella baſe, il prodotto ſarà la ſolidità di eſſo. Ouero giungendo il log. dell' altezza del Cilindrico con il log. della baſe, ne verrà il log. della ſolidità dell'iſteſſo Cilindrico. E per il Conico, moltiplicando l'altezza nella terza

parte

parte della base, ò la base nella terza parte dell'altezza, il prodotto sarà la solidità del Conico; Ouero giungendo insieme il log. dell'altezza del Conico con il log. del terzo della base, ò il log della base con il log. del terzo dell'altezza, s'haurà il log. della solidità di esso Conico.

Questo poi comprenderemo essere vero, poiche, come si può raccogliere della sett. 2. del Cor. 4. gener. della Prop. 34. del lib. 2. della mia Geometria, ouero dalla Prop. 5. del. lib. 7. dell'istessa, li Cilindrici, che sono nell'istessa altezza, sono frà di loro come le basi, onde se haueremo due Cilindrici in basi eguali, e nell'istessa altezza, quelli saranno eguali. Intendasi dunq; fatto vn parallelepido (il quale è pure vn Cilindrico) la cui base, che sarà vn parallelogrammo sia eguale alla base, PSQR, del Cilindrico quà posto, ABQC, e le altezze loro parimente eguali, essi dunque saranno eguali, ma la solidità del parallelepipedo è il prodotto dalla moltiplicatione del-

la altezza nella di lui base, come facilmente si può dedurre dalla Prop. 35. del lib. 2. della mia Geometria, adunque la solidità del detto Cilindrico, APQC, sarà il prodotto dalla moltiplcatione dell'altezza nella base, e così sarà di qualunque altro Cilindrico. E perche il Cilindrico essendo nell' istessa base, & altezza con il Conico, è triplo di esso Conico, come si hà dalla Settione 9. del Cor. 4. gener. sopradetto, e come altrimente si proua nella prop 8. del Lib. 7. della detta Geometria, perciò la solidità del Conico s'haurà moltiplicando la terza parte dell'altezza nella base, ò la terza parte della base nell'altezza, poiche anco li Conici nell' istessa base sono come le altezze, e nell' istessa altezza, sono come le basi, come si hà dalla detta prop. 34. del Lib. 2. ò dalla prop. 7. e dall'Annot. della prop. 8. del Lib. 7. dell'istessa Geometria, onde anco le Regole già dette per via de log. saranno parimente vere. Lascio per breuità gli Essempij, essendo ciò cosa

cosa facile da comprendersi.

Intendiamo adunque dalle cose dette in questo problema come si misuri non solamente il Prisma (sotto il quale si comprendono li triangolari, quadrangolari, pentagonali &c.) ouero il Cilindro, ma anco qualunque Cilindrico, variate le basi come si voglia. Parimente non solo habbiamo quà il modo di misurare le Piramidi (ò triã golari, ò quadrangolari, ò pentagonali &c. che siano) & il Cono, ma anco ogni Conico, siasi la base di esso quanto si voglia strauagante.

PROBLEMA 73.

Misurare la solidità del frusto di qualunque Conico proposto.

Vedasi di nouo la figura del prob. ant. nella quale sia proposto il frusto, LTQM, del Conico, BPQ, tagliato da vn piano parallelo alla base, PSQR (che cosi s'intende il frusto del Conico, come spiego alla def.4.

del Lib. 1. della mia Geometria) il quale faccia nel Cilindrico, A P Q C, la figura, FGHV, è nel Conico, BPQ, la figura, LI M N, le quali saranno simili alla base, PSQR, per la prop. 11. e 19. del Lib. 1. della detta Geometria. Bisogna poi, che sia data la base maggiore, P S Q R, ouero, che prima si calcoli l'area di quella, dipoi conuiene, che sia data l'altezza del Conico, come, F Q, commune anco al Cilindrico, F Q, poi, che siano dati due lati, ò linee homologhe delle opposte basi, P S Q R, LI M N, come le, PQ, L M (quali siano lati, ò linee homologhe delle figure piane simili, e quali vniuersalmente si dichino figure piane simili si è dichiarato alla def. 10. e per le solide alla def. 11. del detto Lib. 1.) dipoi procederemo al calcolo in questo modo. Essendo, che si è dimostrato nella prop. 10. del lib. 7. che come il quadrato di, P Q, è al rettangolo sotto, P Q, LM, ouero, H X, che s'eguali ad, LM, con vn terzo del quadrato, F X, differenza delle homologhe, P Q, H X; così

X,coſi è il Cilindrico, FQ, al fruſto, L P Q M, perciò ſe moltiplicaremo di queſti quattro termini il ſecondo, cioè la ſolidità del Cilindrico, F Q (la quale ſi hà per l'ant. prob. moltip. F Q, nella baſe, PSQR) nel terzo, cioè nel rettangolo ſotto, PQ, HX, con vn terzo del quadrato, XF, e partiremo il prodotto per il quadrato di, PQ, ne verrà il quotiente, che ſarà la ſolidità del fruſto, LPQM.

Volendo poi operare per i log. torna più commodo il conuertire la detta analogia in queſto modo. Eſſendo li ſudetti quattro termini proportionali, anco per la conuerſione della proportione ſaranno proportionali, cioè il quadrato di, P Q, primo termine all'eccesſo di eſſo ſopra il ſecondo termine, cioè ſopra il rettangolo di, P Q, in, HX, con vn terzo del quadrato, F X, cioè al rettangolo di, P Q, ouero, HF, in, FX, meno vn terzo del quadrato, FX, cioè al rettangolo, H X F, con il quadrato, F X, meno vn terzo di eſſo quadrato, FX, cioè al rettangolo ſot-

to la composta di, H X, e due terzi di, XF, e sotto, XF, sarà come il Cilindrico, F Q, terzo termine, all'eccesso di esso sopra il frusto, LP Q M. E però per l'Aff. gener. del Comp. giungendo insieme il res. log. del primo termine, che è il quadrato di, P Q, cioè due volte il res. log. di, P Q, (perche il log. del quadrato è doppio del log. del lato, come si è detto nel prob. 62. al num. 1. onde due res. log. del lato deuono fare il res. log. del quadrato &c.) con il log. del secondo termine, cioè del rettangolo sotto la composta di, H X, homologa minore, e di due terzi di, XF, differenza delle homologhe, P Q, H X, e sotto, F X, cioè con il log. di, F X, e con il log. di detta composta (per che i log. de lati fanno il log. del rettãgolo, del quale sono lati per il prob. 62.) e con il log. del terzo termine, che è la solidità del Cilindrico, F Q, cioè con il log. dell'altezza, FQ, e della base, PS QR (de quali si compone il log. della solidità di, F Q, per il prob. ant.) ne verrà (leuando &c.) il

log.

log. dell'eccesso di, FQ, sopra il frusto, LPQM, il quale eccesso è il quarto termine perciò notificato. E finalmente giungendo separatamente dalli detti log. quelli dell'altezza, FP, e base, PSQR, s'haurà il log. della solidità del Cilindrico, FQ, dalla quale detratto il detto eccesso, restarà la solidità del frusto, LPQM.

ESSEMPIO.

SIa data la base, PSQR, p. 255. l'altezza, FP, p. 14. essendo, PQ, p. 24. LM, ouero, HX, p. 18. onde, XF, sarà p. 6. & il quadrato di, PQ, p. 576. Il rettangolo sotto, PQ, 24. &, HX, 18. sarà poi 432. al quale giunto il terzo del quadrato, FX, cioè 12. ne viene il numero 444. Moltiplichisi poi l'altezza, FP, p. 14. nella base, PSQR, p. quadri 255. e ne verranno p. cubici 3570. solidità di, FQ. E poi moltiplichisi questa per il 444. e ne verrà il nu. 1585080. il quale diuiso per 576. quadrato di, PQ, ci darà il quotiente p. 2752. solidità del frusto, LPQM.

Ma per i log. giungendo insieme il ref.log. di, P Q, due volte, con il log. della composta di, HX, e di due terzi di, XF, cioè di p. 22. con il log. di, FX, p. 6. con il log. dell'altezza, FP, p. 14. e con il log. della base, PSQR, p. 255. ne verrà (leuando &c.) il log. di p. 818. eccesso del Cilindrico, FQ, sopra il frusto, LPQM. Giungendo poi soli il log. di, FP, p. 14. e della base, PSQR, p. 255. ne verrà il log. di p. 3570. solidità del Cilindrico, FQ, dalli quali sottratto l'eccesso trouato p. 818. restarà la solidità del frusto, LPQM, p. 2752. come sopra, e come si vede in questo calcolo.

Homologa mag P Q, P.	24	r l	861979
		r l	861979
Cōposta di, HX, e $\frac{2}{3}$. di, FX,	22	l	134242
Diff. delle homologhe, FX,	6	l	077815
Altezza, FP,	14	l	11 613
Base, P S Q R,	255	l	2:0654
Eccef. di, FQ, fop. LPQM,	818	l	291282
Cilindrico, F Q,	3570	l	355267
Frusto, L P Q M,	27521	l	

In questo Problema intendiamo parimente come si calcoli la solidità del frusto non solo della Piramide, e del Cono, ma di qualunque Conico, habbi esso la base strauagante quanto si voglia.

PROBLEMA 74.

Misurare la solidità di qualunque corpo compreso da superficie piane.

PRoposto qualunque compreso da superficie piane, se saranno dati i lati delle figure ambienti, e gli angoli ancora, si potrãno misurare esse figure per il Prob. 65. e risoluendo quello in Piramidi, le cui basi siano le predette figure ambiẽti, se sarà nota l'altezza di ciascuna Piramide, moltiplicando la terza parte dell'altezza di ciascuna nella base per il log. &c. s'haurà la solidità di ciascuna Piramide, come ci insegna il Prob. 72. & in conseguenza del corpo proposto.

Meccanicamente poi si può misurare qualunque corpo, mediante l'acqua posta in vn vaso in forma di parallelepipedo, cioè di vna cassa, ouero in forma di Cilindro, purche il corpo da misurarsi si possi commodamente immergere nel detto vaso, poiche essendo tant'acqua in esso vaso, che possi coprire il corpo demerso sotto il liuello dell'acqua, che è inanzi l'immersione, senza vscirne niēte fuori del vaso, se noi notaremo quella parte dell'altezza, che caderà trà il liuello fatto inãzi, e quello fatto doppo l'immersione, haueremo vn corpo di acqua solleuato sopra il primo liuello, eguale al corpo tuffato sotto esso primo liuello, onde misurando quello con moltiplicare l'altezza detta nel fondo del vaso (ò per i lōg.) haueremo la solidità di quel corpo di acqua, & in consequenza del corpo demerso. E si auuerta bene di tuffare tutto il corpo sotto il primo liuello, poiche esso potrà coprirsi tutto di acqua anco, che nō habbi solleuato sopra il primo liuello tāt'

ac-

acqua, quanto è lui, ma molto manco, e manco, quanto è minore lo ſpatio trà il corpo demerſo, e le ſponde, ò recinto del vaſo.

Si ſuole anco con il peſo venire in cognitione della mole, ò ſolidità nelle materie homogenee, ò dell'iſteſſa grauità in ſpecie, eſſendo i peſi frà loro come le moli de corpi peſati.

PROBLEMA 75.

Dato il lato di qualunque corpo regolare, trouare la ſolidità di quello: e conuerſamente, data la ſolidità, trouare il lato.

CInque ſono i corpi regolari, come dimoſtra Euclide nel fine del lib. 13. delli Elem. cioè la Piramide, ò Tetraedro, compreſo da quattro triangoli equilateri; il Cubo contenuto da ſei quadrati, l'Ottaedro da otto trian-

goli equilateri, il Dodecaro da dodici pentagoni equilateri, & equiãgoli, e finalmente l'Icosaedro da vinti triangoli equilateri. Quando adunque ci sia proposto di trouare la solidità di vno di detti corpi, dato il lato di esso, ciò facilmente otteneremo giungendo il triplo del log. del dato lato al log. di simile corpo della sottoposta Tauoletta, poiche la loro somma (leuando l'vnità &c.) sarà il log. della solidità di esso corpo.

Per il contrario data la solidità di vno di detti corpi, cercaremo il log. di essa, dal quale leuaremo il log. di simile corpo della Tauoletta (giungendoli vn'vnità nel settimo luogo à mano sinistra, cioè vn log. del seno toto, quãdo non si potesse sottrare) e la terza parte del rimanente sarà il log. del lato ricercato.

ESSEMPIO.

Diasi il lato di vn'Ottaedro p. 17. del quale si cerchi la solidità.

Giun-

Giungo dunque il log. di p. 17. che è 123045. ma triplicato, cioè 369135. al log. dell'Ottaedro della ſottopoſta Tauoletta, che è 967334. e ne viene (leuando &c.) il log. 336469. di p. 2315.7. e tanta ſarà la ſolidità del detto Ottaedro.

Per il contrario propoſto vn Dodecaedro, che ſia per eſſempio p. 3540. e volendo il lato d'eſſo, trouo prima il ſuo log. il quale con la detta vnità &c. ſarà 1354900. e da queſto leuo poi il log. del Dodecaedro della Tauoletta, che è 1088443. e reſta il log. 266457. del quale prendo la terza parte 088819. che è log. di p. 7.73. e tanto dico eſſere il lato detto Dodecaedro, il che ſi trouarà eſſere vero, poiche il triplo del log. di eſſo, giunto al log. 1088443. del Dodecaedro, fà pure il log. 354900. di p. 3540.

Tauoletta per i Corpi regolari, e per la Sfera.

Corpi regolari	Semiinclinationi de Corpi reg.	Logaritmi per le solidità
Tetraedro	G. 35.16	907137
Cubo	45. 0	1000000
Ottaedro	54 44	967334
Dodecaedro	58.17	10884 3
Icosaedro	69. 6	1033889
Sfera		1062209

1. Nota poi, che in vna simile maniera potiamo ancora hauere l'area de poligoni regolari, ò del cerchio dato il lato, ò semidiametro, e conuersamente &c. per i log. posti à questo effetto nella colonna della Tauoletta del Prob 66. che hà in fronte il titolo di seconda, poiche se giungeremo il doppio, del log. del dato lato, ò semidiametro al log. trouato in detta Tauoletta, e colonna dirimpetto à simile poligono, ne verrà (leuãdo &c.) il log. dell'area del detto Poligono, ò cerchio.

chio. Per il contrario proposta l'area di vn Poligono, ò cerchio, e hauuto il log. di quella (anteponendoli l'vnità &c. bisognando) se da esso log. leuaremo il log. del Poligono simile, ò cerchio posto nella seconda colonna della Tauoletta del Prob. 66. restarà vn log la metà del quale sarà il log. del lato, ò semidiametro. Come per essempio nel detto Prob. 66. si suppose il lato di vn pentagono p.40 il cui log. duplicato è 320412. hora giunto questo al log. del Pentagono però della seconda colonna, che è 023565. ne viene il logar. 343977. di p. 275 3. come appunto iui si trouò. Così per il contrario se fosse stata proposta l'area di vn pentagono p. 325. il cui logaritmo è 251188. leuaressimo da esso il logar. del pentagono della Tauoletta, che è 023565. e restaria il log. 227623. la cui metà 113811. saria il log. del lato di esso pentagono, cioè di p. 13.741. e così parimente caminarà nel cerhio.

2 Nota ancora, che se vno volesse sapere la superficie di vn corpo rego-

lare

fare dato il lato ciò li saria facile, cercando l'area di vna delle faccie di esso, ò triangolo, ò quadrato, ò pentagono che sia, la quale moltiplicata per il numero de piani del corpo regolare, ci daria la detta superficie. E per il contrario, se, data la superficie si volesse il lato, bastaria diuidere quella per il detto numero delle faccie, che hà il proposto corpo regolare, e poi per il Prob. *66*. seruendosi della prima colonna de log. de poligoni, ouerò della seconda, che sarà più facile (essendo data l'area del poligono del detto corpo) potressimo trouare il lato di quello.

3 Se alcuno poi desiderasse intendere come si è trouato il log. della soprapposta Tauoletta de corpi regolari, sapi che quello si è raccolto con giungere insieme due mes. del semiangolo del poligono di ciascuno corpo regolare, vn mes. della semiinclinatione di suoi piani (le quali semiinclinationi si sono pure notate nell'istessa Tauoletta) vn log. del numero de lati del poligo-

no 2.

no, vn log. del numero de piani del cor
po regolare, tre log. di gr. 30. & il res.
log. del 3, dalli quali si compone il det
to log. hauendo però ritenuta vn' vni-
tà &c. fuorche nel Tetraedro, & Ot-
taedro, che sono minori del Cubo. E
la ragione si intenderà sopra la figura
del Prob. 66. nella quale (supponendo
la però per il Poligono di qualunque
corpo regolare) sia, G H, la linea tira-
ta dal centro del corpo regolare al cen
tro del Poligono, ABCEF, e giungasi,
HD. Sarà dunque, GCD, il semian-
golo del Poligono, &, G D H, la semi-
inclinatione del Poligono, AB C E F,
con il Poligono conterminante nell'
ambito del corpo regolare con il lato,
C E, poiche sopra di esso casca vn' al-
tra nel centro dal punto, H, perpendi-
colare ad esso, dal quale centro del
Poligono tirata vna retta al punto, D,
quella con la, GD, contiene la inclina-
tione di questi piani, del quale ango-
lo, G D H, è la metà, come facilmen-
te si può prouare per la 8. del Primo
delli Elem. Se noi adunque suppor-
re-

remo, GD, seno toto, sarà come, CD, tang. dell'angolo, C G D, cioè tang. 2. dell'angolo, GCD, à, G H, tang. di, G DH, così, CD, come metà di, CE (quale, C E, pure supponiamo quanto al numero eguale al seno toto) cioè così il seno di gr. 30. (che è la metà del seno toto) à, GH, onde il log. di, G H, si hà giungendo insieme il mes. di, GCD, il mes. di, GDH, & il log. di g. 30. e quello del terzo di, GH, si hà giungendo in oltre il res. log. di 3. Da questi quattro adunque si compone il logar. della terza parte di, G H, il quale giunto con il log. del poligono, A B C E F (cioè con il mes. del semiangolo di quello, con il log. del numero de lati, e con il doppio del log. di, C D, cioè di g. 30. conforme al secondo modo del prob. 66.) ci dà il logar. della solidità della piramide, sopra la base, ABCEF, per il prob. 72. la quale solidità moltiplicata per il numero de piani, ò faccie del corpo regolare ci daria la solidità di esso, ma in vece di questo si giunge pure il log. del numero di detti piani,

e se

e ſene hà (leuate le vnità ſuperflue &c.) il log. del propoſto corpo regolare, come ſi vede in queſto calcolo fatto per trouare il log. del Dodecaedro.

Semiang. del Pẽtag. G. 54. 0		m	1013874
		m	1013874
Semiincl. del Dodec.	58.17	m	1020900
Num. de lati	5.	l	069897
Numero de piani	12.	l	107918
Semilato	G. 30. 0	l	969897
		l	969897
		l	969897
Numero	3.	r l	952288
Dodecaedro		l	1108844 2

PROBLEMA 76.

Dato il lato di qualunque corpo regolare, trouare il lato di qualunque altro eguale ad eſſo; e trouare il lato, e la ſolidità di qualunque à quello iſoperimetro.

QVanto alla prima parte di queſto problema douremo prima

tro-

trouare il log. della ſolidità del propoſto corpo per la prima parte del prob. ant. il quale ſarà log. della ſolidità di quello, che ſi cerca, dipoi per la ſeconda parte potremo hauere il lato di quello.

Quanto poi alla ſeconda parte cercaremo prima mediante il lato del propoſto corpo la ſuperficie di eſſo, come ſi è accennato nel Prob. ant. la quale diuiſa per il numero de piani del corpo regolare da farſi, hauremo l'area di vna delle faccie, ò poligoni di eſſo, mediante la quale potremo hauere il lato per il detto pure nell'ant. prob. ò per il detto nel fine del prob. 67. e mediante il lato potremo hauere la ſolidità d'eſſo corpo regolare iſoperimetro, cioè di ſuperficie eguale à quella del propoſto corpo.

ESSEMPIO.

Diaſi il lato di vn'Icoſaedro p. 20. e vogliaſi ſapere quanto ſarà il lato di vn Dodecaedro eguale ad eſſo; e quan-

e quanto farà il lato, e la solidità di vn' Ottaedro isoperimetro al detto Icosaedro. Preso dunque il log. 130103. di p. 20. e triplicatolo facẽdo 390309 lo giungo al log. dell'Icosaedro della Tauoletta del prob. ant. cioè à 1033889. e ne viene il log. 1424198. della solidità tanto dell' Icosaedro, quanto del Dodecaedro p. 17457. leuo poi da esso conforme alla seconda parte del prob. ant. il log. della Tauoletta del Dodecaedro, che è 1088443 e resta il log. 335755. la terza parte del quale 111918. è log. di p. 13. 16, e tanto dourà essere il lato del Dodecaedro eguale al detto Icosaedro.

Per hauere poi l'Ottaedro isoperimetro al detto Icosaedro giungo il doppio del log. di p. 20. cioè 260206. al log. del Triangolo equilatero della secondo colonna della Tauoletta del Prob. 66. cioè à 963649. e ne viene il log. 223855. di p. 173. 2. che è l'area di vno delli Triangoli equilateri dell' Icosaedro, la quale moltiplicata per 20. ci dà la superficie dell'Icosaedro

p. 346.4.

p. 3464. eguale à quella dell'Ottaedro, e perciò parto detto prodotto per otto, e ne viene il quotiente p. 433. che è l'area di vno delli Triãgoli equilateri dell'Ottaedro, dal cui log. 963649. leuo il log. del Triangolo equilatero, cioè *963649.* e resta il logar. 300000. la metà del quale, cioè 150000. è log. di p. 31.62. lato del detto Ottaedro. Giungo poi il triplo del suo log. cioè 450000. al log. dell'Ottaedro *967334.* e ne viene (leuando &c.) il log. 417334. di p. 14905. solidità dell'Ottaedro isoperimetro al detto Icosaedro: si che l'Icosaedro supera l'Ottaedro isoperimetro di p. 2552.

PROBLEMA 77.

Dato il semidiametro della sfera, ouero li semidiametri dello sferoide, misurare la loro solidità, e conuersamente &c.

PRoposta vna sfera, il cui semidiametro sia noto, giungeremo il tri-

triplo del logar. del ſemidiametro al log. aſcritto alla sfera nella Tauoletta del Prob. 75. che è 1062209. e ne verrà (leuando &c.) il log. della ſolidità di eſſa sfera. Conuerſamente poi, data la ſolidità, per ritrouare il ſemidiametro, ſi dourà leuare il detto log. 1062209. della sfera dal logar. della ſolidità della sfera propoſta, e la terza parte del rimanente ſarà il log. del ſemidiametro ricercato.

Per lo sferoide poi, giungeremo al log. della sfera della Tauoletta il log. del ſemiaſſe (eſsẽdo l'ĩtiero aſſe quello, per la riuolutione intorno al quale ſi generò lo sferoide) cõ il doppio del log. del 2. ſemiaſſe (poiche li ſemidiametri intendiamo che ſiano ſemiaſſi) e ne verrà il log. della ſolidità di eſſo sferoide. E conuerſamente ſe foſſe dato lo sferoide, & il ſemiaſſe, leuando dal log. dello sferoide il log. della Sfera, con il log. del detto ſemiaſſe, reſtaria il doppio del log. del ſecondo ſemiaſſe: ouero leuando il log. della Sfera con il doppio del log. del ſecondo

do

do ſemiaſſe, dal log. del dato sferoide (cioè quando in cambio del ſemiaſſe foſſe dato il ſemiaſſe ſecondo) reſtaria il log. del detto ſemiaſſe.

ESSEMPII.

SIa dato il ſemidiametro di vna sfera p. 6. la cui ſolidità ſi cerchi. Giungo dunque il log. di p. 6. 077815. triplicato, cioè 233445. al log. della Sfera poſto nella Tauoletta, cioè à 1062209. e ne viene il log. 295654. di p. 904. 78. ſolidità di eſſa Sfera.

Per il contrario è manifeſto, che se foſſe data la ſolidità di vna Sfera p. 904. 78. leuando dal log. di eſſa 295654. il log. della Sfera 1062209. cioè 062209. reſtaria il log. 233445. la terza parte del quale, cioè 077815. saria il log. del ſemidiametro p. 6.

Sia hora di vno sferoide dato l'aſſe (intorno al quale riuolgendoſi l'Ellisſi ſi generò detto sferoide) p. 24. & il ſecondo aſſe p. 16. onde il ſemiaſſe ſarà p. 12. & il ſemiaſſe ſecondo p. 8.

Giungo

Giungo dunque il log. del ſemiaſſe p. 12. che è 107918. con il doppio del log. del ſecondo ſemiaſſe, che è p. 8. cioè con 180618. e con il logar. della sfera 062209. e ne viene il logaritmo 350745. di p. 3217. ſolidità del detto sferoide.

Per il contrario ſe foſſe dato lo sferoide p. 3217. & il ſemiaſſe p. 12. leuando dal log. di eſſo sferoide, che è 350745. il log. della sfera con il log. del detto ſemiaſſe, che fanno 170127. reſtaria il logar. 180618. la cui metà 090319. e log. di p. 8. ſecondo ſemiaſſe. Ouero eſſendo dato il ſecondo ſemiaſſe in vece del ſemiaſſe, ſi leuaria dal log. dello sferoide 350845. il log. della sfera con il doppio del log. del ſecondo ſemiaſſe, che fanno in tutto 242827. e reſtaria il log. 107918. di p. 12. ſemiaſſe del dato sferoide.

Chi poi voleſſe la ſuperficie di vna sfera dato il ſemidiametro, baſtarà calcolare l'area del cerchio maſſimo mediante il prob. 68. ouero mediante il log. del cerchio poſto nella Tauolet-

ta del prob. 66. & il quadruplo dell'area del ritrouato cerchio sarà la superficie di essa sfera, come dimostra Arch. nel primo Lib. de Sphera, & Cylindro. E per il contrario dalla superficie s'argomentaria il semidiametro prendendo il quarto di essa, il quale saria l'area del cerchio massimo, dalla quale si notificaria il semidiametro mediante l'istesso log. L'area poi del cerchio mediante il suo log. si hà giungendo insieme il logar. di esso cerchio posto in detta Tauoletta con il doppio del log. del semidiametro, e la somma è il log. dell' area del cerchio. Si come per il contrario hauendo il log. dell'area del cerchio, se da quello leuaremo il log. del cerchio della Tauoletta restarà il doppio del log. del semidiametro di esso cerchio, come si è parimente detto delli poligoni nel prob. 75.

ESSEMPIO.

DIasi il semidiametro della sfera pure p. 6. e si voglia sapere quãti

ti piedi quadri ſarà la ſuperficie. Giungo dunque il logar. del cerchio della detta Tauoletta, che è 049715. con il doppio del logar. di p.6. che 155630. e ne viene il log. 205345. di p.113.1. cerchio maſſimo della sfera, li quali moltiplico per 4. e ne vengono p.452.4. ſuperficie della detta sfera. Coſi per il contrario ſe foſſe data la ſuperficie p.452.4. prenderei il quarto cioè p.113.1. dal cui logar. 205345. leuato il detto log. del cerchio 049715. reſtaria il log. 155630. la metà del quale 07815. ſaria log. di p.6. quantità del ſemidiametro della propoſta sfera.

Nota poi, che quello, che ſi è propoſto nel prob. ant. ſi può parimente pratticare intorno alla sfera comparata à qualunque de corpi regolari, mediante il logar. di eſſa, e nell'iſteſſa maniera. Onde, propoſta vna sfera, ſapremo trouare il lato di qualunque corpo regolare eguale ad eſſa, purche ci ſia nota la ſolidità di eſſa sfera; e parimente trouaremo il lato, ò la ſo-

lidità di qualunqe ad essa isoperimetro, pur, che sapiamo la superficie di essa sfera: e conuersamente proposto vn corpo regolare, che habbi nota la solidità, e la superficie, sapremo trouare vna sfera, che li sia eguale, & vn' altra isoperimetra, notificando in questa la solidità, ò il semidiametro, & in quella parimente il semidiametro, ò la superficie.

PROBLEMA 78.

Dato il semidiametro di vna sfera, ritrouare il lato di qualunque corpo regolare inscrittibile, e circonscrittibile ad essa: e conuersamente &c.

PEr seruitio di questo Problema si è fatta la sottoposta Tauoletta, nella quale, posto il semidiametro della sfera 10000000000. seno toto (il log. del quale è perciò 1000000.) si sono messi i log. de lati di ciascuno corpo regolare tanto inscritto, quanto circonscrittto ad essa sfera. Proposta dun-

dunque qualunque sfera, di noto ſe-
midiametro, e volendo ſapere il lato
di qualunque corpo regolare inſcrit-
tibile, ò circonſcrittibile ad eſſa, ba-
ſtarà giungere inſieme il logar. del ſe-
midiametro con il log. della Tauolet-
ta, aſcritto à ſimile corpo, e (leuan-
do &c.) ne verrà il log. del lato di eſ-
ſo corpo.

Per il contrario hauendo vn corpo
inſcritto, ò circonſcritto ad vna sfera
di ignoto ſemidiametro, & eſſendo no
to il lato di detto corpo, giungeremo
inſieme il reſ. logar. della Tauoletta
aſcritto à ſimile corpo, con il log. del
detto lato, e ne verrà (leuando &c.)
il logaritmo del ſemidiametro della
sfera.

ESSEMPIO.

SIa il ſemidiametro di vna sfera p.
6. e ſi cerchi il lato del Dodecae-
dro inſcrittibile ad eſſa: giungo dun-
que il log. di p. 6. cioè 077815. con il
log. del Dodecaedro inſcritto troua-

to nella Tauoletta 985348. e ne viene (leuando &c.) il log. 063163. di p. 4. 28. e tanto sarà il lato del detto Dodecaedro.

Per il contrario se fosse dato il lato di vn'Icosaedro circonscritto ad vna sfera p. 14. e si volesse sapere il semidiametro della sfera, giungendo il res. log. dell'Icosaedro circonscritto della Tauoletta, che è 987839. con il log. di p. 14. che è 114613. ne verria (leuando &c.) il log. 102452. di p. 10. 58. semidiametro della sfera.

Corpi regolari	Inscritti, e log de lati.	Circósc. e log. de lati
Tetraedro	1021298	1069010
Cubo	1006247	1030103
Ottaedro	1015051	1038907
Dodecaedro	985348	995330
Icosaedro	1002179	1012161
Sfera	1000000	1000000
	Semidiametro	Semidia.

1 Nota poi che, dato il lato di vn corpo regolare inſcritto, ò circõſcritto ad vna sfera, potiamo trouare il lato di qualunque altro inſcrittibile, ò circonſcrittibile ad eſſa, giungendo inſieme il reſ. log. di ſimile corpo al propoſto meſſo nella Tauoletta, con il log. del corpo ſimile al ricercato, poſto pure nella Tauoletta, e con il log. del lato dato, poiche ne verrà (leuando &c.) il log. del lato del corpo, che ſi cerca. Come ſe haueſſimo vn Tetraedro inſcritto ad vna sfera, il cui lato foſſe p. 12. e ſi voleſſe ſapere il lato dell'Ottaedro circóſcritto all'isteſſa, giungereſſimo inſieme il reſ. log. del Tetraedro inſcritto, cioè 978702. con il log. dell'Ottaedro circonſcritto, che è 1038907. e con il log. di p. 12. che è 107918. e ne verria (leuando &c.) il log. 125527. di p. 18. lato dell'Ottaedro circonſcritto.

2 Nota ancora che, notificato che habbiamo il lato del propoſto corpo regolare, potremo facilmente hauere con quello la ſolidità, ouero la ſuperficie

ficie di esso corpo per il Prob.75. Si co
me per il cõtrario se prima fosse pro-
posta la solidità, ò la superficie di vn
corpo regolare inscritto, ò circon-
scritto, ad vna sfera, e si volesse il se-
midiametro, ouero il lato, ò la su-
perficie, ò la solidità di qualunque
altro corpo regolare, si cercaria pri-
ma il lato del primamente proposto
per il detto Prob.75. e poi per questo
il detto semidiametro, ò lato, ò super
ficie, ò solidità del corpo ricercato,
inscrittibile, ò circonscrittibile alla
detta sfera, e questo basti per quello,
che s'aspetta à corpi regolari.

PROBLEMA 79.

*Misurare le portioni di qualunque pro-
posta sfera, ò sferoide.*

SIa la proposta sfera, ACEG, intor-
no al diametro, AE, e portione di
essa, ABH, da misurarsi: il che potre-
mo

mo conſeguire ſe ci ſarà noto l'aſſe, A I, di eſſa portione, & il diametro, BH, del cerchio, che è baſe della portione; poiche ſarà anco noto, B I, il quale eſſendo medio proportionale trà le parti, A I, IE, dell'aſſe, perciò moltiplicandolo in ſe ſteſſo, e partendo il prodotto per, AI, ci verrà il quotiente, che ſarà, IE, nota, onde ſarà anco nota tutta la, AE, e la ſua metà, E L. E perche, come ſi raccoglie nel Cor. primo del lib. 3. del la mia Geometria, come, I E, ad, IE L, coſi è il Cono, BAH, alla portione, B A H; perciò moltiplicando la ſolidità del Cono, BAH, nella, IEL, e partendo il prodotto per, I E, ne verrà la ſolidità della portione, B A H, ma la ſolidità del Cono, BAH, ſi hà moltiplicando il terzo dell'altezza, AI, nel cerchio intorno, BH, diametro, cioè nella baſe per il Probl. 72. perciò

T 5 qua-

quadraremo prima il cerchio, BH, con moltiplicare, BH, in se stesso, e poi con moltiplicare di nuouo il prodotto in 7854. e partire il prodotto p 10000. (poiche in vece della porportione del 14. all' 11. si seruiamo di quella, che hà il 10000. à 7854. cioè il quadrato al cerchio inscritto, come più esquisita di quella) che così ne verrà il cerchio, BH, il quale moltiplicato per il terzo di, AI, e questo prodotto di nuouo moltiplicato per, IEL, e partito l'auenimento per, IE, si hauerà il quotiente, che sarà la solidità della portione, BAH, che si cerca.

E per i logar. giungendo insieme il log. della terza parte di, AI, con il log. del cerchio, BH (cioè con il doppio del log. di, BI, e con il log. del cerchio della Tauoletta del prob. 66. che è 049715.) ne verrà conforme al prob. 72. il log. della solidità del Cono, ABH, il quale giunto con il log. di, IEL, e con il res. log. di, IE, ci darà il logar. della portione, BAH.

Ma se supporremo, ACEG, essere

sfe-

sferoide, nato per la riuolutione dell' Ouato, ACEG, intorno all'asse, AE, (essendo il secondo asse, CG) e che sia in quello la portione, BHA, la cui base sia il cerchio intorno, BH, al quale l'asse, AE, stia perpendicolare, per hauere la misura di questa portione non basterà, che ci sia nota, AI, BH, ma ci vorrà anco la, IE, la quale sapendosi, misuraremola poi con l'istesse Regole addotte di sopra, poiche anco in questo il Cono, ABH, alla portione, ABH, è come la, IE, alla, IEL, come si raccoglie pure per lo sferoide nell' istesso luogo citato di sopra.

ESSEMPIO.

SIa nella proposta sfera, ACEG, la portione, ABH, da misurarsi, essendo, AI, p. 4. &, BH, p. 16. onde, BI, sarà p. 8. quale moltiplicando in se stessa, e partendo il prodotto per, AI, p. 4. ne verrà, IE, p. 16. e tutta la, AE, sarà p. 20. &, EL, p. 10. e la composta di, IE, EL, p. 26. Moltiplico poi, BH,

p. 16. in se stesso, e poi il prodotto di nuouo moltiplico per 7854. e parto il prodotto per 10000. e ne viene il cerchio intorno, B H, p. 201.0624. quale moltiplico per il terzo di, A I, cioè per $1\frac{1}{3}$. e ne viene la solidità del Cono, ABH, p. 268 0832. quale moltiplico per, I E L, p. 26. e parto il prodotto per, I E, p. 16. e ne viene la portione, BAH, p. 435.6352.

E per i log. giungo insieme quelli, che si veggono in questo calcolo, e ne viene pure il log. 263912. di p. 435.63. come sopra.

Terza parte di, AI,	P. 1.333	l	012 94
IB,	8.	l	090309
		l	090309
Cerchio		l	049715
IEL,	26.	l	1 1497
IE,	16.	r l	879588
Portione. BAH,	35 63	l	12 912

Nota poi, che se alcuno desiderasse sapere la superficie della portione, B A H, essendo quella eguale al cerchio, il cui semidiametro è, AB, per quel-

quello, che dimostra Archim. ne Lib. de Sphæra, & Cylindro, perciò basterà misurare il cerchio di, BA, semidiametro, cioè giungeremo insieme il log. del cerchio della Tauoletta del prob. 66. che è 049715. con il doppio del log. di, BA, cioè con il log. di, EA, 130103. e di, AI, 060206. (perche, EA, AB, AI, sono propoitionali) e ne verrà il logar. 240024. di p. 251.33. e tanto sarà la superficie di detta portione di sfera. Lascio poi l'Essempio per la solidità della portione dello sferoide, non essendo dissimile l'operatione da quella della sfera.

PROBLEMA 80.

Misurare la capacità delle Botti.

SIa di nuouo posta quà la figura del prob ant. nella quale siano le due portioni, ABH, DEF, li cui assi, AI, ME, siano eguali, onde trà le basi di quelle, cioè trà li cerchi, BH, DF, che saranno eguali, resti compreso il corpo,

po, ò Botte, BDFH, e per, L, centro passi, CG, diametro del cerchio maggiore, CG, perpendicolare ad, AE.

A
B H
I
C L G
D M F
E

Per hauere adunque la capacità della Botte, B D F H, si potria misurare medianti gli assi, AE, CG, tutto lo sferoide, ACEG, per il prob. 77. e poi per il prob. ant. le due portioni, BAH, DEF, le quali sottratte dallo sferoide, ACEG, ci lasciariano la capacità della Botte, BDFH, ma perche questa è troppo lunga fattura, perciò ci potremo seruire di questi altri modi, come più facili.

Se adunque moltiplicaremo la terza parte di, I M, lunghezza della Botte, B D F H, in due cerchi maggiori, CG, & vno de minori, BH, DF, come in, B H, ci verrà la capacità di detta Botte. E però quadraremo il cerchio di, C G, moltiplicando, C G, in se stesso,

ſo, e poi moltiplicando il prodotto di nuouo per 7854. e partendo l'auuenimento per 10000 (che ſono li termini della proportione del quadrato al cerchio inſcritto) poiche il quotiente ſarà il cerchio, C G, e così anco quadraremo il cerchio, B H, e poi moltiplicaremo il terzo di, I M, nelli due cerchi, C G, & vno, B H, e ne verrà la capacità della Bote, BDFH.

E per i log. giungendo inſieme il log. della terza parte di, IM, cō il log. del cerchio, C G, cioè con il log. del cerchio della Tauoletta del Prob. 66. che è 049715. e con il log. duplicato di, CL, e con il log. del Binario, ne verrà il log. di vn primo inuento. Dipoi giungendo parimente inſieme il log. della terza parte di, IM, con il log. del cerchio, B H, cioè con il log. del cerchio della Tau. del Prob. 66. e con il log. duplicato di; BI, ne verrà il log. di vn ſecondo inuento, il quale giunto al primo ci darà la capacità della Botte, B D F H.

ES-

ESSEMPIO.

PRopongasi la Botte, BDFH, la cui lunghezza, IM, sia p. $3\frac{1}{2}$. la grossezza maggiore, CG, p. $2\frac{1}{2}$. e la minore, B H, p. 2. e si cerchi la capacità di essa. Prima dunque ridurremo per più facilità dette misure à Oncie, 12. delle quali fanno vn piede, onde, IM, sarà Oncie 42. CG, Oncie 30. &, BH, Onc. 24. Dipoi quadraremo il cerchio, CG, moltiplicando, CG, Oncie 30. in se stesso, e poi il prodotto per 7854. e partendo l'auuenimento per 10000. il cui quotiente 706. 86. raddoppiato farà il doppio del cerchio, CG, cioè sarà 1413. 72. quale serbo. Dipoi moltiplico, B H, Onc. 24. in se stesso, e poi il prodotto in 7854. e parto l'auuenimento per 10000. onde il quotiente, che ne viene, cioè 452. 39. è l'area del cerchio, BH, quale giungo al serbato numero 1413.72. e ne viene il num. 1866. 11. aggregato delli cerchi, C G, due volte, &, B H, vna volta, il

il quale moltiplicato finalmente per il terzo di, IM, che è Onc. 14. ci dà la capacità della Botte, B DFH, Oncie cube 26125. quali diuiſe per Oncie 1728. quante ne vanno in vn piede cubo, ci viene la capacità della Botte p. 15. & Onc. cube 205.

Per i log. poi opero trouando li due inuenti, come ſi vede nel ſeguente calcolo, e me ne vengono pure Onc. cube 26125. cioè p. 15. & Oncie cube 205. pure come ſopra.

Terza parte di, I M, Onc. 14		1	114613
Cerchio		1	049715
C L,	15	1	117609
		1	117609
Binario		1	030103
Primo inuento	Onc. 19792	1	429649
Terza parte di, I M, Onc. 14		1	114613
Cerchio		1	049715
B I,	12	1	107918
		1	107918
Secondo inuento	Onc. 6333	1	380164
Somma dell'inuenti. Botte Onc. cube	26125		

Il

Il Briggio nella sua Arit. logar. al Cap. 24. apporta altri modi per via de log. da' quali però il posto di sopra è differente, ma se sia più facile, come mi sono ingegnato di fare che sia, starà al Lettore à giudicarlo.

PROBLEMA 81.

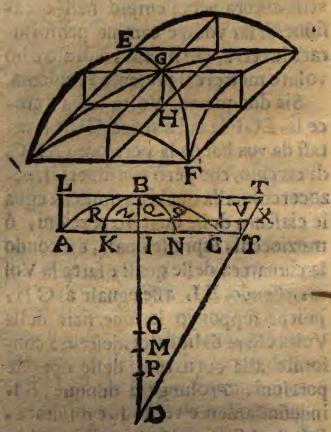
Come si possi misurare il vano, ò capacità delle Volte fatte à croce.

NOn parlo in questo Problema delle Volte fatte à Botte, che nō sono altro, che vn mezzo Cilindro, ò meno di mezzo, la cui misura facilmente si può hauere con moltiplicare la lunghezza della Volta in vna delle opposte basi, che sono li due mezzi occhi della Volta: parlo delle Volte fatte in croce sopra quattro portioni di cerchio, ò di Ouato, simili, & eguali, stando dette portioni erette all' Orizonte, constituite sopra i lati di vn quadrato imaginario, i cui angoli sogliono essere sostenuti da colonne, ò pi-

pilastri &c. di queste adunque come di cosa non poco difficile, e curiosa, & vtile ancora per essempio nell'occasione di far votare cantine per misurare la terra, che si caua, ò di altro hò voluto mettere il presente Problema.

Sia dunque vna Volta fatta à croce la, EGF, la cui altezza, GH, e mettasi da vna banda la portione, AB C, di cerchio, che però non superi il mezocerchio, alla quale sia simile, & egua le ciascuna delle quattro portioni, ò meziocchi, sopra le quali, e secondo la curuatura delle quali è fatta la Vol ta, essendo, B I, asse eguale à, G H, poiche suppongo la superficie della Volta essere Cilindrica, descritta conforme alla curuatura delle opposte portioni. Prolungata dunque, B I, indefinitamente verso, I, e misurata, B I, &, AC, faremo come, B I, ad, IA, così, IA, à, I D, e questo, ò moltiplicando, IA, in se, e partendo il prodotto per, B I, ouero per i log. giungendo il resi.log. di, BI, con il doppio del log. di, IA, che ne verrà il log. di, I D, &, I D, no-

D, notificata, come pure si è detto nel prob. 70. Descritto poi il paralle-

logrammo, LC, moltiplicaremo, BI, in, AC, per hauere l'area, LC, e poi cercaremo l'area della portione, ABC, per il prob. 70. e come, LC, ad, ABC, portione, cosi faremo, ID, ad, IM, e da, IM, cauato $\frac{1}{6}$. di, BI, & $\frac{1}{2}$. di, ID, che

che ſia tutta la, I O, prenderemo la, M P, eguale ad, O M, e poi come la, D I, alla, I P, coſi faremo la, B I, alla, I Q, poiche ſe moltiplicaremo, Q I, nel quadrato, A C, ouero nel quadrato, E F, ci verrà la capacità della Volta, EGF, cioè il corpo compreſo trà il quadrato, E F, le quattro dette portioni, e la ſuperficie cilindrica della Volta, che và à terminare alla circonferenza delle dette portioni.

Le iſteſſe coſe s'intenderanno anco quando le quattro dette portioni foſſero di Ellißi, cioè di Ouato, le quali ſupponganſi ſimili, & eguali alla portione di Ouato, KBN, intorno l'aſſe, B I, eguale à, G H, però con queſte cautioni. Imperoche non eſſendo, B I, ad, I N, come, I N, al reſto dell'aſſe, dell' intiero Ouato, come accade per le portioni di cerchio, fà di biſogno cercare detto reſto non ci eſſendo noto, per il che ci conuiene miſurare vn' altra qual ſi voglia ſutteſa all'arco dell' Ouato, K B N, come, S R, parallela à, KN, la quale ſarà da, B I, diuiſa per me-

mezzo come in, Z; dipoi si prenderà la terza proportionale, come, Z X, delle, B Z, Z R, e la terza parimente delle, B I, I k, come, I Y, parallela à, Z X, poiche se, giunta, Y X, quella prolungaremo di quà, e di là indefinitamente, incontrarà le, LB, B I, pure prolungate, come in, D, T, e sarà, TB, lato retto, &, BD, lato transuerso, ouero asse dell' Ouato, poiche li quadrati delle ordinatamente applicate al diametro dell'Ouato, sono eguali alli rettangoli fatti dalle parti del diametro troncate verso la cima dell'Ouato, applicati al lato retto, ma mancanti di vna figura simile alla figura contenuta sotto il lato retto, e transuerso di esso Ouato, come sono li rettangoli, BZX, BIY, e come intenderãno quelli, che sono versati nella dottrina di Apollonio, si che, ID, sarà il resto del diametro, che si cerca, il quale otteneranno li prattici, senza attendere alla dimostratione, se faranno come la differenza delle terze proportionali, ZX, IY, già ritro-

trouata,e la quale ſia,VX,ad, IY, minore di eſſe,così , Z I, ad, ID, poiche eſſendo per la ſimilitudine de triangoli,XZD, YID,XZ,à,ZD,come, YI, ad,ID, ſarà permutando, XZ, ad, IY, come,ZD,à,DI,e diuidendo, VX, ad, IY, ſarà come, ZI,ad,ID. Si deue dunque ſommariamente per trouare,ID, prima cercare le terze proportionali, ZX , IY, e poi fare come la loro differenza alla minore,IY,così,ZI,ad,ID. Hauuta la, I D, cercaremo la media, IC,con moltiplicare, BI, in, ID, e del prodotto cauando la radice quadra, che ſarà la, IC, ouero per i log. giungeremo inſieme il log.di,BI,cõ il log. di , ID, e la metà della ſomma ſarà il log. di, IC, perciò notificata. *Inteſa* poi deſcritta la portione di cerchio, ABC,cõ il parallelogrammo,LC,miſuraremo per il Prob. 70. la portione di cerchio,ABC,& il parallelogrãmo, LC,e come,LC,ad ABC,così faremo DI,ad,IM, dalla quale, IM, cauata, I O,composta di $\frac{1}{6}$. di,BI,e di $\frac{1}{2}$. di, ID, e poſta la,MP,eguale ad, MO, e fatto

come

come, DI, ad, IP, così, IB, à, IQ, come ſopra, moltiplicaremo finalmente, Q I, nel quadrato, K N, ò nel quadrato, EF, & ne verrà pure la ſolidità, ò capacità della Volta ouata, EGF, che ſi cerca.

ESSEMPIO PRIMO.

SIa la portione di cerchio, ABC, non maggiore del mezzocerchio, il cui diametro, BI, pongaſi piedi 6. &, AC, p. 24 ſi che, AI, ſarà p. 12, & la loro terza proportionale, ID, p. 24. Moltiplico poi, BI, in, AC, e mi viene LC, p. 244. Trouo anco la portione, ABC, p. 101. in circa, mediante il Prob. 70. Faccio in oltre come, LC, p. 244. ad, ABC, p. 101. così, ID, p. 24. ad, IM, p. 16. 8 Et, IO, compoſta di $\frac{1}{6}$ di, BI, e di $\frac{1}{2}$. di, ID, è p. 13. onde, OM, cioè, MP, differenza delle, MI, IO, ſarà p. 3. 8. &, IM, è p. 16. 8 adunque, IP, ſarà p. 20. 6. Faccio poi come, DI, p. 24. ad, IP, p 20. 6 così, IB, p. 6 ad, IQ, p. 5. 15. e finalmente moltiplico, QI, p. 5. 15.

nel

nel quadrato di, AC, p. 24. che è p. 576. quadri, e ne vengono p. cubici 2966. capacità della detta Volta. Le dette Regole del tre, ò moltiplicationi si possono poi fare, come si sà, per i log. il che stà al beneplacito del Calcolatore.

ESSEMPIO SECONDO.

PONgasi hora che la Volta, EGF, sia sopra gli Ouati simili, & eguali, à, KBN, nell'altezza, GH, eguale pure à, BI, quale sia l'asse della portione, & p. 4. si come la base, KN, p. 10. onde sarà, KI, p 5. misurisi anco vn'altra suttesa, RS, che sia p. 8. 84. diuisa per mezo in, Z, siche, RZ, sarà p. 4. 42. Faccisi poi come, BZ, p. 3. ad, RZ, p. 4. 42. così essa RZ, à, ZX, che sarà p. 6. 50. Similmente come, BI, p. 4. ad, Ik, p. 5. così sarà, IK, p. 5. ad, IY, p. 6. 25. onde, VX, sarà p. 0. 25. Poi come, VX, p. 0. 25. ad, IY, p. 6. 25. così sarà, ZI, p. 1. à, ID, p. 25. Moltiplichisi poi, BI, p. 4. in, ID, p. 25. che farà p. 100. la cui

radice quadra sarà, IA, p. 10. onde, A C, sarà p. 20. &, LC, p. quadri 80. Per il Problema 70. poi trouaremo la portione, AB C, essere p. 55. Faremo in oltre come, LC, p. 80. ad, ABC, p. 55. cosi, ID, p. 25. ad, I M, p. 17. 19. Et essendo, B I, p. 4. sarà $\frac{1}{6}$. di, B I, p. 0 $\frac{4}{6}$. cioè p. 0. 67. in circa, e la metà di, ID, p. 12. 50. onde la composta di essi, IO, sarà p. 13. 17. & essendo, IM, p. 17. 19. sarà, O M, cioè, PM, p. 4. 2. la quale giunta ad, IM, p. 17. 19. farà, IP, p. 21. 21. Dipoi come, DI, p. 25. ad, IP, p. 21. 21. cosi trouaremo, B I, p. 4. essere ad, I Q, p. 3. 39. E finalmente moltiplicando, Q I, p. 3. 39. nel quadrato di, K N, p. quadri 100. ne verrà la solidità, ò capacità della Volta, EGF, Ouata, p. cubici 339. Questa operatione è veramente assai lunga, però se ad alcuno non piace può tralasciarla con questo Problema.

La ragione poi della detta misura depende dalli principij della mia Geometria, conforme à' quali l'hò dimostrata, quale però tralascio come

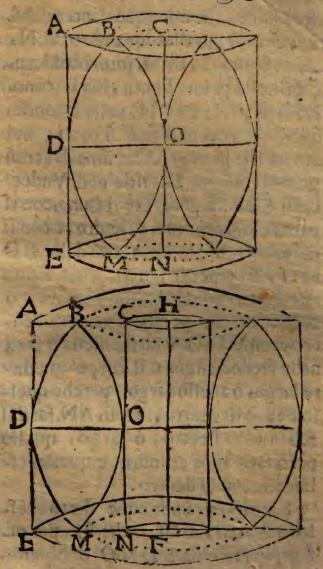
me che ſia aſſai lunga, eſſendo io però pronto à communicarla à chi haueſſe deſiderio di vederla. Mi reſta però incognita la miſura della capacità della Volta, quando, E F, non è quadrato, cioè quando eſſa è più lunga, che larga, e maſſime quando li mezziocchi non foſſero portioni di cerchio, ò di Ouato, ſimili, & eguali frà loro, ma variate, e quanto alle altezze, ò aſſi delle portioni, e quanto alle loro baſi; ò pure quando foſſero portioni dette acute, intorno alle quali non ſtarò à dire altro, laſciando queſto alla curioſità de ſottil Geometri, che potranno molto ben comprendere ſe la prattica di miſurare dette Volte concordi con quello, che ci ſoggeriſce la ſpecolatiua. Non tralaſciarò poi di dire, che la capacità della Volta ſopra 4. mezzicerchi ſimili, & eguali nel modo detto tanto larga, quanto lunga, cioè fatta ſopra vn quadrato, come, E F, al parallelepipedo ſopra l'iſteſſo quadrato, e nell'iſteſſa altezza con la Volta, è preſſimamente co-

me 19. à 21. E l'istessa proportione haurebbe la Volta Ouata al suo parallelepipedo, come dalle cose dette può ciascuno per se stesso con il calcolo esperimentare. Il seruirsi poi sempre delle frattioni decime, ò centesime &c. ci facilitarà assai il calcolo, come anco nelli altri Problemi, ò che si adopri la moltiplicatione, e diuisione, ò che si seruiamo delli logaritmi, poiche si moltiplicano, ò partono i numeri con le frattioni decime, come che fossero intieri, come è manifesto dal prob. 1.

PROBLEMA 82.

Della misura delli corpi anellari.

Sia in ambidue le seguenti figure il parallelogrammo rettangolo, AN, circonscritto alla figura, BDMO, la quale sia di tale sorte, che diuidendo, AC. EN, in parti eguali in, B, M, e tirata la, BM, quella tagli egualmente ciascuna nella figura, BDMO, paral-

rallela alle, AC, EN, prolungata sino

al giro di essa figura, laquale saria

 per-

perciò da Apollonio chiamata, figura circa l'asse. Se adunque s'intenderà riuolgersi il parallelogrammo, A N, con la figura, B D M O, intorno il lato, C N, nella prima figura, ma intorno, H F, parallela à, C N, nella seconda, fino, che ritorni d'onde si partì; nel modo, che per la riuolutione del triã golo rettangolo Euclide nell' Vndec. delli Elem. fà generare il Cono, con il parallelogrammo il Cilindro, e con il mezzocerchio la sfera, così dalla, B D M O, si generarà nella prima figura vn corpo, quale chiamo anellare, ò anello stretto, perche si tocca di dentro, come in, O, e dalla istessa si farà nella seconda figura il corpo anellare largo, ò anello largo, perche quello è cauo di dentro. Così, A N, farà il suo anello stretto, ò largo, quello però sarà anco cilindro, e questo, cilindro cauo di dentro.

Per misurare adunque detto anello, ò stretto, ò largo che sia, per essempio fatto da, B D M O, dobbiamo quadrare essa figura, B D M O, genitrice

trice di quello, e poi nel primo caſo moltiplicare, M N, per $6\frac{2}{7}$, per hauere la circonferenza deſcritta da, M N, la quale finalmente moltiplicata nella figura, B D M O, ci darà la ſolidità dell' anello ſtretto generato nella prima figura. Nella ſeconda poi biſogna moltiplicare, M F, per $6\frac{2}{7}$. e poi di nuouo moltiplicare la circonferenza, che ne viene nella figura, BDMO, che il prodotto ſarà la ſolidità dell' anello largo di detta figura. Queſta operatione depende da queſta verità, che il detto anello ſtretto è vguale ad vn Cilindro, che habbi per baſe la detta figura, B D M O, e per altezza la circonferenza deſcritta da, M N, & il largo è vguale al Cilindro, che hà l'iſteſſa baſe, e per altezza la circonferenza deſcritta da, MF, nella ſeconda figura. Da queſto poi ſi raccoglie, che l'anello fatto dalla figura, BDM O, all'anello fatto dal parallelogrammo, AN, è come, BDMO, ad, AN, eſſendo come Cilindri poſti nella medeſima altezza.

Il Keplero nella sua *Stereometria Doliorum*, tocca qualche cosa in questa materia nel particolare delli anelli circolari, & Ellittici, che nascono dalla riuolutione de cerchi, & ouati, e se bene si serue di vna ragione, che pare più meccanica, che demonstratiua, giunge però alla istessa verità, da me dimostrata nella Geometria alla propositione 29. e 30. del lib. 3. generalmente intorno à tutti detti corpi anellari.

ESSEMPIO.

SIa la figura, BDMO, p. quadri 50. & M N, interposta trà l'asse della figura, B M, e l'asse della riuolutione p. 5. quale moltiplico per $6\frac{2}{7}$. e ne viene la circonferenza fatta da, M N, p. $31\frac{3}{7}$. ouero p. 31.43. la quale moltiplicata con, BDMO, piedi quadri 50. mi dà il corpo anellare nella prima figura p. cubi 1571. 5. Così s'haurà quello della seconda figura, seruendosi però della, M F, in vece della, MN,

PRO-

PROBLEMA 83.

Trouare il diametro di vna Sfera eguale ad vn proposto Cilindro.

PEr far questo cercaremo due numeri medij in continua proportione trà il diametro della base del proposto cilindro, & vn numero sesquialtero dell'altezza di esso cilindro, poiche il medio proportionale più vicino al diametro della detta base sarà il diametro della sfera eguale al detto cilindro, come dimostro nella prop. 26. del lib. 6. della mia Geometria, doue si deue intendere pure il cilindro, GLH, fatto dalla media vicina al diametro, CD, della base del Cilindro, FCD, come iui si può dichiarare. Il trouare poi due, ò più medij depende dal Prob. 86. susseguente.

ESSEMPIO.

SIa il diametro della base di vn cilindro p. 6. e l'altezza p. 10. e si deua cercare il diametro della sfera eguale al detto cilindro. Sarà dunque il sesquialtero dell' altezza p. 15. Hora si deuono trà 6. e 15. trouare due

medij &c. il che faremo prontamente per i logar. Preso però il log. di p. 6. che è 077815. e di p. 15. che è 117609 e la loro differenza 039794. & il terzo di essa 013265. lo giungo al logar: 077815. di p. 6. (perche il diametro è minore del sesquialtero dell'altezza, che se fosse maggiore, bisognaria sottrarre detto terzo) e ne viene il log. 091080. di p. 8. 14. e tanto sarà il diametro della sfera eguale al proposto cilindro. Questo poi conosceremo essere vero, poiche se misuraremo il cilindro moltiplicando l'altezza nella base conforme al Prob. 72. e la sfera per il Prob. 77. trouaremo tanto il cilindro, quanto la sfera, essere circa p. cubi 283.

Perche poi sapiamo trouare qualũque corpo regolare eguale ad vna sfera per il Prob. 77. sapremo anco trouare qualunque di essi eguale ad vn proposto cilindro. E perche anco l'anello circolare, cioè descritto dal cerchio è vguale al cilindro, che haurà per base detto cerchio, e per altezza

la

la circonferenza detta nel Prob. ant. perciò sapremo ancora trouare il diametro di vna sfera eguale ad vn proposto anello circolare.

Molti altri corpi da me considerati nella mia Geometria si potriano misurare, & insieme trasformare, ma perche ciò saria troppo lunga cosa, basteranno questi, come, che siano più delli altri vsitati, e trapasserò ad altri Problemi, ne quali si conoscerà più al-uiuo il beneficio de logaritmi.

PROBLEMA 84.

Di alcune operationi per i log. nelli numeri assoluti, e prima della Regola del Tre.

PErche hora sono per soggiungere alcuni Prob. spettanti all' Aritmetica prattica, da scogliersi pure per via de logaritmi, parmi che essendo la Regola del Tre tãto adoperata, & in tanti calcoli necessaria, sia da darli trà essi il primo luogo, e se bene dalle tante operationi fatte sin quì ella deue essere à bastanza manifesta,

nondimeno, perche apparisca questa Regola d'oro più cõspicua, mi è parso di farne il presente Problema per mostrare l'vso di quella nelli numeri assoluti.

Dati dunque due numeri trouaremo il terzo proportionale, se dal doppio del log. del secondo leuaremo il log. del primo; ouero giungeremo à esso doppio il res. log. del primo, poiche ne verrà il log. del terzo, che si cerca.

Ouero, dati tre numeri, s'haurà il quarto proportionale, se dalla somma de i log. del secondo, e terzo, sottraremo il log del primo; ouero se giungeremo alla detta somma il res. log. di esso primo, poiche ne verrà il log. del quarto, che si cerca.

ESSEMPIO PRIMO.

Sia il primo numero 25. il secondo 112. il cui log. è 204922. & il doppio 409844. dal quale leuando il log. di 25. che è 139794. resta il logaritmo

270050.

270050. del numero $501\frac{66}{87}$ ouero 501. 76. Così se hauessi giunto il res. log. di 25. che è 860206. al detto doppio 409844. (leuando la solita vnità &c.) saria venuto pure il detto log. 270050.

ESSEMPIO SECONDO.

Siano hora li tre numeri, ABC, con i loro log. come si vede in questo calcolo, sommando adunque, i log. di, BC, e dalla somma leuando il log. di, A, resta il log. di, D, Ouero giungendo il res. log. di, A, con i log. di, BC, viene pure il log. di, D, quarto proportionale.

Primo, A,	50.	l	169897	rl	830103
Secondo, B,	80.	l	190309	l	190309
Terzo, C,	28.	l	144716	l	144716
			335025		
Quarto, D,	44.8	l	165128	l	165128

PRO-

PROBLEMA 85.

Continuare vna data proportione da vn numero dato, ascendendo, ò descēdendo; e trouare il secondo, terzo, ò quarto, ò qualunque altro distante da esso dato.

QVesto Prob. è più vniuersale dell' antecedēte, poiche doue in quello si troua il terzo, ò quarto proportionale &c. per questo potiamo trouare non solo i già detti, ma il quinto, sesto, settimo &c. mediatamente, come potiamo farlo per l'istesso, & immediatamente ancora qualunque di essi.

Proposti dunque due qual si voglia numeri, e dato vn'altro numero, prenderemo il log. di ciascuno, con la differenza de log. della proportione data, la quale continuamente giunta al log. del dato numero, ci darà i log. de numeri ascendenti, cioè maggiori del dato numero. Ma se leuaremo continuamente la detta differenza dal log. del numero dato si farà l'ordine de numeri proportionali discendenti, de quali ciascuni due immediati contene-

neranno la proportione già data. Volendo poi in tale ordine per essempio nell'ascédente il quinto numero proportionale, il quale dista dal dato per quattro internalli, moltiplicaremo la differenza sudetta per quattro, e giungeremo il prodotto al log. del dato nùmero, e ci verrà il log. del detto quinto numero. L'istesso prodotto poi sottratto dal log. del dato ci daria il log. del quinto descendente. Che poi tanto li numeri ascendenti, quanto descendenti, siano continuamente proportionali, è manifesto dalla definitione de logaritmi, i quali ascritti alli numeri proportionali sono sempre equidifferenti, come si può intendere dal detto nella p. p. del mio Dirett. al Cap. 4.

E S S E M P I O.

SIano li due numeri, A, B, & vn'altro dato, D, e si vogli da esso, D, continuare la proportione, che cade trà, AB Presi dunque i log. di, AB, con la loro differenza, C, quella andaremo continuamente giungendo, ò leuando

uando dal log. del numero, D, e per la giunta si faranno i log. de numeri ascendenti, E F G H, si come per la sottrattione ne vengono i log. delli descendenti pure, E F G H, quali potremo continuare quanto ci parerà. Ma

	A,	9	095424
	B,	5	069897
	C,		1 025227
5	H.	881. 8	294536
4	G.	489. 9	269009
3	F.	272. 2	243482
2	E.	151. 2	217955
1	D. dato 84		1 192428
2	E.	46.67	166901
3	F.	25.93	141374
4	G.	14. 4	115847
5	H.	8.	090320

se lasciati gli altri volessimo immediatamente come il quinto, H, moltiplicando la differenza, C, p 4. e quella giungẽdo al log. di, D, ne verria il log. di, H, ascendente, ò leuandola, s'hauria il log. di, H, descendente, e nell'istesso modo qualunque altro ricercato.

PRO-

PROBLEMA 86.

Dati due numeri, trouare non ſolo il medio, ò due medij, ma altri quanti ſi voglia medij continuamente proportionali; ò qualunque di eſſi ricercato.

IN queſto Problema ſeruono eccellentemente i log. per i quali ſi ottiene facilmente quello, che per via dell'eſtrationi delle radici s'hauria con molta difficoltà.

Propoſti dunque due qualunque numeri, prenderemo come nell'ant. prob. i log. di eſſi, e la differenza de loro logar. dipoi per hauere quanti medij ſi voglia trà li propoſti numeri, continuamente proportionali, diuideremo la preſa differenza per il numero de medij ricercati; & vno di più, cioè volendo per eſſempio tre medij, diuideremo per quattro, & il quotiente giunto continuamente al minore de propoſti numeri, ò ſottratto continuamente dal maggiore (percioche quādo detti numeri foſſero eguali anco gl'intermedij ſariano eguali) ci darà i

log.

log. delli intermedij. Quando poi si volesse vn solo de medij, si moltiplicaria il detto quotiente per il numero de gl'interualli frà il ricercato, e l'vno delli estremi, e quello, che venisse giunto al log. dell'estremo, se fosse l'estremo minore, ò leuatolo da esso, se fosse il maggiore, ci daria il medio ricercato.

ESSEMPIO.

SIano proposti li due numeri, A, maggiore, &, B, minore, tra' quali s'habbino da ritrouare 5. medij continuamente proportionali; prendo adunque i loro logar. e la differenza di quelli, C, quale parto per 6. perchè li medij ricercati sono 5. e ne viene il quotiente, D, il quale giunto continuamente al log. di, B, minore, ò leuato continuamente dal log. di, A, maggiore, ci dà i log. delli numeri cinque intermedij, EFG HI. Ma bisognandoci di quelli vn solo, come, H, distante da, A, per quattro interualli, lo trouaremo immediatamente con moltiplicare il quotiente, D, per quattro, e sot-

ſottrare il prodotto, che ſia, K, dal log. di, A, poiche ne verrà il log. di, H,

A.	5832	376581
B.	8	090309
C.		286272
D. quotiente	$\frac{1}{6}$	047712
A.	5832	376581
E.	1944	328869
F.	648	281157
G.	216	233445
H. cercato	72	185733
I	24	138021
B.	8	090309
K è quattro D		190848

ricercato. L'iſteſſo, *H*, s'hauria ancora giungendo al log. di, B, minore il doppio di, D, perche, H, diſta da, B, per due interualli.

La ragione poi ſi dell'operatione fonda ſopra queſta verità accennata nel Prob. ant. che eguali differenze di logar. danno eguali proportioni trà li numeri riſpondenti ad eſſi logaritmi.

PRO-

PROBLEMA 87.

Proposto vn numero, trouare non solo la sua radice quadra, ò cuba, ma qualunque altra ricercata.

PEr sciogliere questo Problema conuiene prima sapere, che nelli numeri continuamente proportionali dall'vnità, come nelli, A B C D E F G, il più vicino alla detta vnità, A, cioè, B, si chiama lato, ò radice di ciascuno delli susseguenti, C D E F G, e questi si dicono potestà di essa radice, cioè, C, vien detto quadrato, D, cubo, E, quadriquadrato, F, quadricubo, G, cubocubo, come mostrano le litere ℞, Q, C, Q Q, Q C, C C, le quali potestà si possono continuare in infinito, e tutte nascono dalla moltiplicatione di, B, in se stesso, e nelli fatti da esso; il quale però si dice radice quadra di, C, radice cuba di, D, radice quadriquadrata

A	1		
B	3	℞.	1
C	9	Q.	2
D	27	C.	3
E	81	QQ.	4
F	243	QC.	5
G	729	CC.	6

drata di, E, radice quadricuba di, F, e radice cubacuba di, G, e cosi in infinito. Dal che si comprende, che essendoci proposto qualunque numero, del quale si voglia qualunque radice, noi lo dobbiamo concepire in vna progressione geometrica continuata dalla vnità, e volendo la radice quadra, esso s'intende essere al luogo di, C, volendo la cuba, al luogo di, D, e cosi volendo la radice, QQ. ò, QC. ò, CC. al luogo, E, ò, F, ò, G, &c. Ma la radice di esso s'intende sempre al luogo di, B, onde conforme al prob. antec. presa la differenza de log. dell'vnità, che è zero, e del proposto numero, cioè preso il log. del proposto numero, la metà di esso logar. ci darà il log. della radice quadra del detto numero, la terza parte sarà il log. della radice cuba, la quarta della radice, QQ. la quinta della radice, QC. la sesta della radice, CC. e cosi la settima parte, la ottana, la nona &c. del log. del proposto numero, sarà il log. della radice della 7. 8. 9. potestà &c. come dal

dal problema ant. è manifesto.

ESSEMPIO.

VOgliasi la radice quadra, cuba, e quadricuba di 1024. il cui log. è 301030. la cui metà 150515. è log. di 32. radice quadra di 1024. Così $\frac{1}{3}$. di detto log. 301030. cioè 100343. è log. di 10.08 incirca, radice cuba di 1024. Et $\frac{1}{5}$. di esso log. cioè 060206. è log. di 4. radice quadricuba di 1024.

PROBLEMA 88.

Del sommare di Proportioni.

PRoposte quante si voglia proportioni, come le, AB, CD, EF, GH, per sommarle insieme, elegeremo qualunque numero, come, I, 100. e prendendo i res. log. delli numeri, A, C, E, G, antecedenti delle proportioni, & i log. delli consegnenti, B, D, F, H, e del numero, I, giungeremo ogni cosa insieme, e (leuando le vnità &c.) ne verrà il log. di, N, numero, al quale l'eletto numero, I, haurà la proportione composta di tutte le proposte proportioni, come si vede in questo calcolo.

A

I	A	6	r l	922185
	B	21	l	132222
K	C	14	r l	885387
	D	10	l	100000
L	E	20	r l	869897
	F	48	l	168124
M	G	24	r l	861979
	H	18	l	125527
N	I	100	l	200000
	N	450	l	265321

La ragione di questa operatione si deduce dal Prob. 84. che ci dice, dati tre numeri, per trouare il quarto proportionale, douersi giungere insieme il res.log. del primo con il log, del secondo, e terzo, e che ne viene (leuando &c.) il log. del quarto. Cosi adunque volendo fare come, A, à, B, cosi, I, à, k, si deue giungere il res.log di, A, con il log. di, B, & di, I, e ne viene il log. di, k; dipoi volendo fare come, C, A, D, cosi, k, ad, L, giungo il res, log. di, C, con il log. di, D, e con il log. di, k, cioè, con il res.log. di, A, con il log: di, B, & di, I, e ne faccio il lòg. di, L. E cosi volendo il log.

log. di, M, mostreremo douersi giungere il ref.log.di, A, con il log. di, B, & di, I, con il ref.log. di, C, con il log. di, D, con il ref.log.di, E, e con il log.di, F, e volendo in somma il log. di, N, douersi giungere insieme tutti li detti ref.log. e log. E perche, I, ad, N, hà la proportione composta delle proportioni intermedie, Ik, kL, LM, MN, eguali alle proportioni sciolte, A B, CD, EF, GH, perciò, I, ad, N, haurà la proportione composta delle dette proportioni, AB, CD, EF, GH.

PROBLEMA 89.

Del sottrare di Proportioni.

DEuansi nel calcolo del Prob. ant. per essempio sottrare le proportioni, EF, GH, insieme dalle proportioni, AB, CD, insieme. Per fare questo adunque elegeremo pure qualunque numero, I, e prenderemo i ref. log. delli antecedenti, A, C, E, G, & i log. de conseguenti, B, D, F, H, e di, I, pure come iui si fece; e poi sommaremo il log. di I, con i ref. log. di, E, G, e con i log. di, F, H, facendone la somma,

che

che ſia logar. di, K. Dipoi faremo la ſomma dell' iſteſſo log. di, I, e de reſ. log. di, A, C, con i log. di, B, D, che ſia log. di, N. E' dunque manifeſto, che, I, à, N, haurà la proportione compoſta delle proportioni, AB, CD, per l'ant. e ſimilmente, I, à, K, l'haurà compoſta delle proportioni, EF, GH; ma la proportione di, I, ad, N, è compoſta della proportione di, I, à, k, e di, k, ad, N, adunque leuando la proportione di, I, à, K (cioè le due proportioni, EF, GH, delle quali eſſa ſi è prouato eſſere cõpoſta) dalla proport. di, I, ad, N (cioè dalle proportioni, AB, CD) reſta la prop. di, K, ad, N, da noi ricerc.

A	6	r l	922185
B	21	l	132222
C	14	r l	885387
D	10	l	100000
E	20	r l	869897
F	48	l	168124
G	24	r l	861979
H	18	l	125527
I	100	l	200000
K	180	l	225527
N	250	l	239794

PROBLEMA 90.

Del moltiplicare, e partire di Proportioni.

IL moltiplicare vna proportione per vn proposto numero si farà moltiplicando la differenza de log. de termini della data proportione per il detto numero, & il prodotto leuato dal log. di qualunque eletto numero se è di maggiore, ò giuntolo, se è di minore inegualità, farà il logar. di vn' altro numero, al quale l'eletto numero haurà la proportione, che nasce da tale moltiplicatione. Come moltiplicare vna subdupla per 3. e triplicare la differenza de logar, de termini di essa, che è 030103. e fà 090309. quale giunta al log. come dell' vnità numero eletto, che è zero, fà il logar. 090309. del numero 9. al quale la vnità hà la proportione composta di tre subduple,

Il partire poi vna proportione per vn' altra è vedere quante volte l'vna misura l'altra, il che si farà partendo la differenza de log. de termini della pro-

proportione da diuidersi, per la differenza de log. de termini della proportione, che deue diuidere, & il quotiente mostrarà quante volte l'vna misura l'altra, douendo ambidue essere homogenee, cioè, ò di minore, ò di maggiore inegualità. Così partireme la proportione, che hà per essempio l'81. all'vnità per vna tripla, prendendo il log. dell'vnità, e del tre, e la loro differenza, la quale è pure il log. del tre, cioè 047712. e poi il log. dell'vnità, e del 81. e la loro differenza, cioè 190849. quale diuisa p 047712. ci dà 4. per quotiente, mostrando che la proportione dell'81. all'vnità è cõposta di 4. triple. Così anco trouo la decupla comporsi di 5. sesquialtere, auanzãdo $\frac{11955}{17609}$. di vna sesqualtera.

ESSEMPIO NELLA MVSICA.

Dice il Zarlino nelle Dimostrationi harmoniche, alla proposta 31. del Ragionamento secondo, che il Tuono, cioè l'interuallo, ò proportione sesquiottaua, è maggiore di 9. Comma, e minore di dieci, consistendo

il Cōma ſecondo lui nella proportione di 81.ad 80 Hora per ſapere queſta verità per via de log. prēderemo i log. di 81.e 80.e la loro differenza, la quale ſarà 540. Similmente prenderemo la differ. de log. di 9.e 8. termini della ſeſquiottaua, la quale ſarà 5115. quale partita per 540. ci dà per quociente $9\frac{255}{540}$. onde la proport. ſeſquiottaua, è cōpoſta di 9. proport. ſeſquiottātuneſime, e di più $\frac{255}{540}$. di vna di eſſe, nō arriuādo à 10. ſi che è vero ciò, che dice il Zarlino, cioè, che il Tuono ſeſquiott. è mag. di 9. Cōma, e min. di 10.

E poi manifeſto, che il moltiplicare vna proportione per vn numero intiero non è molto differente da quello, che ci dimoſtra il Prob. 85. ſi come il partire non è differente dal detto nel Prob. 86. quando la proportione, che deue diuidere miſura preciſamente quella, c' hà da eſſere diuiſa: ma perche può eſſere che non la miſuri preciſamente, ò che ſi moltiplichi la data proportione per numero intiero e rotto, ò per ſolo rotto, perciò ſi è poſto

anco

anco queſto Problema. Quanto poi poſſino ſeruire queſti tre Problemi non ſolo nella Muſica, ma anco nelle altre ſcienza mathematiche conoſceranno molto bene quelli, che hanno più di vna volta paſſeggiato il campo di queſte nobiliſſime dottrine.

PROBLEMA 91.

Diuidere vn propoſto numero proſſimamente ſecondo la eſtrema, e media proportione.

PErche dimoſtra il Commandino alla propoſit. 9. del lib. 13. delli Elem, che ſe il lato dell'Eſſagono (cioè il Semidiametro del cerchio, ò Seno toto, per il Cor. della prop. 15. del lib. 4.) ſarà diuiſo ſecondo la eſtrema, e media proportione, la maggiore portione di eſſo ſarà il lato del decagono inſcritto all'iſteſſo cerchio, perciò facendo come il ſeno toto al lato del decagono, cioè alla corda di gr. 36. così qualunque numero ad vn'altro, quello ſarà la parte maggiore, che ſi cerca. Giungendo adunque il log. della corda di g. 36. (cioè il log. della ſua metà,

tà, cioè del seno di g. 18. con il log. del doppio, cioè con il log. del Binario) che è 979101. con il log. per essempio di 80. che è 190309. ne verrà leuandone il log. del seno toto, il log. 169410. di 49. 443. parte maggiore di esso numero 80. diuiso prossimamente secondo la estrema, e media proportione, onde la parte minore sarà 30.557.

PROBLEMA 92.

Dati due numeri, trouare il log. della loro differenza, & aggregato, senza sottrare l'vno dall'altro, ò sommarli insieme.

SE li due numeri dati saranno eguali, la loro differenza sarà zero; ma l'aggregato sarà il doppio di qualunque di esso, & essendo come l'Vnità al Binario, così qualunque numero al suo doppio, però il log. del Binario giunto al log. di qualunque di essi, ci darà il log. del doppio, cioè dell'aggregato de dati numeri.

Ma se saranno diseguali, per hauere il log. della loro differenza, giungere-

geremo insieme il res.log.del Binario, il res. log. del numero maggiore, & il log.del minore, e nella somma serbãdo vna sola vnità al settimo luogo, quella dimezzaremo, e ne verrà il log. di vn'arco da raddoppiarsi: E finalmente il log. 2. di questo arco raddoppiato, con il log. del numero maggiore, ci darà il log. della differenza de proposti numeri:

Volendo poi il log. del loro aggregato, si giungerà il res. log. del maggiore, con il log. del minore, e ne verrà il log. di vn'arco da dimezzarsi, però cõ giungerli prima g. 90. Dipoi il log. dell'arco dimezzato preso due volte, con il log. del Binario, e con il log. del maggiore, ci darà (leuando &c.) il log. dell'aggregato de proposti numeri.

E S S E M P I O.

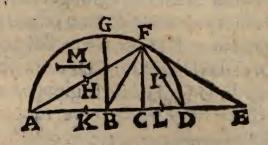
SIano proposti li due numeri 488. 325. e vogliasi il log. prima della loro differenza, e poi del loro aggregato, senza sottrare l'vno dall'altro, ò sommarli insieme. Operando adunq; conforme alle dette Regole, trouasi

come appare nel primo calcolo, il log. della loro differenza essere 221224. log. di 163. loro differenza, e come si vede nel secondo, il log. dell'aggregato essere 291009. al quale appunto risponde il num. 813. loro aggregato.

Binario	2	r1	969897
Numero maggiore	488	r1	731158
Num. minore	325	1	251188
Dimezza		11	1952243
Arco g. 35.14.33		1	976121
Arco duplicato 70.19. 6		12	952382
Num. maggiore	488	1	268842
Differ. de Num. dati	163	1	221224

Num. maggiore	488	r1	731158
Num. minore	325	1	251188
Arco, cō g. 90. g. 131.45.17		1	982346
Arco dimezzato 65.52.38		1	996032
		1	996032
Binario		1	030103
Num. maggiore	488	1	268842
Aggreg. de Num. dati	813	1	291009

La ragione poi s'intendarà nella presente figura, nella quale descritto il mezzo cerchio, A G D, sopra, A D, di-

diuiſa egualmente in, B, e diſegualmente in, C, intenderemo, BD, per il numero maggiore, &, D C, per il minore: alzate poi da, B, C, le, BG, CF,

perpendicolari ad eſſa, AD, giungeremo, AF, FD, che ſiano egualmente diuiſe in, H, I. Hora perche, AFD, è angolo retto, & da, F, cade, FC, perpendicolare ſopra, AD, ſarà come, AD, à, DF, coſi, FD, à, DC, onde anco le loro metà ſarãno proportionali, cioè ſarà, BD, ſeno toto à, DI, ome, DI, alla metà di, CD, che ſia, DL, il che ſi cõſerui. In oltre ſarà il num. BD, al num. DC, come, BD, ſeno toto à, DC, onde per il prob. 84. ò per l'Aſſ. gen. del Cõpẽdio, il reſ. log. del num. BD, con i logar. del num. DC, e con il log. del ſeno toto, ci

darà il log.di, DC, ſeno verſo dell'arco, D F; ma perche dalla ſomma s'hauria da leuare vn' vnità per la giunta, che ſi fà del reſ. log. del num. BD, perciò ſi può laſciare di giungere il log. del ſeno toto, onde diremo, che il reſ. log. del num. B D, con il log. del num. CD, ci dà il logar. di, C D, come ſeno verſo di, D F, al quale ſe giungeremo il reſ. log. del Binario, ci verrà il log. di, DL, perche come 2. à 1. coſi, C D, à, D L, con vn logar. del ſeno toto di più, il quale ſi douria gettare via, ma perche, BD, D I, D L, ſono, come s'è detto, proportionali, perciò ſi laſcierà il detto log. del ſeno toto in compagnia del log di, DL, e quelli saranno il doppio del log. di, D I, per l'Aſſ. gener. e perciò nella prima parte del primo Calcolo, ſi deue giungere inſieme il reſ. log. del Binario, e del num. maggiore, con il log. del minore, e ne viene il doppio del log. di, D I, ſeno dimezzo l'arco, D F, e però ſi radoppia l'arco ritrouato, il quale è poi, D F. Si cerca poi il log. 2. di, DF, arco raddop-

doppiato, cioè il logar. di, B C, e si fà come, D B, seno toto à, B C, seno 2. di, F D, così, D B, num. maggiore à, B C, cioè giungendo il log. 2. di, FD, arco raddoppiato con il logar. del num. mag. ne viene (leuata vn'vnità) il log. di, BC, differ. delli dati num. BD, DC.

Per l'aggregato poi, s'intenda, AB, num. mag. &, BC, min. e diuisa, AC, egualmẽte in, K. Essendo adunq; come, AB, à, BC, così, AB, seno toto à, BC, seno di, GF, il res. log. di, AB, cõ il log. di, BC (lasciato il log. del seno toto in cõtracambio di quello, che s'hauria à leuare per il giunto res. log.) darà il log. di, G F, al quale si giunge, AG, g. 90. & il fatto, AGF, si dimezza, il cui log. è quello di, AH, il cui doppio s'eguaglia à i log. di, BA, Ak, perche le tre, BA, AH, AK, si prouaranno essere proportionali, come si fece delle tre, BD, DI, DL, onde per questo si mettono due log. dell' arco dimezzato, che ci dariano il log. di, AK, & di, AB, seno toto, ma perche vogliamo il logar. del doppio di, AK, cioè il logar. di, A

C, à quelli giungiamo anco il log. del Binario, li quali tre ci dariano il log. di, AC, rispetto ad, AB, seno toto. E finalmente, perche come, AB, seno toto ad, AC, seno verso dell'arco, AGF, così è, AB, numero magg. ad, AC, per ciò si giũge alli detti tre (che sarebbono il log. di, AC, rispetto al seno toto, AB) il log. del numero maggiore, AB, cioè in somma si giungono insieme due log. dell'arco dimezzato, AGF, il log. del Binario, & il log. del num. mag. AB, e ne viene (lasciati i log. del seno toto, cioè le solite vnità, che non alterano le sei fig. del log.) il log. di, AC, aggreg. delli dati numeri, AB, BC.

PROBLEMA 93.

Diuidere qualunq; dato num. in due tali parti, che il fatto da quelle sia eguale ad vn proposto num. il quale però non ecceda il quadrato della metà. Ouero giũgere ad esso vn tale num. che il fatto dal già detto, e dall' agg. e da esso agg. s'egnali à qualũq; proposto num.

QVanto alla prima parte del prob. se giungeremo il res. log. della metà

metà del dato numero, con il ſemilo-
gar. del propoſto, ne verrà il log. 2. di
vn' arco al cui log. giunto il log. della
detta metà (leuando l'vnità &c.) re-
ſtarà il log. di vn numero, il quale giun
to alla metà farà la maggiore, e le-
uatolo da eſſa farà la minore delle
parti ricercate.

Per la ſeconda parte poi, ſe giunge-
remo il reſ. logar. della metà del dato
numero con il ſemilogar. del propoſto
numero, ne verrà il meſ. di vn'arco, al
cui reſ. log. 2. giunto il log. della me-
tà, reſtarà il logar. di vn numero, dal
quale leuata la detta metà, rimarrà
il numero d'aggiungere, che ſi cerca.

ESSEMPIO.

SIa da diuiderſi il 140. in due parti, le quali moltiplicate inſieme fac-
cino 2400. che non eccede 4900. qua-
drato della metà, che è 70. Operando
adunque come appare nel primo de
ſeguenti calcoli, trouaſi vna di eſſe
parti eſſere 120. e l'altra 20.

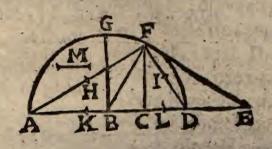
Vogliaſi poi giungere à 140. vn nu-
mero, ſi che da eſſo, e dall' aggiunto
co-

come vno, e dall'aggiunto, si facci 2400. Conforme adunque al secondo calcolo trouo tal numero d'aggiungersi douere essere 15.44.

Metà del num.dato	70.	r 1	815490
Altro numero	2400.	½ 1	169010
Arco	g. 45.35	1 2	984500
Arco	g. 45.35	1	985386
Metà del num.dato	70.	1	184510
Numero trouato	50.	1	169896
Somma di esso, e della metà	120.		
Differenza	20.		

Metà del num. dato	70.	r 1	815490
Altro numero	2400.	½ 1	169010
Arco	g. 34.59	m	984500
Arco	g. 34.59	r l 2	001655
Metà del num. dato	70.	1	184510
Numero, dal quale sottrà la metà	85.44	1	193165
Num. da giũgere ricer.	15.44	1	

Per intenderne poi la ragione, vedasi di nuouo la figura del Prob. ant. nella quale ci seruiremo pure delle linee

nee misurate dalli numeri in cambio di essi numeri. Sia dunque il mezzo cerchio pure, AGD,&,AD,il numero dato, da diuidersi come in,C,si che il rettangolo, ACD, sia eguale ad vn altro dato numero, quale chiamaremo, M. Ouero s'habbi da giungere

ad,AD,il numero come,DE, si che il rettangolo, AED, sia eguale pure al dato numero, M: Alzisi da,C, la,CF, perpendicolare ad,AD, e si giunga, FE,&,F,col centro, B,e sia, FC,radice quadra di,M. Sarà dunque,FB,metà di, AD, numero dato ad, FC, radice di,M,come,FB,seno toto,ad,FC,seno dell'arco,FD, e seno secondo dell'arco, FG,adunque il ref.log.di,FB,metà di,AD, con il log. di, FC, che è la

metà

metà del log. di, M (perche, FC, è radice quadra di, M) per il Prob. 87. cioè con il semilog. di, M, e con il log. del seno toto, ci darà il log. 2. di, G F (però il log. del seno toto si può lasciare per cagione del ref. log. aggiunto) Si prende poi il log. di, G F, cioè di, B C, e si fà come, D B, seno toto à, B C, così, D B, metà di, DA, à, B C, con il giungere il log. di, B C, con il log. di, B D, metà di, D A, e leuarne il log. del seno toto, onde ne viene il log. di, B C, la quale giunta ad, A B, metà del numero dato, fà, A C, e leuata da, B D, metà pure di, A D, lascia, C D, le quali, A C, C D, contengono il rettangolo eguale al quadrato, F, cioè al numero, M, onde è manifesta la ragione dell'operare nel primo calcolo.

Per quello poi del secondo calcolo, suppongasi, F E, radice quadra di, M, onde sarà, B F E, angolo retto, acciò il rettangolo, A E D, possi eguagliarsi al quadrato, F E. Faremo poi come, B F, metà di, A D, alla, F E, radice quadra di, M, così, B F, seno toto ad, F E, tang.

dell'

dell'arco, FD, con giungere pure il ref.log,di,FB, metà di,AD,con il semilog.di,M,cioè con il log.di,FE,radice di, M, & (lasciando il log.del seno toto) hauremo il mef. dell'arco, FD. Prendiamo poi il log.della secante, BE, che è il ref.log.2.di, FD (lasciato però il log. del seno toto) conforme all'Aff. gener. del Compendio alla pag. 69. e quello giungiamo al log.di, FB, metà di,AD, e ne viene il log. di, BE, perche si viene à fare come,BD, seno toto à,BE, secante dell'arco, FD,così, BD,metà di,AD,à,BE, dalla quale sottratta, BD, metà di,AD, resta,DE, linea, ò numero aggiunto, e tale quale si cerca, poiche il rettangolo,AED, s'eguaglia al quadrato, FE,cioè al numero, M.

PROBLEMA 94.

Delle ordinanze de soldati fatte in Squadroni.

HAuendo vna quantità de soldati, come 169.e volēdone formare vn Squadrone, che habbi tanti soldati in fronte,quāti per fianco, che si chiama

qua-

quadro di gente, prenderemo il log. di 169. che è 222789. e la ſua metà 111394. alla quale come log. riſponde 13. radice quadra di 169. per il Prob. 87. onde 13. n'anderanno per fronte, e 13. per fianco. E ſe il numero foſſe ſtato come 173. non quadrato, pure ſolo 13. ſi deuono mettere, auanzandone 4. ſoldati da ſeruirſene in altro biſogno: Sogliono poi eſſere diſpoſti i ſoldati in fronte con diſtanza di piedi 3: e nel fianco di p. 7: onde ſapremo anco li piedi quadri occupati da eſſi ſoldati, ſe moltiplicaremo il 13. per 3. e per 7. e poi li prodotti frà loro, che faranno p. quadri 3549. Ouero in vece della moltiplicatione ſi potremo ſeruire dell'additione de log. de numeri moltiplicati, e ne verrà pure il log. de p. quadri ricercati.

Di più volendo fare di vna data quantità di ſoldati, come di 940. vn quadro di terreno, cioè, sì, che occupino tanto ſpatio tutt'inſieme quelli della fronte, quãto tutt'inſieme quelli del fianco, conſideraremo vno ſquadrone,

drone,che habbi 7. ſoldati in fronte, e tre per fianco, che ſarà di ſoldati 21. è ſarà quadro di terreno, poiche quelli della fronte occuparãno p. 21. e p. 21. quelli del fianco; à queſto adunque dourà eſſere ſimile qualunque altro quadro di terreno, e però ſarà come li 21. ſoldati del ſquadrone picciolo alli dati, come 940. del grãde, così il quadrato della frõte del picciolo, che è 7. al quadrato della fronte del grande, e così il quadrato del fianco al quadrato del fianco; percioche li numeri ſimili ſono come i quadrati de loro lati homologi. Volendo adunque operare per i log. meglio ſarà trasferire la proportione dalli quadrati alle radici, cioè fare come radice 21. à radice 940. così 7. frõte picciola alla fronte grãde, e così 3. fianco picciolo al fianco grãde, e perciò cercaremo prima il logar. di 21. che è 132222. e la ſua metà 066111. il cui reſ. 933889. meteremo in tutt'i calcoli, come anco il log. di 7. e di 3. fronte, e fianco piccioli, & il ſemilog. del dato numero 940. che ci ſer-

ſeruiranno per ottenere la fronte, e fianco grandi, come ſi vede in queſto calcolo, nel quale giungendo inſieme, ABD, ne viene il log di, E, frõte grande, e giungendo, ACD, ne viene il log. del fianco grande, anzi ſe giungeremo inſieme i log. di, BCEF, ne verrà il log. di, G, piedi quadri di terreno occupato da detti ſoldati.

A.	Fanti	21	r $\frac{1}{2}$ l	932889
B.	Fronte picciola	7	l	084510
C.	Fianco picciolo	3	l	017712
D.	Fanti	940	$\frac{1}{2}$ l	148656
E.	Fronte grande	47	l	167055
F.	Fianco grande	20	l	130-51
G.	Piedi quadri	19740	l	1429534

Se ſi variaſſe poi la fronte, e il fianco picciolo, mettendo per eſſempio, B, 9. &, C, 5. onde, A, ſaria 45. dato il numero, D, ſe ne formaria vno ſquadrone grande ſimile al picciolo di, A, nell'iſteſſo modo, anzi hauendo vno ſquadrone grande ſe li potria giungere vn dato numero de ſoldati, ò vn propinquo al dato, che manteneſſe pure

pure lo ſquădrone ſimile al fatto, poiche ſommãdo i ſoldati dello ſquadrone grande già fatto,con quelli da giũgerſi,ſi faria il num. D, onde ſecondo il calcolo ſi trouaria la fronte,e fianco di queſto ſquadrone più grande, il che potendoſi intendere dal calcolo fatto, non ne aggiungo di più, tralaſciando per breuità molte altre operationi, che in queſta materia con i log. ſi potriano pratticare.

PROBLEMA 95.

De' peſi, e diametri delle Palle.

1 DAti i diametri di due palle dell'iſteſſa materia, & il peſo di vna, trouaremo il peſo dell'altra in queſto modo. Sia il diametro di vna palla Oncie 3. & il ſuo peſo lib. 7. ſia poi vn'altra palla di diametro di On. 9. e ſi cerchi il peſo di eſſa. Cercaremolo dunque per il Prob.85. prendendo il lóg. di On. 3. che è 047712. e di On. 9. che è 095424. e la loro differenza, che è 047712. il cui triplo 143136 giungeremo al log. di lib. 7. che è 084510. (perche il diametro della ſecon-

seconda palla è maggiore, che se fosse minore dell'altro diametro, detto triplo si douria leuare dall'istesso) e ne verrà il log. 227646. di lib. 189. diametro della seconda palla ricercato.

2 Per il cõtrario dati i pesi di due palle, dell'istessa materia, & il diametro d'vna argomentaremo il diametro dell'altra in questo modo. Sia il diametro di vna On. 7. & il peso lib. 12. & il peso dell'altra lib. 148. Hora leuo conforme al prob 86. il log. di lib. 12. che è 107918. dal log. di lib. 148. che è 217026. e viene la differenza 109108. il cui terzo 036369. giunto al log. di On. 7. (perche il peso della seconda palla è maggiore del peso della prima, che se fosse minore, detto terzo si douria leuare dall'istesso) ci darà 120879 log. di On. 16.173. diametro della seconda palla ricercato.

3 Quando poi le due palle fossero di materia diuersa si potriano fare le dette due operationi con l'aggiunta di quello, che si dirà, oltre il già detto, hauen-

hauendo posto quà questa Tauoletta, nella quale si suppone il peso di vna palla d'oro diuiso in 100000. parti, e dirimpetto alle altre materie stà posto il numero delle parti di detto peso conuenienti ad vna palla di mole eguale à quella d'oro, onde intendiamo, che il peso di vna palla di

A argento viuo eguale in mole ad vna palla d'oro, è parti 71429. di quelle, delle quali il peso della palla d'oro n'è 100000. e così quella di piombo n'è 60526. quella di argento 54385. e così &c. il che si è preso da Marino Gheraldo, che hà fatto la presente Tauoletta, da me però ridotta à numeri intieri per schiffare i rotti, hauẽdo messo à ciascuno numero il log. corrispondente per seruirsene come hora si dirà, & hauendo preso dall' istesso questa osseruatione ancora, che vna palla di stagno di diametro di vn piede antico Romano, cioè di On. 12. pesa lib. 304.
B

Vn quarto del piede antico Romano.

dalla

AB è eguale a 4 onc. del Palmo Romano Architet.

dalla quale argomentaremo il peso di qualunque altra palla, e di qualsiuoglia delle sottoscritte materie nella presente Tauoletta nel modo sussequente.

Oro.	100000	500000
Argento viuo.	71429	485387
Piombo.	60526	478194
Argento.	54385	473548
Rame.	47368	467549
Ferro.	42105	462433
Stagno.	38947	459047
Mele.	7632	388261
Acqua.	5263	372124
Vino.	5175	371394
Cera.	5024	370104
Olio.	4825	368345

Sia dunque vna palla di stagno di diametro di On. 12. e di peso di lib. 304. & vn'altra di oro di diametro di On. 4. 75 (seruendosi per maggiore facilità de rotti decimi delle Oncie) e si cerchi il peso di questa seconda. Hora cercaremo prima il log. del peso della detta seconda palla d'oro, come che fosse di stagno, e ciò per la prima opera-

operatione, quale trouaremo essere il resto 127540. al quale giungeremo il res. log. ascritto nella Tauoletta allo stagno, & il log. dell'Oro (che in somma è vn fare come lo stagno all'oro, così la palla di stagno di diametro di On. 4.75. alla palla d'oro di diametro pure di On. 4.75.) e così (leuando l'vnità &c.) ne verrà il log. 168493. di lib: 48.409. peso della seconda palla ricercato, come si vede nel primo de seguenti calcoli.

Sia hora l'istessa palla di stagno di diametro di On. 12. e di lib. 304. & vna di argento di lib. 40. della quale si ricerchi il diametro. Prima dunque faremo come l'argēto allo stagno, così lib. 40. ad vn quarto &c. cioè giungeremo insieme il res. log. dell'argento con il log. dello stagno, e con il log. di lib. 40. e ne verrà (leuando &c.) il log. di vna palla di stagno di diametro eguale à quello della palla di argento, & il caso sarà ridotto alla seconda operatione sopraposta, per la quale preso il log. di 304. che è 248287. e la

 diffe-

differenza di questo, e del ritrouato log. cioè 102582. & $\frac{1}{3}$. di essa, che sarà 034194. quello sottraremo dal log. di on. 12. e ne verrà il log. 073724. di onc. 5.46. come nel 2. calcolo si vede, che è il diamet. della palla di argẽto ricerc.

Diametro, oncie	12	l	107918
Diametro, oncie	4.75	l	067669
Differenza		l	040249
Differenza triplicata		l	120747
Libre	304	l	248287
Resto		l	127540
Stagno		r l	540953
Oro		l	500000
Peso della Palla d'oro Lib.	48 409	l	168493

Argento		r l	526452
Stagno		l	459047
Palla di lib. 40		l	160206
		l	145705
palla di stagno di lb. 304		l	248287
Differenza		l	102582
Il terzo della differenza	Sott.	$\frac{1}{3}$	034194
Diametro di onc. 12.		l	107918
Diametro della palla d'argento onc. 5.46		l	073724

Le

Le ſopraposte operationi poi ſi fondano principalmente in queſta verità, che i peſi delle palle di vn' iſteſſa materia, ſono come le loro moli, e queſte in triplicata proportione de ſuoi diametri, come moſtra Euclide nella prop. vlt. del Duodecimo; e che i peſi di palle di mole eguale, ma di diuerſa materia, ſono come eſſe materie. Anzi hauendo io dimoſtrato generalmente, che tutti i corpi ſimili ſono in triplicata proportione de ſuoi lati, ò linee homologhe, come ſi può vedere nella prop. 15. del lib. 2. della mia Geometria, perciò quello, che ſi è detto in queſto Problema per le palle, potremo pratticarlo ancora intorno à qualunque altri corpi ſimili, e loro lati, ò linee homologhe, coſi quanto alle loro moli, ò capacità, come anco quanto al peſo, il che ſi rimette all' induſtrioſo Lettore.

PROBLEMA 96.

De' meriti à capo d'anno.

VOlendo noi ſapere, che guadagno faranno lire 378. in capo à cinque

que anni, meſi tre, e giorni dodici, à ragione di 6. per cento l'anno, poſto, che il guadagno annuale di 6. per cento ſia talmente diſtribuito nelli meſi, e giorni dell'anno, che, giunto il guadagno di ciaſcuno tempo al capitale, ſi conſerui ſempre tale proportione del capitale all'aggregato del capitale, e guadagno nel dato tempo minore di vn'anno, che il guadagno di tutto l'anno non ſia più, che di 6. per 100.

Dobbiamo dunque conſiderare, che il capitale di lire 378. all'aggregato di eſſo capitale, e del guadagno nel termine del detto tempo, hà la proportione compoſta di cinque proportioni annue, cioè di 100. à 106. di $\frac{3}{12}$. di vna proportione annua, cioe di 3. menſtrue per li tre meſi, e di $\frac{12}{30}$. di vna proportione menſtrua; ſi che dobbiamo dal numero 378. continuare per il Prob. 85. 5. proportioni di 100. à 106. e diuiſa queſta proportione per 12: per il Prob. 86. di quelle ſe ne deuono ſeguitare à continuare tre, e diuiſa vna di queſte tre per 30. (quanti ſono

i gior-

i giorni di vn mese mediocre) se ne deuono continuare 12. e cosi saremo arriuati all'vltimo termine, che si vuole, e perche non si cercano gl'intermedij, perciò, presi i logar. di, A, B, 100. e 106. e la loro differenza, C, quale chiamaremo annua, quella moltiplicaremo per 5. per li 5 anni, e faremo, 5C; dipoi diuisa la, C, per 12. e fattane la, D, differenza menstrua, quella moltiplicaremo per 3. per li 3. mesi, facendo, 3 D; e finalmente diuisa, D, per 30. ne verrà, E, differenza diurna, quale moltiplicaremo per 12. facendo, 12 E. Preso poi il log. di, F, 378. giungeremo insieme li, 5C, 3 D, 12 E, con il log. di, F, e ne verrà il log. di, G, lire 514, 29. capitale, e guadagno nel detto tempo, onde il guadagno sarà stato di lire 136. 29. cioè di lire 136. sold. 5. e din. 10. Ma se noi sommaremo gl'istessi, 5C, 3 D, 12 E, separatamente dal log. di, F, facendone la somma, H, quale sottraremo poi dal log. di, F, ne verrà il log. di, I, lire 277.83. cioè di lire 277. sold. 16. e d.

 7. giu-

7. giusto prezzo per redimere vn debito di lire 378. quando la esborsatione delle lire 378. si douesse fare al creditore in capo à 5. anni, tre mesi, e 12. giorni, e con il denaro presente anticipatamente per il detto tempo si volesse estinguere il debito, poiche così si viene à fare come il capitale, e guadagno lire 514. 29. à lire 378. così lire 378. alle lire 277. 83. che per la solutione anticipata scontano le lire 378. le quali operationi sono tutte conforme alla dottrina del Prob. 85. e 86.

A.	106.	1	202531
B.	100.	1	200000
C. Dif. annua			002531
D. Dif. menstrua		$\frac{1}{12}$	000211
E. Dif. diurna		$\frac{1}{30}$	000007
5. C.			012655
3. D.			000633
12. E.			000084
F. Capitale	378.	1	257749
G. Capit. e guadagno	514. 29	1	271121
H.			013372
I. Prezzo anticipato	277. 83	1	244377

PRO-

PROBLEMA 97.

Dato il capitale, & il guadagno di quanti anni si voglia, trouare à ragione di quanto per cento sia stato il guadagno.

SIa il capitale, A, lir. 518. & in 6. anni il capitale, e guadagno, B, lire 694. 18. centesimi, e cerchisi à quã to per 100. siano stati. Prenderemo dunque i logar. di, A B, e la loro differenza, C, e $\frac{1}{6}$. di essa, D, quale giunta al log. di, A, conforme al Prob. 86. ci darà il log. di, F, capitale, e guadagno del primo anno. Faremo poi come, A, capitale, ad, F, capitale, e guadagno insieme del primo anno, così 100. al quarto &c. e ciò con giungere insieme il res. log. di, A, che sia, E, con il log. di, F, e cón il log. di 100. che sia, G, e ne verrà il log. di, H, 105. onde sarà 105. il conseguente, e 100. l'antecedente della proportione del capitale, all'aggregato del capitale, e guadagno del primo anno, si che saranno stati à 5. per cento.

A . Capitale lire	518	l	271433
B . Cap. e guad.	694.18	l	284147
C . Differ. per anni 6.			012714
D . Dif. annna		$\frac{1}{6}$	002119
E . Res.log. di, A.		rl	728567
F . Somm.de log.AD.		l	273552
G.	100	l	200000
H.	1051	l	202119

PROBLEMA 98.

Delle annue pensioni.

Titio deua pagare à Caio per anni 7. continui al fine di ciascun' anno lire 48. e non pagando se non nel fine di essi anni 7. deua pagare anco i frutti à ragione di 6. per cento, e si cerchi quanta sarà la somma delle pẽsioni annue, e loro frutti nel fine di detti anni 7. Per scioglimento di questo quesito adunque concepiremo 8. termini (perche habbiamo 7. interualli per gli anni 7.) continuamente proportionali nella proportione di 100. à 106. de' quali termini però bastarà, che sappiamo il primo, e l'vltimo, e che il secondo superi il primo di

di 48. numero della penſione annua, poiche la differenza del primo, & vltimo numero trouati, ſarà la ſomma, che ſi ricerca. Coſi adunque nel ſuſſegente primo calcolo, preſi i log. di, AB, 106. e 100. e la loro differenza, C, quale chiamiamo differenza annua, quella ſerbaremo. Dipoi faremo come, *D*, a, E, coſi, F, a, G, che ſarà il primo numero de ricercati; per hauere poi l'vltimo, moltiplicaremo, C, per 7. (per li 7. anni) facendone, H, differenza ſettennale, quale giunta al log. di, G, ci darà il logar. di, I, vltimo numero ricercato, dal quale leuato il primo, *G*, reſta, k, lire 403. ſomma delle penſioni annue, e loro frutti, della quale ſomma Titio ſaria debitore a Caio nel fine delli anni 7. quando non haueſſe inanzi sborſato coſa alcuna.

Poniamo hora, che Titio non foſſe obligato a fare il primo pagamento ſe non in capo a 4. anni, e che poi doueſſe continuare per li rimanenti anni 6. E' dunque manifeſto, che, non volendo pagare ſe non nell'vltimo ter-

mine, Titio saria pure debitore a Caio trà pensioni annue, e frutti, di lire 403. ma poniamo, che Caio con il denaro presente si vogli liberare da questo debito, pagando 10. anni inanzi l'vltimo termine, nel quale hauria da sborsare lire 403. si cerca dunque quãto manco ne haurà da sborsar, stando pure li denari a 6. per cento. Hora per ottenere questo noi moltiplicaremo, C, per 10. (per li 10. anni anticipati) e fattane, L, differenza decennale, quella sottraremo dal logaritmo di, k, e restarà il logaritmo di, M, lire 225. pretio con il quale Titio può redimere il debito, che hauria con Caio di lire 403. nel fine delli 10. anni dallo sborso del denaro, le quali due operationi si vedono nel presente calcolo.

A.

A.	106	1	202531
B.	100	1	200000
C. dif. annua		1	002531
D.	6	r 1	922185
E.	100	1	200000
F. annua pensione	48	1	168124
G. primo numero	800	1	290309
H. dif. settennale	7 C	1	017717
I. vlt. num.	1203	1	308026
K. Somma	403	1	260531
L. dif. decennale	10 C	1	025310
M. Denaro anticipato	225	1	235221

PROBLEMA 99.

Delle isteße, ma conuersamente al Problema antecedente.

HOra se per il contrario supponessimo, douendo Titio pagare à Caio per 7. anni continui vna certa pensione, e cominciando il primo pagamento nel termine di anni 4. che Titio dieci anni inanti l'vltimo pagamento sborsasse lire 225. e Caio fosse sodisfatto delle 7. pensioni annue douutele, e de loro frutti, e si ricercasse quãta saria stata l'annua pensione, stan-

te sempre il guadagno di 6. per 100. l'anno; per sapere detta pensione operaressimo, come appare nel seguente calcolo. Trouati adunque i log. di, A B, e la loro dif. C, quella si deue moltiplicare per 10. facendone, D, differ. decennale, per li 10. anni dell'anticipato pagamento: giungendo poi, D, al log. di, E, denaro anticipato, ne viene il log. di, F, capitale delle lire 225. e loro guadagno nel termine di anni 10. e tanto è la somma delle 7. pensioni annue, e loro frutti nell'vltimo termine, dalla quale somma argomentaremo l'annua pensione in questo modo. Moltiplicaremo, C, per 7. per lib. 7. anni delle 7. pensioni, & intendendo, B, 100. per il primo di 8. numeri continuamente proportionali, giungeremo, G, al log. di, B, e ne verrà il log. di, H, vltimo termine in tale ordine, dal quale sostratto, B, restarà, I, differenza trà il primo, B, & vltimo termine, H. Faremo poi come, I, a, k, differenza del primo, e secondo termine di tale ordine, così, F, somma delle pen-

pensioni, e loro frutti, ad, L, pensione annua di lire 48. come dianzi si trouò. Hauria dunque Titio douuto sborsare a Caio per 7. anni lire 48. in ciascun' anno, cominciando il primo pagamento nel termine di anni 4. e Caio nel fine di anni 10. hauria hauuto le 7. annue pensioni, & i frutti di esse li sariano valute lire 403. e tanto vagliono anco le lire 225. pagatali 10. anni inanti da Titio per scontare il debito delle 7. annue pensioni, e loro frutti.

A.	106	1	202531
B.	100	1	200000
C. dif. annua		1	1002531
D. dif. decennale.	10 C	1	025310
E. denaro anticipato	225	1	235218
F. Somma	403	1	260528
G. dif. settennale	7 C	1	017617
B. primo num.	100	1	200000
H. num. vlt.	150	1	217617
I. loro differenza	50	r 1	830103
K. dif. trà il 1. e 2.	6	1	077815
F. Somma	403	1	260531
L. annua pensione	48	1	168449

PRO-

PROBLEMA 100.

Delle isteße, ma con differenti proportioni.

SVpponghasi finalmente in quest'vltimo Problema, che Titio deua fare a Caio in 4. anni 4. pagamenti, cioè vno nel fine di ciascun'anno, e che il denaro da pagarsi il primo anno a quello del secondo, habbi la proportione del diametro di qualunque quadrato alla di lui costa (la quale sarà come la proportione di radice 2. a, 1. ouero prossimamente come quella della secante di g. 45. al seno toto, ouero come quella del seno toto al seno di gr. 45.) Quello del secondo anno a quello del terzo, sia come la portione maggiore della linea segata secondo la estrema, e media proportione, alla medesima linea segata (la quale per il Prob. 91. sarà prossimamente come il lato del decagono al seno toto, cioè come 61804. à 100000.) Quello del terzo anno finalmente à quello del quarto sia come il diametro del cerchio alla dilui circõferenza (alla quale

se esso prossimamente sarà, come si è detto nel Prob. 68. come 7. a 22. ouero più esquisitamente, come 100000. a 314159) In oltre non pagando Titio ne detti termini, deua, passati quelli, pagare il frutto di essi in questo modo. Per il denaro del primo anno deua pagare a ragione di 4. per 100. per quello del secondo anno a ragione di 5. per 100. per quello del terzo anno a ragione di 6. per 100. e per quello del quarto anno a ragione di 7. per 100. Hora suppongasi, che Titio non si risolua mai a pagare se non in capo a 5. anni, 2. mesi, e 13. giorni dopo l'accordo, nel quale tempo Titio dia a Caio lire 1000. con le quali sia Caio sodisfatto de detti denari, douutili nelli 4. anni passati, e de loro frutti accumulati fino al detto tempo. Si cerca quanto saria stato il denaro, che Titio hauria douuto sborsare a Caio il primo anno, e così quello delli altri anni ancora.

Per solutione di questo Problema fingeremo, che il denaro da pagarsi il pri-

primo anno fosse qualunque numero, per essempio 100. Faremo poi come il diametro alla costa, cioè come il seno toto 100000. al seno di g. 45. che è 70711. così 100. à 70.71. denaro finto del secondo anno. Dipoi faremo come la maggiore portione della linea diuisa secondo l'estrema, e media proportione, all'istessa linea diuisa, cioè come il lato del decagono 61804. al seno toto 100000. così il denaro finto del secondo anno 70. 71. a 114. 41. denaro finto del terzo anno. E finalmente faremo come il diametro alla circonferenza del cerchio, cioè come 100000. a 314159. così il denaro finto del terzo anno 114. 41. a 359. 43. denaro finto del 4. anno, e questo, ò per la solita molt. e diuisione, ò per i log. conforme al Prob. 84. Fatto questo conforme al Prob. 96. dato il denaro finto del primo anno come capitale, che è 100. cercaremo quanto saria il capitale, e guadagno nello spatio di anni 4. mesi 2. e giorni 13. a ragione di 4. per cento, poiche il guadagno di

esso

esso primo denaro comincia dal fine del primo anno, e termina in capo a 5. anni, 2. mesi, e 13. giorni. Trouaremo adunque, operando conforme al detto Problema, che l'aggregato del detto capitale 100. e de frutti nel detto tempo, saria 117.92. Così trouarassi che il denaro del secondo anno, che è 70.71. con i frutti di anni 3. mesi 2. e giorni 13. a ragione di 5. per 100. saria 82.67. Quello del terzo anno che è 114.41. con i frutti di anni 2. mesi 2. e giorni 13. a ragione di 6. per 100. saria 130.0.9. E quello del quarto anno, che è 359. 43. con i frutti di vn' anno, 2. mesi, e 13. giorni, a 7. per 100. saria 389.89 Somminsi insieme tutti questi 4. capitali finti, e loro frutti, e ne verrà la somma, A, 720 57. quale chiamaremo somma finta nel seguente calcolo, &, B, 100. primo pagamento finto, &, C, lire 1000. somma vera; Facendo poi finalmente come, A, a, B, così, C, a, D, ò con la molt. e diuis. ò per il Prob. 84. con giungere insieme il res. logar. di, A, con il log. di, B, & di, C, che ne

ver-

verrà pure il log. di, D, sarà, D, il pagamento vero per il primo anno, cioè lire 138.78. Così, A, al secondo pagamento finto, sarà come, C, al secondo pagamento vero, che sarà lire 98. 13. parimente, A, al terzo pagamento finto, sarà come, C, al terzo pagamento vero, lire 158. 78. Et, A, al quarto pagamento finto, sarà come, C, al quarto pagamento vero, lire 498. 82. Il che si prouarà essere vero, poiche se per il Prob. 96 separatamente cercaremo i frutti di detti 4. pagamenti veri come capitali, congiuntili cō essi capitali, trouaremo la loro somma essere precisamente lire 1000. somma vera da noi supposta, onde saranno anco veri li detti capitali, ò annue pensioni da noi ricercate.

A. Somma finta.	720.57	r l	714233
B. prim. pagam. finto.	100.	l	200000
C. Somma vera.	1000.	l	300000
D. prim. pagam. vero.	138.78	l	1214233

Mol-

Molti altrri Problemi ſi potriano ſoggiungere in diuerſe altre materie, ma credo che queſti 100. ſaranno a baſtanza per eſſercitio di chi ſi prende guſto de calcoli, che inſieme potrà riconoſcere quãto ſia douitioſo, e fecondo l'vſo di queſte due ſole Tauolette logaritmiche. Ne hò poi tralaſciati molti altri, c'hauria potuto aggiungere à queſti, acciò non periſchino, e maſſime geometrici, poiche non erano indrizzati a queſto ſcopo principale di moſtrare l'vſo de logaritmi, trà quali non tacerò queſto ſingolare, di hauere ritrouato la miſura de Fuſi Parabolici, e loro ſegmenti, Problema propoſto dal Keplero nella ſua *Stereometria Doliorum*, all'inueſtigatione del quale, e d'altri ſimili da lui non ritrouati, eſſo prouoca degnamente l'induſtria, e ſottigliezza di Vuilebrordo Snellio, alla quale rimetto anch'io l'inuentione della miſura de Fuſi Iperbolici, e loro ſegmenti à me per ancora incognita; hauendo già manifeſtata la miſura del Cedro, dell'Oliua, ò

Pru-

Pruno, del Cotogno, & altri da esso Keplero ricercati, e ciò, supposta la quadratura del cerchio, come si può vedere nel lib. 3. della mia Geometria. Hò dunque ritrouato, che, se sarà vn parallelogrammo nell'istessa base con vna parabola, e intorno all'istesso asse, e si riuolgerà la parabola con il parallelogrammo intorno alla base, generandosi dal parallelogrãmo vn cilindro, e dalla parabola vn Fuso parabolico, il cilindro al Fuso sarà come 15. à 8. e susseguentemente hò ritrouato il modo di misurare i segmenti di esso fuso, fatti da i piani, che tagliano perpendicolarmente l'asse della riuolutione.

Questo mi è successo medianti i principij della detta mia nuoua Geometria, hauendo prima dimostrato quest'altra cosa non men degna di consideratione, che, se in vn parallelogrammo, descritto il diametro, intenderemo tirate parallele ad vn lato di esso quante se ne possono tirare, indefinitamente di quà, e di là prolungate,

te, la parte di esse, che resta nel parallelogrammo, cioè (per parlare nella lingua vsata in essa Geometria) tutte le linee del parallelogrammo, saranno doppie di tutte le linee comprese in vno de fatti triangoli. Tutti i quadrati del parallelogrammo saranno tripli di tutti i quadrati dell' istesso triangolo. Tutt' i cubi saranno quadrupli di tutti i cubi &c. Tutti i biquadrati saranno quintupli di tutti i biquadrati (intendo sempre quelli del parallelogrammo di quelli del detto triangolo) D'onde argomento probabilmente, che tutti li quadricubi saranno sestupli di tutti i quadricubi. Tutti i cubicubi saranno settupli di tutti i cubicubi, e così in infinito, secondo i numeri continuamente susseguenti, benche io non sia arriuato con la dimostratione se non alli biquadrati inclusiuamente. Ma perdonimi il Lettore, se io per non nascondere cosa degna della specolatione di sottilissimi geometri, sono trascorso in materia troppo difficile per li puri

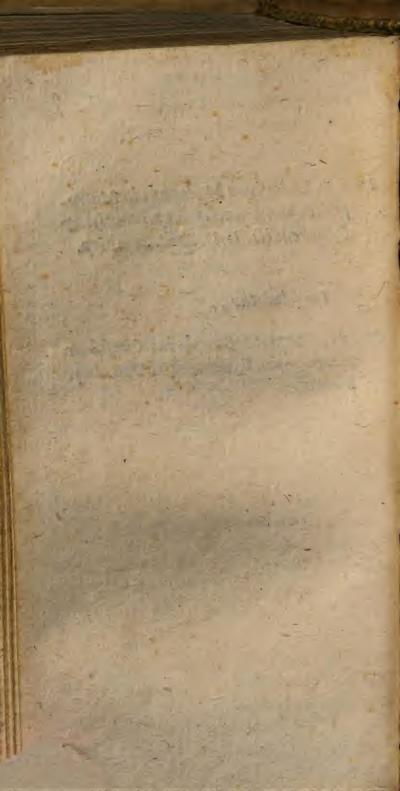
prat-

prattici, & intelligibile dà puochi. Riseruarò dunque altroue per gl'intendenti questi miei trouati, e farò fine a questa Centuria da me destinata principalmente à quelli, che amano più tosto le pure prattiche de calcoli, che il penetrare le regole fondamentali, di onde quelle hanno la sua origine, e dependenza.

Il fine della Centuria.

Vid. D. Ludouicus Modronus in Metropol. Bonon. Pœnit. pro Eminentiss. & Reuerendiss. D. D. Card. Archiep.

Imprimatur.

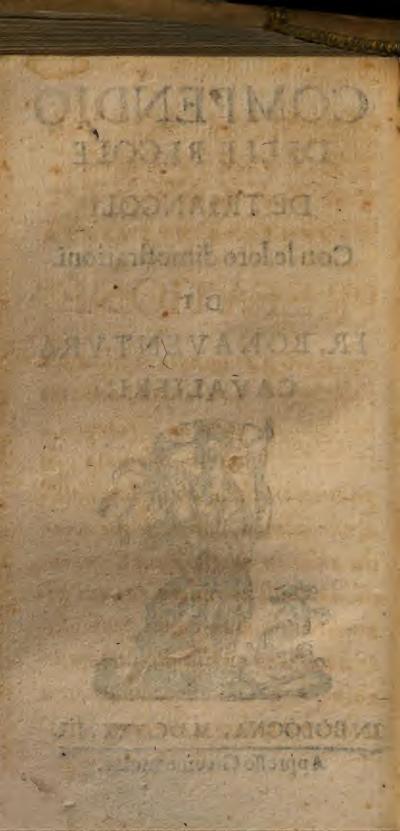
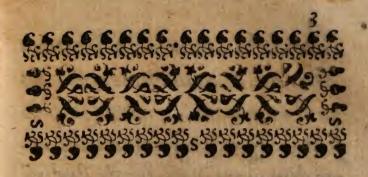
Fr. Hieronymus Onuphrius Consultor S. Officij pro Reuerendiss. Pat. Inq. Bonon.

COMPENDIO DELLE REGOLE DE TRIANGOLI

Con le loro dimoſtrationi.

D I

FR. BONAVENTVRA CAVALIERI.

IN BOLOGNA, M.DC.XXXVIII.

Appreſſo Gicomo Monti.

PREFATIONE.

DI quanta vtilità sia la Dottrina della misura de Triangoli, tanto coltiuata in particolare dalli Professori dell'Astronomia, non credo che accada ch'io in questo breue Compendio lo vadi con nuoue ragioni dimostrando, hauendone, penso, detto à bastanza nella Prefatione del mio Direttorio, e potendosi via più comprendere dalli varij Pro-

blemi della Centuria, e Prattica Astrologica antecedenti, che da quella deriuano, come da proprio fonte. Quindi io spinto dal deside-rio di giouare in parte alli studiosi di così nobile Arte, à richiesta di molti ancora, che me ne hanno fat-to istanza, hò qui raccolto le sudet-te Prattiche. Parendomi poi chè la loro massima vtilità consistesse fi-nalmente in fare scielta delle più facili, e spedite Regole di sciogliere i Problemi della Trigonometria per via de logaritmi, hò voluto aggiungere questo Compendio, tan-to più hauendo quà la commodità delle due Tauole logaritmiche, mediante le quali non solo i già dà me spiegati, mà infiniti altri anco-

ra tutti

ra tutti belli, e curiosi si possono pratticare. Perche poi i logaritmi di sei figure posti in dette Tauole, hanno le differenze picciole verso il fine del quadrante, hò cercato di ouuiare alla difficoltà, che porta tale picciolezza di differenze più che sia stato possibile, con il soggiongere à ciascuna Regola, che dia l'Inuento dà cercarsi frà log. verso il fine del quadrante, vn'altra Regola detta secondaria (si come quella può dirsi primaria, il che s'intenderà ancorche nõ se li aggiũga questo titolo) che dà nel log. del comp. ouero in mes. e ciò per chi non hauesse più longhi log di questi, come li habbiamo nel Direct. cioè di otto figure, poiche seruendosi

 di essi

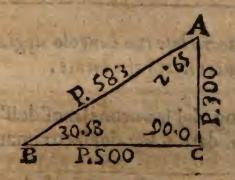
di essi , non vi bisognano poi queste regole secondarie . Procurisi poi in tal caso, cioè che si dia in log. dà cercarsi come circa li ultimi cinque gradi del quadrante, & anco quando l'operatione consta di più di una somma , di tener conto de secondi, o almeno di un mezo, terzo, ò quarto, &c. di un minuto, usando la parte proportionale cõforme che si suole, e come insegno nel Direttt. alla prima parte Cap. 8. parlo per chi vuole operare scrupolosamente , poiche l'errore del Primo Inuento può cagionarlo maggiore nel secondo, e le picciole differenze de log. verso il fine del quadrante possono far fare errore anco in una somma sola. Queste Re-

ſte Regole poi ſono così dà me diſteſe in gratia de principianti, e per li puri prattici, à quali ſono dà me principalmente indrizzate, ſapendo molto bene che gl'intēdenti dell'Arte non hanno biſogno di queſti ſminuzzamenti. Hò però voluto per ſodisfattione di quelli ancora ſoggiungere quà la ragione delle Regole, particolarmente di alcuni modi nuoui, che ſono parte del Nepero, mà de quali non ſe n'è ancora viſta la dimoſtratione, ch'io ſapi, come di quello. Dati due lati con l'angolo compreſo, trouare ambedue gl'angoli alla baſe in cōpagnia, & altri, che forſi non ſaranno ingrati. Mà vediamo hormai le Regole, prima de Triā-

goli Piani, e poi de Sferici, intorno à quali ſi ſeruiremo pure de nomi del Dirett. ſpiegati nel principio della prima, e ſeconda Parte.

REGOLE

PER I TRIANGOLI PIANI RETTANGOLI,

Con gli Eſſempi ſopra queſta Figura.

1 *Data la Ipotenuſa, e l'angolo aggiacente, trouare il lato oppoſto.*

IL log. dell'angolo, & Ipotenuſa, darà il log. del lato oppoſto.

Ipotenuſa	P. 583	1	276567
Angolo aggiac.	G. 30.38	1	971142
Lato oppoito	P. 300	1	247709

2 *Dato vn lato con l'angolo aggiacente, trouare l'Ipotenusa.*

IL log. del lato, con il res. log. 2. dell'angolo, darà il log. dell'Ipotenusa.

Lato	P.	500	l	269897
Angolo aggiac.	G.	30.58	r l2	006678
Ipotenusa	P.	583	l	276575

3 *Dato vn lato con l'angolo aggiacente, trouare il lato rimanente.*

IL log. del lato, con il mes. dell'angolo, darà il log. del lato rimanente.

Lato	P.	300	l	247712
Angolo aggiac.	G.	59.2	m	1022180
Lato rimanente	P.	500	l	269892

4 *Dato vn lato con l'angolo opposto, trouare la Ipotenusa.*

IL log. del lato, con il res. log. dell'angolo, darà il log. della Ipotenusa.

lato

Lato	P. 300	l	247712
Angolo oppoſto	G.30.58	r l	028858
Ipotenuſa	P. 583	l	276570

5 *Dato vn lato con l'angolo oppoſto, trouare il lato rimanente.*

IL log. del lato, con il meſ. 2. dell'angolo, darà il log. del lato rimanente.

Lato	P. 300	l	247712
Angolo oppoſto	G 30.58	m2	1022180
Latto rimanente	P. 500	l	269892

6 *Dato vn lato con la Ipotenuſa, trouare l'angolo oppoſto al lato.*

IL log. del lato, con il reſ. log. della Ipotenuſa, darà il log. dell'angolo oppoſto.

Lato	P. 300	l	247712
Ipotenuſa	583	r l	723433
Angolo oppoſto	G.30.58	l	971145

6 *Secondaria. Dato vn lato con la Ipotenusa, trouare altrimente l'angolo opposto al lato.*

IL log. della somma con il log. della differenza della Ipotenusa, e lato noto, darà il doppio del log. del lato rimanente, dal cui log. cresciuto del log. del Seno toto, leuando il log. della Ipotenusa, restarà il log. 2. dell'angolo opposto al proposto lato.

Som. dell'Ip. e lat. dat.	P. 883	1	294596
Differenze loro	283	1	245179
Doppio del log.		11	539775
Lato rimanente	500	1	1269887
Ipoten. sottra il log	583	1	276567
Angolo opposto	G. 30. 58	12	993320

7 *Dati i lati, trouare l'angolo opposto à qualunque di essi.*

IL log. del lato opposto all'angolo ricercato, con il res. log. del lato rima-

manente, darà il mes. dell'angolo opposto, che si cerca.

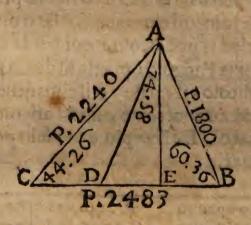
Lato opposto	P.	300	l	247712
Lato rimanente		500	rl	730103
Angolo opposto	G. 30.58		m	1977815

Chi poi volesse, dati i lati, trouare la Ipotenusa, cercarà prima vn'angolo per la 7. e poi la Ipotenusa per la 2, ò 4 soprapoſta.

REGOLA GENERALE.

ESsendo il log. del lato, più il log. del Seno toto, eguale al log. dell' angolo opposto, con il log. della Ipotenusa: E parimente eguale al mes. dell'angolo opposto. e log. del lato rimanente; perciò aggregando i log. dell' angolo opposto, & Ipotenusa; Ouero il log. del lato rimanente, e mes. dell'angolo opposto, si hauerà il log. del lato pro-

to propoſto. O' ſottrahendo dal log. del lato propoſto, più il log. del Seno toto, vno de detti componenti, reſtarà l'altro. Adunque cō queſta Regola ſola ſi ſciogli erāno pure per additione, ò ſottrattione tutti li detti Problemi.

REGOLE
PER I TRIANGOLI
PIANI OBLIQVANGOLI
Con gli Essempi sopra questa Figura.

1 *Dati due lati con vn angolo opposto à vno di essi, e con la specie dell'opposto all'altro, trouare l'angolo opposto ad esso, il terzo angolo, e la base.*

IL res. log. del lato opposto all'angolo dato, con il log. dell'altro lato, e

to, e con il log. dell'angolo dato, sarà il log. dell'ãgolo opposto, che si cerca, leuata la solita vnità, &c. come sempre s'intende, quando vi è, mentre non si ordini in cõtrario. Il terzo angolo poi è il rimanente à g. 180. delli due alla base, la quale si haurà poi mediante la 2. susseguente.

1 *Secondaria*. Ouero per la prima de Rettangoli trouaremo il lato opposto, cioè il ppẽdicolo, e poi per la 6. secõdaria l'angolo opposto al detto perpendicolo, il quale, ò il rimanente di esso al mezocerchio, sarà l angolo ricercato. L'essempio è poi solo per la primaria.

Lato opposto	P. 2240	r l	664975
Angolo dato	G. 60.36	l	994012
Lato rimanente	P. 1800	l	325527
Angolo ricercato	G 44.26	l	1984514

2 *Dati due angoli con vn lato opposto, trouare il lato rimanente, il terzo angolo, e la base.*

IL ref. log. dell'angolo oppoſto al lato dato, con il log. del lato dato, e con il log. dell'angolo rimanēte noto, darà il log. del lato rimanente. Il terzo angolo poi ſarà il rimanente à g. 180. delli due noti, e con queſto ſi potrà poi hauere mediāte queſta anco la baſe.

Angolo oppoſto	G 60.36	r l	005988
Angolo rimanente	44.26	l	984515
Lato dato	P.2240	l	335025
Lato ricercato	18001	l	325528

3 *Dati due lati con l'angolo verticale cōpreſo, trouare gli angoli alla baſe, e l'iſteſſa baſe. E dati due angoli con il lato aggiacente, trouare il terzo angolo, & i lati.*

IL ref. log. dell'aggregato de lati, con il log. della loro differenza, e co il meſ. della ſemiſ. delli angoli alla baſe, darà il meſ. della loro ſemidifferenza, la quale giunta alla ſemiſomma farà l'angolo maggiore, e leuata dà eſſa farà il minore.

3 *Secondaria*. Ouero il ref log. di ciascuno de lati, con il log. del lato rimanente, darà il mef. di vn'angolo. Dipoi il mef. della differenza del ritrouato angolo, e di g 45. con il mef. della semisomma delli angoli dati farà il mef. della detta semidifferenza come sopra.

La base poi si hauerà cercando prima gli angoli aggiacenti ad essa, e poi quella per la 2. ant. E così anco, dati due angoli con la base aggiacente s'haurà il terzo angolo come rimanẽte delli due dati à g. 180. e poi gli altri lati per la 2. ant.

Aggregato de lati	P. 4040	rl	639362
Differenza loro	440	l	264345
Semis. d. ãg alla bas. G. 52.31		m	1011528
Semidif. loro	8.5	l m l	915235
Ang. mag. som.	60.36		
Ang. min. resto	44.26		

Lato

Lato	P. 2240	r l	664975
Lato rimanente	1800	l	325527
Angolo	G. 38.47	l m l	990502
Diff. cō G. 45.	6.13	m	903714
Semiſ. d. ang.	52.31	m	10 11528
Semidif. loro	8. 5	l m l	915242
Ang. mag. ſom.	60.36		
Ang. min. reſto	44.26		

4 *Dati tre lati, trouare ciaſcun angolo.*

IL reſ. log. del maſsimo lato, cō i log. della ſomma, e differenza de lati rimanenti, darà il log. di vn ſegmento, come nella figura, di, C D, il quale giunto con la metà del rimanente del maſsimo lato, cioè con, D E, e preſo il log. del congiunto, cioè di, C E, sōmandolo con il reſ. log. del lato conterminante à detto ſegmento, nel reſto del quale caſca il perpendicolo, cioè di, C A, darà il log. 2. dell'angolo aggiacente al detto lato, C A. Così ancora mediante, C B, &, A B, per la 6. potremo hauere l'angolo, B, onde reſtarà noto il terzo angolo, A.

Ouero

Ouero, hauuto, C E, con esso, e con, C A, cercaremo l'angolo, C, come anco con, E B, B A, l'angolo, B, per la 6. Secondaria de Rettangoli.

Se fossero poi dati tre angoli solamente, non si può hauere se non la proportione de lati, che è come quella de seni dell'istessi angoli. L'Essempio è per trouare l'angolo C.

Massimo lato	P. 2483.0	r l	660503
Som. d. lati riman.	4040.0	l	360638
Differ. loro	440.0	l	264345
Segmento	715.9		285486
Metà d rest. d mas lat.	883.5		
Somme	1599.4	l	320396
Lato conterminante	2240.0	r l	664975
Angolo ricerc. c,	G. 44.26	l2	985372

Se poi finalmente il Triangolo proposto fosse equilatero, è manifesto che gli angoli sariano eguali, e ciascuno la terza parte di due retti, cioè G. 60. Mà se il Triangolo fosse equicrure, come, ADB, facilmente, date in esse tre cose, purche non siano li tre angoli, s'hau-

haurãno le tre rimanenti mediante il perpendicolo, A E, tirato dal commune termine de lati eguali, poiche quello ſepara, A D B, in due rettangoli. ne quali vengono ſempre due coſe note, come à chi lo conſiderarà ſarà manifeſto.

ANNOTATIONE PRIMA.

Circa il Perpendicolo.

PErchè ſi adopera il perpendicolo tanto intorno alli Triangoli piani, quanto sferici, quando gli Obliquangoli ſi vogliono ridurre à Rettãgoli, perciò due coſe ſi deuono principalmente auuertire circa di eſſo, prima d'onde ſi habbi à tirare, e poi ſe caſchi dentro, ò fuori del Triangolo propoſto. Quanto al primo generalmente ſi tira il perpendico o in modo che in vno delli Triangoli rettangoli, ch'egli conſtituiſce reſtino due coſe note oltre l'angolo retto. E così dati tre lati nei Piani ſi tira il perpendicolo ſopra il maſsimo lato dall'angolo oppoſto: Mà ne Sfe-

ne Sferici, dati tre lati, ſi tira dà qualunque delli angoli ſopra il lato oppoſto. Così, dati due lati con vn angolo oppoſto, o due angoli con vn lato oppoſto, ſi tira dal commune termine de lati ſopra la baſe tanto ne Piani, quanto ne' Sferici. Mà, dati due lati con l'angolo compreſo, ſi tira dal termine non commune di qualunque de lati ſopra l'altro lato: come anco, dati due angoli con la baſe aggiacente, ſi tira dà qualunque delli angoli dati ſopra il lato oppoſto, tanto ne Piani, quanto ne ſferici. Quanto al ſecondo poi è Regola generale ne Piani, e Sferici che, quando gli angoli aggiacenti al lato, ſopra il quale caſca il perpendicolo ſono ambidue dell'iſteſſa ſpecie, eſſo caſca dentro il Triangolo, & eſſendo eſsi di ſpecie diuerſa, caſca fuori. Mà quando non ſi ſapi la conditione di detti angoli, il calcolo dimoſtra ſe caſca dentro, ò fuori, come auuiene, dati due lati intorno l'angolo acuto tanto ne Piani, quanto ne Sferici, poiche cadendo dall'eſtremo non commune di

vno

vno de lati sopra l'altro lato, se la retta, ò l'arco rinchiuso frà il perpendicolo, e l'angolo verticale è maggiore del lato sopra il quale casca, anderà fuori, come anco se l'angolo rinchiuso dal perpendicolo, e lato, dal quale esso casca sarà maggiore dell'angolo rinchiuso dà esso lato, e dalla base: Mà se quella, ò quello sarà minore cascherà dentro. E l'istesso auuiene tanto ne Piani, quanto ne Sferici, data la base, con li angoli ad essa aggiacenti, e dati tre lati ne Sferici.

ANNOTATIONE SECONDA

Circa il Triangolo Vicario per li Sferici.

PErche le Regole de Sferici non sono tutte applicabili ad ogni Triãgolo, mà alcune lo richiedono conditionato, come in esse si vede, acciò siano vniuersali si deue notare come si sostituisca in tal caso alla solutione il Triangolo congruo, quale chiamo Vicario. Ne Triangoli rettangoli sferici

paun-

adunque, che richiedono, che ciascuna parte sia minore del quadrante, come sono tutte, eccettuate la 1. 4. 6. 8. 11. 12. 13. e 16. ciò si ottenerà mentre si facci, che i lati, ò gli angoli obliqui siano minori del quadrante, il che si haurà, come si può intendere in questa figura, nella quale sia, DBE, Triãgolo Sferico rettãgolo in, B, con li due lati, DB, BE, maggiori del quadrãte, continuãdoli dunque sino in H, loro cõcorso, sarà il Triangolo Vicario DHE, ch'haurà i lati, DH, HE, minori del quadrante, cõp. al me-

al mezo cerchio di D B, B E, e gli angoli, H D E, H E D, saranno acuti, e la base, D E, minore pure del quadrante per la 3. Annot. seguente. Ma se il Triangolo rettangolo fosse, D B C, con, D B, maggiore, &, B C, minore del quadrante, continuati gli archi, D B, D C, sino al concorso in, A, sarà il Triãgolo Vicario, C B A, con le parti minori del quadrante, e l'istessa commutatione si haurà riguardando alli angoli obliqui in cambio de lati, conformandosi essi angoli sempre di specie con i lati opposti per l'Annotat. 3. susseguente.

Quanto poi alli Obliquangoli Sferici, se la conditione sarà che siano dati due lati, o due angoli minori del quadrante, & il proposto Triangolo sarà come, B D E, obliquangolo, nel quale, B D, B E, siano maggiori del quadrante, ò li angoli, B D E, B E D, ottusi, il Triangolo Vicario sarà, D H E, i cui lati, D H, H E, saranno minori del quadrante, e li angoli, H D E, H E D, acuti. Mà se fosse come, B D C, con

B D, maggiore, &, B C, minore del quadrante, ò con, B C D, ottuſo, &, B D C, acuto, il Triangolo Vicario ſaria, B C A, con, B C, B A, lati minori del quadrante, e con, B C A, B A C, acuti. Se poi là conditione ſarà, che ſiano dati due lati, vno de quali almeno ſia minore del quadrante, e quelli intorno l'angolo verticale acuto; Ouero, che la baſe ſia minore del quadrante con vno almeno delli angoli aggiacenti acuti, ſe ſarà propoſto il Triangolo come, B D E, con, B D, B E, maggiori del quadrante intorno, D B E, acuto; ouero còn, B D E, B E D, ottuſi aggiacenti alla baſe, D E, minore del quadrante, ſarà il Triangolo Vicario, D H E. Mà ſe quelli foſſero intorno l'angolo, B, ottuſo, ò queſti aggiacenti alla baſe, D E, maggiore del quadrante, prolongati, D B, D E, ſino al concorſo, ſaria il Triangolo Vicario il fatto dà tale concorſo, aggiacente al lato, B E. Ma ſe de lati vno foſſe minore, e l'altro maggiore del quadrante, o delli angoli vn'acuto, e l'altro ottuſo, ma quelli

intor-

intorno l'angolo ottuso, come, B, e questi aggiacenti alla base come, D C, nel Triangolo, B D C, maggiore del quadrante, il Triangolo Vicario saria, B C A. Le parti poi del Triangolo Vicario notificate ci danno note ancora le parti del proposto Triangolo, poiche, ò sono communi ad ambedue, ouero comp. al mezo cerchio l'vne dell'altre, come dalla proposta figura si può facilmente comprendere.

***

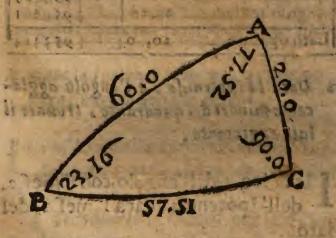
ANNOTATIONE TERZA

Circa la ſpecie ne Triangoli Sferici Ret-tangoli.

IN queſti i lati concordano di ſpecie ciaſcuno con il ſuo angolo oppoſto, e conuerſamente. E così i lati frà loro, e gli angoli obliqui frà loro, quando la Ipotenuſa è minore del quadrante, concordano di ſpecie, e diſcordano quando eſſa è maggiore del quadrãte. Mà quando la Ipotenuſa ſia quadrante, vno de lati è quadrante, & vno delli angoli aggiacenti ad eſſa è retto, e conuerſamente. Vedi il Dirett. nella Parte Terza al Cap. 1. verſo il fine.

RE-

REGOLE
PER I TRIANGOLI SFERICI RETTANGOLI.

Esſemplificate ſopra queſta Figura.

1 *Data la Ipotenuſa, e l'angolo aggiacente, trouare il lato oppoſto all' angolo.*

IL log. dell' angolo, & Ipotenuſa darà il log. del lato oppoſto.

1 *Secondaria*. Ouero per la 3. Regola cercaremo l'altr' angolo obliquo, e poi per la 2. il lato aggiacente, che sarà l'opposto all' angolo dato.

Gli essempij poi eccettuata la Reg. 6. 11. e 16. saranno sopra le Regole primarie.

Ipotenusa	G. 60. 0	l	993753
Angolo aggiac.	23.16	l	959661
Lato opposto	20. 01	l	953414

2 ***Data la Ipotenusa, e l'angolo aggiacente minori del quadrante, trouare il lato aggiacente.***

IL res. log. 2. dell'angolo, con il mes. 2. dell' Ipotenusa, darà il mes. 2. del lato.

Ipotenusa	G. 60. 0	m 2	976144
Angolo aggiacente	23.16	r l 2	003684
Lato aggiacente	57.51	m 2	979828

3 *Da-*

3 *Data la Ipotenusa, e l'angolo aggiacente minori del quadrante, trouare l'altro angolo obliquo.*

IL log. 2. dell' Ipotenusa, con il mes. dell'angolo, darà il mes. 2. dell'angolo.

Ipotenusa	G. 60. 0	l 2	969897
Angolo aggiac.	23.16	m	963345
Angolo rimanente	77.52	m 2	933242

4 *Data la Ipotenusa, & vno de lati, trouare l'angolo opposto al lato.*

IL res. log. della Ipotenusa, con il log. del lato, darà il log. dell'angolo opposto.

4 *Secondaria.* Ouero per la 6. Secondaria cercaremo il terzo lato, e poi per la 5. l'angolo aggiacente.

Ipotenusa	G. 60. 0	r l	006247
Lato	57.51	l	992771
Angolo opposto	77 52	l	999018

5 ***Data la Ipotenusa, & vno de lati minore del quadrante, trouare l'angolo aggiacente al lato.***

IL mes. del lato, con il mes. 2. dell' Ipotenusa darà il log. 2. dell'angolo aggiacente.

5 ***Secondaria.*** Ouero per la 6. secondaria cercaremo il terzo lato, e poi per la 4. l'angolo opposto al lato, che sarà l'aggiacente al lato dato.

	G.		
Ipotenusa	60. 0	m 2	976144
Lato	57.51	m	1020168
Ang. aggiac. al lato	23.17	l 2	996312

6 ***Data la Ipotenusa, & vno de lati, trouare il lato rimanente.***

IL res. log. 2. del lato con il log. 2. della Ipotenusa, darà il log. 2. del lato rimanente.

6 ***Secondaria.*** Ouero dati gl'istessi, ma ciascuno minore del quadrante il mes. della semisomma, con il mes. della semidifferenza della Ipotenusa, e del

e del lato noto, darà il doppio del mes. della metà del lato rimanente.

In questa poi si deue lasciare nella somma l'vnità nel settimo luogo à man sinistra.

Ipotenusa	G. 60. 0	l 2	969897
Lato	57.51	r l 2	027398
Lato rimanente	20. 1	l 2	997295

Sem. dell'Ip. e lat. dati	G. 40. 0	m	992381
Semidifferenza loro	20. 0	m	956107
Doppio. Lato	57.51	mm	1948488
Semilato cercato	28.55 $\frac{1}{2}$	m	974244

7 *Dato vno de lati, e l'angolo aggiacente minori del quadrante, trouare il lato rimanente.*

IL log. del lato, con il mes. dell'angolo aggiacente, darà il mes. del lato rimanente.

Lato	G. 20. 0	l	953405
Angolo aggiacente	77.52	m	1066758
Lato rimanente	57.51	m	1020163

8 *Dato uno de lati, e l'angolo aggiacente, trouare l'angolo opposto al lato dato.*

IL log. dell'angolo aggiacente, con il log. 2 del lato, darà il log. 2. dell'angolo opposto al lato dato.

8 *Secondaria*. Ouero per la 7. cercaremo il lato rimanente, e poi per la 14. l'angolo opposto al dato lato.

Lato dato	G. 20. 0	l 2	997299
Ang aggiac. al lat. dat.	77.52	l	999019
Ang. opp. al lato dato	23.16	l 2	996318

9 *Dato uno de lati, e l'angolo aggiacente minori del quadrante, trouare la Ipotenusa.*

IL log. 2. dell'angolo aggiacente, con il mes. 2. del lato, darà il mes. 2. dell'Ipotenusa.

Lato dato	G. 20. 0	m 2	1043897
Angolo aggiacente	77.52	l 2	932261
Ipotenusa	60. 0	m 2	976154

10 Dato vno de lati, con l'angolo opposto, e la specie di vno de requisiti (ciascuno però minore del quadrante) trouare il lato rimanente.

IL mes.2. dell' angolo, con il mes.del lato darà il log.del lato rimanente.

10 *Secondaria*. Ouero per la 11. secondaria cercaremo l'Ipotenusa, e poi per la 2. il lato rimanente.

Lato dato	G. 20. 0	m	956107
Angolo opposto	23.16	m 2	1036655
Lato rimanente	57.50	l	992762

11 Dato vno de lati, con l'angolo opposto, e la specie di vno de requisiti, trouare la Ipotenusa.

IL log. del lato dato, con il res. log. dell' angolo oppostoli, darà il log. dell' Ipotenusa.

11 *Secondaria*. Ouero dati gl'istessi, ma ciascuno minore del quadrante il mes. della semisomma con il mes. della semidifferenza del lato, & angolo

dato, farà il doppio del mes. del semicompimento della Ipotenusa. Ricordisi poi quà di lasciare la solita vnità.

Lato dato	G. 20. 0	l	953405
Angolo opposto	23.16	rl	040339
Ipotenusa	59.59	l	1993744

Sem. del lat. & ang. d. G. 21.38		m2	1040165
Semidifferenza loro	1.38	m	845507
Doppio. Cóp. dell'Ip. 30. 0		mm	1885672
Semicomp. della Ipot. 15. 0		m	942836

12 *Dato vno de lati, con l'angolo opposto, e la specie di vno de requisiti, trouare l'angolo rimanente.*

IL res. log. 2. del lato dato, con il log. 2. dell'angolo opposto, darà il log. dell'angolo rimanente.

12 *Secondaria*. Ouero per la 11. secondaria cercaremo l'Ipotenusa, e poi per la 3. l'angolo rimanente.

Lato

Lato dato	G. 20. 0	r l 2	002701
Angolo oppoſto	23.16	12	996316
Angolo rimanente	77.51	1	1999017

13 ***Dati ambedue i lati, trouare la Ipotenuſa.***

I Log. ſecondi de lati daranno il log. 2. della Ipotenuſa.

13 ***Secondaria.*** Ouero per la 14. ſeguente trouaremo vno delli angoli obliqui, e poi per la 9. la Ipotenuſa.

Lato	G 20. 0	12	997299
Lato rimanente	57.51	12	972602
Ipotenuſa	60. 0	12	969901

14 ***Dati ambedue i lati minori del quadrante, trouare l'angolo oppoſto à qualunque di eſſi.***

IL meſ. del lato oppoſto all' angolo ricercato, con il reſ. log. dell'altro lato, darà il meſ. dell'angolo, che ſi vuole.

Lato

Lato opp. all'ang. cerc. G. 20. 0		m	956107
Lato rimanente	57.51	r	007229
Angolo ricercato	23.16	m	1963336

15 *Dati li due angoli obliqui minori del quadrante, trouare la Ipotenusa.*

LI mes. secondi delli angoli obliqui daranno il log. 2. della Ipotenusa.

15 *Secondaria*. Ouero per la 16. secondaria seguente cercaremo vno de lati, e poi per la 9. la Ipotenusa.

Angolo obliquo G.	23.16	m 2	1036655
Ang. rimanéte obliq.	77.52	m 2	933242
Ipotenusa	30. 0	2	969897

16 *Dati li due angoli obliqui, trouare il lato opposto à qualunque di essi.*

IL log. 2. dell' angolo opposto al lato ricercato, con il res. log. dell' angolo rimanente, darà il log. 2. del lato, che si cerca.

16 *Secondaria*. Ouero dati gl' istessi,

si, ciascuno però minore del quadrante, il mes. della semisomma, con il mes. della semidifferenza dell'angolo opposto al lato ricarcato, e del comp. dell'angolo rimanente, darà il doppio del mes. del semilato ricercato. E quì ricordisi pure di lasciare nella somma l'vnità &c.

Ang. opp al lat. ric. B. G.	23.16	l 2	996316
Angolo rimanente, A.	77.52	r l	000981
Lato ricercato	20. 01	l 2	997297

Sem. di, B. e del cōp. di, A. G.	17.42	m	950398
Semidifferenza loro	5.34	m	898884
Doppio. Lato intiero.	20.0	mm	1849282
Semilato	10.0	m	924641

REGOLA GENERALE.

IN ogni Triangolo sferico rettangolo, ò che habbi la base quadrante, di lati però ciascuno minori del quadrante, escluso l'angolo retto, ò la base quadrante, come se non vi fosse, e ritenute le due parti vicine all'angolo ret-

to,

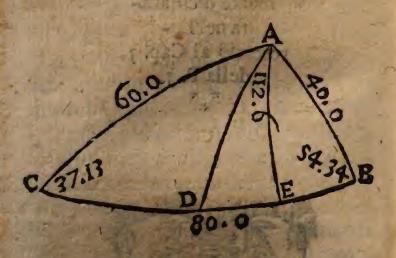
-to,ò quadrante (cioè per essempio nel soprapposto Triangolo rettangolo, A B C, ritenuti i lati, A C, C B) come stanno, ma cambiate le tre più lontane dall'angolo retto, ò quadrante, cioè li due angoli, B, A, e l'Ipotenusa, B A, ne' suoi compimenti. Sarà sempre il log. di qual si voglia delle dette cinque parti, ò lato, ò angolo, che sia, insieme con il log. del seno toto, eguale alli mes. delle due parti laterali destra, e sinistra vicine, & à i log. 2. delle due parti laterali destra, e sinistra lontane. Come nel Triangolo, A B C, sarà il log. per essempio del lato, A C, con il log. del seno toto, eguale al mes. del comp. dell'angolo, A, parte destra vicina, con il mes. del lato, B C, parte sinistra vicina, non si mentouando l'angolo retto. E similmẽte eguale al log. 2. del comp. dell' angolo, B (che è log. pure di, B) sinistra lontana, e così nelle altre parti. Si che giungendo i mes. delle estreme vicine, ò i log. 2. delle estreme lontane, n'hauremo il log. della intermedia, ouero leuando il mes. di vna delle estreme

vici-

vicine dal log. dell' intermedia, n'haueremo il log. 2. dell' altra estrema lontana. Si che, date due qualunque di esse parti, n'hauremo per additione, ò sottrattione la rimanente, cioè scioglieremo tutt'i Problemi de Sferici rettangoli con questa Regola sola. La quale dottrina viene da me più diffusamente dichiarata nel Direttorio al Cap. 3. della P. 3.

* * *

RE-

REGOLE
PER I TRIANGOLI SFERICI OBLIQVANGOLI,
Con gli Essempii sopra questa Figura.

1 *Dati due lati, con vn' angolo opposto à vno di essi, e con la specie dell' opposto all' altro lato, trouare l'angolo opposto al detto lato rimanente.*

IL res. log. del lato opposto all' angolo dato, con il log. di esso angolo, e con il

il log del lato rimanente, darà il log. dell'angolo ricercato di specie nota, come si suppone.

1 *Secondaria.* Ouero per la 3. seguente cercaremo il primo, e secondo angolo opposti alli casi, come in questa Figura, C A E, E A B, e dipoi il res. log. del primo angolo, C A E, con il log. del secondo angolo, E A B, e con il log. 2. dell'angolo noto, che sia, C, darà il log. 2. dell'angolo, che si cerca, che sia, B, di specie nota. L'Essempio poi è solo sopra la Reg. primaria.

Lato opposto	G.40. 0	r l	019193
Angolo dato	37.13	l	978163
Lato rimanente	60. 0	l	993753
Angolo ricercato	54.34	l	1991109

2 *Dati due lati ciascuno minori del quadrante, con vn' angolo opposto à vno di essi, e con la specie dell'opposto all' altro, trouare la base.*

IL res. log. 2. dell'angolo dato, con il mes. 2. del lato aggiacente ad esso, da-

darà il mes.2.di vn primo arco. Dipoi il res.log.2. del detto lato aggiacente, con il log.2.dell'altro lato, e con il log. 2 del primo arco darà il log.2.di vn secondo arco minore del quadrante; la somma del quale, e del primo arco, quando gli angoli opposti à i lati dati sono dell'istessa specie, ò la differenza essendo di diuersa, sarà la base, che si cerca.

2 *Secondaria*. Ouero, trouato per l'anteced. l'angolo opposto all'altro lato, il res. log. della differenza delli angoli alla base, con il log. del loro aggregato, e con il mes. della semisomma, e semidifferenza de lati, darà il doppio del mes. della semibase, douendosi nella somma lasciare la solita vnità &c.

Ang.dat.G.	54.34	r l2	023676			
Lato agg.	40. 0	m2	1007619	rl2	011575	
1. Arco	25.56	m2	1031295	l2	995387	
Lato riman.	60. 0			l2	969897	
2. Arco	54.4			l2	976859	
Bas.som.d.arc.	80.0					

An-

Angolo dato	G.37.13		
Ang.notif.per la p.	54.34		
Aggregato	91.47	l	999979
Differenza	17.21	r l	052548
Lato	60. o		
Lato rimanente	40. o		
Somma	100. o		
Differenza	20. o		
Semisomma	50. o	m	1007619
Semidifferenza	10. o	m	924632
Doppio. Base	80. o	m m	1984778
Semibase	40. o	m	992389

3 *Dati due lati ciascuno minore del quadrante, con vn' angolo opposto à vno di essi, e con la specie dell' opposto all' altro, trouare l'angolo verticale.*

IL mes. dell' angolo dato, ò rimanente al mezocerchio, quando sia ottuso, con il log. 2. del lato aggiacente, darà il mes. 2. di vn primo angolo. Dipoi il mes. del lato aggiacente all'angolo dato, con il mes. 2. dell' altro lato, e con il log. 2. del primo angolo, darà il log. 2. di vn secondo angolo acuto, la somma del

del quale, e del primo angolo, quando gli angoli opposti alli dati lati siano dell' istessa specie, ò la differenza, essendo di specie diuersa, sarà l'angolo ricercato.

3 *Secondaria*. Ouero trouato per la prima l'angolo opposto all' altro lato; il res. log. della differenza de lati, con il log. dell' aggregato di essi, e con il mes. della semisomma, e mes. della semidifferenza delli angoli alla base, darà il doppio del mes. 2. del semiangolo verticale.

Ang. dat. G	54.34	m	1014780		
Lato agg.	80. 0	l 2	923967	m	1705368
1. Ang. tr.	76.17	m2	938747	l 2	937497
Lato rim.	60. 0			m2	976144
2. Ang. trou.	39. 4			l 2	989000
Diff. Ang. v.	37.13				

Lato

Lato	G. 60 0		
Lato rimanente	40. 0		
Aggregato	100. 0	l	999335
Differenza	20. 0	rl	046595
Angolo dato	37.13		
Ang.notif. per la 1.	54.34		
Somma	91.47		
Differenza	17.21		
Semisomma	45.53 $\frac{1}{2}$	m	1081352
Semidifferenza	8.40 $\frac{1}{2}$	m	918349
Doppio. Ang.vert.	112. 6	mm2	1965631
Semiangolo vert.	56. 3	m 2	982815

4 *Dati due angoli, con vn lato opposto à vna di essi, e con la specie dell' opposto all' altro angolo, trouare il lato rimanente.*

IL ref. log. dell'angolo opposto al lato dato, con il log. dell' istesso lato dato, e con il log. dell' altro angolo dato, farà il log. del lato ricercato di specie nota, come si suppone.

4 *Secondaria*. Ouero per la 5. susseguente cercaremo il primo, e secondo arco, dipoi il ref. log. 2. del primo

arco

arco con il log. 2. del secondo arco, e cõ il log. 2. del lato dato, farà il log. 2. del lato, che si cerca di specie nota, come si suppone. L'essempio poi è solo sopra la Reg. primaria.

Ang. opp. al lato dato G.	37. 13	r l	021837
Lato dato	40. 0	l	980807
Ang. rimanente	54. 34	l	991105
Lato ricercato	60. 0	l	993749

5 *Dati due angoli acuti, con vn lato opposto à vno di essi, e con la specie dell' opposto all' altro angolo, trouare la base aggiacente.*

IL res. log. 2. dell'angolo aggiacente al lato dato, con il mes. 2. pure del lato dato, ò rimanente al mezocerchio, essendo esso maggiore del quadrante, darà il mes. 2. di vn primo arco. Dipoi il mes. pure dell' angolo aggiacente al lato dato, con il mes. 2. dell' altro angolo dato, e con il log. del primo arco, farà il log. di vn secondo arco, che si conformarà di specie con il lato non dato;

dato; la somma del quale, e del primo arco, quando il lato dato è minore del quadrante, ò la somma dell'istesso, e del comp. al mezocerchio del primo arco, quando il lato dato è maggiore del quadrante, sarà la base aggiacente, che si cerca.

5 ***Secondaria***. Ouero, trouato per la 4. il lato opposto all' altro angolo, il res. log. della differenza delli angoli alla base, con il log. dello aggregato, e con il mes. della semisomma, e mes. della semidifferenza de lati, darà il doppio del mes. della semibase.

L' Essempio è l'istesso, che quello della seconda secondaria, solo differente, che quì in vece dell'angolo si deue notificare il lato ignoto, e questo quà serue per la primaria.

Latodat. G. 40. 0	mt	1007619			
Ang. agg. 54.34	rl 2	023676	m	1014780	
1. arco tr. 25.57	m2	1031295	l	964093	
Ang. rim. 37.13			m2	1011947	
2. arc. trou. 54. 3			l	990820	
Bas. so. d. a. 80. 0					

6 Dati due angoli acuti con vn lato opposto à vno di essi, e con la specie dell'opposto all'altro angolo, trouare il terzo angolo.

IL log. 2. del lato dato, con il mes. dell'angolo aggiacente ad esso, darà il mes. 2. di vn primo angolo. Dipoi il res. log. 2. del detto angolo aggiacente al lato dato, con il log. 2. dell'altro angolo dato, e con il log. del primo angolo ritrouato, ci darà il log. di vn secondo angolo, che si conformarà di specie con il lato non dato, la somma del quale, e del primo angolo, quando il lato dato è minore del quadrante, ò la somma di esso, e del comp. al mezocerchio di esso primo angolo, quando il lato dato è maggiore del quadrāte; sarà l'angolo ricercato.

6 Secondaria. Ouero, trouato per la 4. il lato opposto all'altro angolo; il res. log. della differenza de lati, con il log. dell'aggregato di essi, e con il mes. della semisomma, e mes. della semidifferenza delli angoli alla base, darà

rà il doppio del mes. 2. del semiangolo verticale.

L'essempio è l'istesso, che quello della 3. secondaria, solo differente, che quì in vece dell' angolo si deue prima notificare il lato ignoto, e questo quà serue per la primaria.

Lato dat. G. 40.	0	l 2	988425		
Ang. agg.	54.24	m	1014780	rl2	023676
1. Ang. tr.	42.53	m2	1003205	l	983283
Ang. rim.	37.13			l2	990111
2. Ang. trou.	69.12			l	997070
Ang. v. s &c.	112.5				

7 ***Dati due lati, che insieme siano minori del mezocerchio, con l'angolo da loro compreso, trouare ambidue gli angoli alla base in compagnia.***

IL res. log. 2. della semisomma de lati, con il log. 2. della semidifferenza di essi, e con il mes. 2. del semiangolo verticale, darà il mes. della semisomma delli angoli alla base. Dipoi il res. log. della semisomma de lati, con il

log. della loro ſemidifferenza, e meſ. 2. del semiangolo verticale, darà il meſ. della semidifferenza delli angoli alla baſe, la quale giunta alla semiſommà farà l'angolo maggiore, e leuata da eſſa farà l'angolo minore.

Lato G.40. 0					
Lato rim. 60. 0					
Somma 100. 0					
Differ. 20. 0					
Semiſom. 50 0	rl2	019193	rl	011575
Semidiff. 10. 0	l 2	999335	l	913067
Semiang.v. 56. 3	m2	982877	m2	982817
Sem d an. 45. 53 $\frac{1}{4}$	m	1001345		
Sem. loro 8. 40 $\frac{1}{2}$			m	918359
Ang. mag. 54. 34				
Ang. min. 37. 13				

8 *Dati due lati, vno de quali almeno ſia minore del quadrante, con l'angolo da loro compreſo acuto, trouare la baſe.*

IL reſ. log. 2. dell'angolo verticale, con il meſ. 2. del primo lato, che ſia quello, che è minore del quadrante, darà il meſ. 2. del primo caſo. Dipoi il reſ. log.

2. di

Obliquangol.

2. di esso primo caso, con il log. 2. della differenza di esso, e del secondo lato (che è il secondo caso) e con il log. 2. del primo lato, darà il log. 2. della base, di specie conforme al secondo caso.

8 ***Secondaria***. Ouero i log. de lati, con il doppio del log. del semiangolo verticale, darãno il mes. di vn primo arco. Dipoi il doppio del log. della semidifferenza de lati (leuata la solita vnità &c.) come mes. darà vn secondo arco. E finalmente il log. dell'aggregato de gl'inuentati archi, con il res. log. tanto del primo, quanto del secondo arco, darà vn log. al quale giunto il log. del seno toto, cioè la solita vnità &c. la metà di esso sarà log. della semibase. Vedete la pag. 202 Centuria.

Ang. ver. G. 37. 13	rl2	009889			
1. lato 60. 0	m2	976144		l 2	969897
1. caso 54. $3\frac{1}{2}$	m2	986033		rl2	023139
2. lato 80. 0					
Dif. 2. cas. 25. $56\frac{1}{2}$				l 2	995388
Base 40. 0				l 2	1988424

Lato G. 40. 0	l	930807		
Lato rim. 60. 0	l	993753		
Semiang.v. 56. 3	ll	193766		
1.arco tr. 20 57 $\frac{1}{2}$	m	958326	rl2	002972
Sem.de lat. 10. 0	ll	847934	A	
A m d. il 2.a. 1.44			rl2	000020
Agg.d a. 22.41 $\frac{1}{2}$			l	958633
Dopp. Baſ. 80. 0			ll	1961625
Semibaſe 40. 0			l	980312

9 ***Dati due lati, vno de quali almeno ſia minore del quadrante, con l'angolo da loro compreſo acuto, trouare qualunque delli angoli alla baſe.***

IL reſ. log. 2. dell' angolo verticale, con il meſ. 2. del primo lato, cioè di quello, che ſi oppone all' angolo ricercato, darà il meſ. 2. del primo caſo; Ouero (quando il primo lato è maggiore del quadrante) con il meſ. 2. del compim. al mezocerchio del primo lato, darà il meſ. 2. del compim. al mezocerchio del primo caſo. Dipoi il reſ. log. di eſſo primo caſo, con il

il log.della differenza di eſſo, e del ſecondo lato, che è il secondo caſo, e con il meſ.2. dell' angolo verticale, darà il meſ.2. di vn' angolo, che sarà l'angolo ricercato, fuorche quando il primo caſo ſia maggiore del secondo lato, che sarà il comp.di eſſo al mezocerchio.

Ang.v.	G.54.34	rl2	023676	m2	985220
1.lato	40. 0	m2	1007619		
1.Caſo	25.56 $\frac{1}{2}$	m2	1031295	r l	035907
2.lato	80. 0				
Differen.	54.3 $\frac{1}{2}$			l	990827
Ang.cerc.	37.13			m2	1011954

10 ***Dati due angoli, che inſieme ſiano minori del mezocerchio, con la baſe aggiacente, trouare ambidua i lati in compagnia.***

IL reſ. log. 2. della semiſomma delli angoli dati, con il log 2. della semidifferenza di esſi, e con il meſ. della semibaſe darà il meſ della semiſomma de lati. Dipoi il reſ.log. della semiſomma delli angoli dati, con il log.

della loro semidifferenza, e con il mes. della semibase, darà il mes. della semidifferenza de medesimi lati, la quale giunta alla semisomma farà il lato maggiore, e leuata da essa il lato minore.

Angolo G.	54.34
Ang.rim.	37.13
Somma	91.47
Differenza	17.21
Semisom.	45.53 $\frac{1}{2}$
Semidiff.	8.40 $\frac{1}{2}$
Semibase	40.0
Sem.de lat.	50. 0
Semidiff.	10. 0
Lato mag.	60. 0
Lato min.	40. 0

rl2	015738	r l	014386
l 2	999500	l	917849
m	992381	m	992381
m	1007619		
		m	924616

11 *Dati due angoli, vno de' quali almeno sia acuto, con la base aggiacente minore del quadrante, trouare l'angolo verticale.*

IL mes. del primo angolo dato acuto, con il log. 2. della base, darà il mes.

2. del

Obliquangoli

2.del primo angolo trouato. Dipoi il res. log. di esso primo angolo trouato, con il log.della differenza di esso, e del secondo angolo dato (che è il secondo angolo trouato) e con il log. 2. del primo angolo dato acuto, darà il log. 2. dell'angolo ricercato, che sarà sempre acuto, fuorche quando il primo angolo trouato sarà maggiore del secondo angolo dato, poiche all'hora sarà ottuso.

11 *Secondaria*. Ouero i log. delli angoli dati, con il doppio del log. 2. della semibase, darà il mes. di vn primo arco. Dipoi il doppio del log. della semidifferenza delli angoli dati (leuata la solita vnità &c.) come mes. darà vn secondo arco. E finalmente il log. dell'aggregato dell'inuentati archi, con il res. log. tanto dal primo, quanto del secondo arco darà vn log. al quale giunto il log. del Seno toto, cioè la solita vnità &c. la metà di esso sarà il log. 2. del semiangolo verticale.

Vedeci la pag. 217, et 221 della Centuria.

1.Ang.d.a.G. 37.13	m	988053	l 2	990111
Base 60. 0	l 2	969897		
1. Ang. trou. 69.12	m2	957950	r l	002927
Ang.2.dato 112. 6				
Dif.2.ang.tr.42.54			l	983297
Ang.vertic. 54.341	l		l l 2	976335

1.Ang. G. 37.13	l	978163		
2.Ang. 54 34	l	991105		
Semibase 40. 0	ll2	1976850		
1.Arco 16.8	m	946118	rl2	001745
Sem.d.ang. 8.40½	ll	835698	A	
A m dà il 2.a.1.18			rl2	000011
Som.d arc. 27.26			l	947654
Dop.Ang.v. 112.6			ll2	1949410
Semiang.v. 56. 3			l 2	974705

12 *Dati due angoli, vno de' quali almeno sia acuto, con la base aggiacente minore del quadrante, trouare qualunque de lati.*

IL mes. del primo angolo dato, cioè di quello, al quale si oppone il lato ricercato, e del rimanente al mezocerchio, quando quello è ottuso, con il log. 2, della base, darà il mes. 2. di vn pri-

Obliquangol

primo angolo. Dipoi il res. log. 2. del detto primo angolo trouato, con il log. 2. della differenza di esso, e del secondo angolo dato, quando si cerca il lato opposto all' acuto, ò della somma di esso, e del secondo angolo dato, quando si cerca il lato opposto all'ottuso (la quale somma, ò differenza è il secondo angolo trouato) e con il mes. 2. della base, darà il mes 2. del lato ricercato, ouero del comp. al mezocerchio di esso lato ricercato, quando la detta sõma, ò differenza sia maggiore del quadrante.

Compim. di A. al m. c.	G. 67. 54	m	1039141		
Base	40. 0	l 2	988425	m2	1007619
1. Ang. tr.	27. 55 $\frac{1}{2}$	m2	1027566	rl2	005377
2. Ang. dat.	54. 34				
Somma	82. 29 $\frac{1}{2}$			l 2	911618
Lato rice.	80. 0	l		m2	924614

13 *Dati tre lati trouare qualunq; angolo.*

IL res. log. di ciascuno de lati, che stanno intorno all' angolo ricercato, con

 il log.

il log. della semisomma, e log. della semidifferenza della base, e differenza de lati, darà il doppio del log. del semiangolo verticale ricercato.

13 *Secondaria*. Ouero il res. log. di ciascuno de lati, che stanno intorno all' angolo ricercato, con il log. della semisomma, e log. della semidifferenza della base, & aggregato de lati, darà il doppio del log. 2. del semiangolo verticale ricercato.

Lato	G. 40. 0	r l	019193
Lato rimanente	60. 0	r l	006247
Differenza loro	20. 0		
Base	80. 0		
Somma	100. 0		
Differenza	60. 0		
Semisomma	50. 0	l	988425
Semidifferenza	30. 0	l	969897
Doppio. Ang. vert.	112. 6	ll	1983762
Semiang. vert.	56. 3	l	991881

Lato

Lato G.	40. 0	r l	019193
Lato rimanente	60. 0	r l	006247
Aggregato de lati	100 0		
Base	80. 0		
Somma	180. 0		
Differenza	20. 0		
Semisomma	90. 0	l	1000000
Semidifferenza	10. 0	l	923967
Doppio. Ang. vert.	112. 6	l l 2	1949407
Semiang. vert.	56. 3	l 2	974703

14 ***Dati tre angoli, trouare qualunque lato, cioè la base.***

IL res. log. di ciascuno delli angoli alla base, con il log. della semisomma, & il log. della semidifferenza del comp. al mezocerchio dell' angolo verticale, e della differenza delli angoli alla base, darà il doppio del log. 2. della semibase.

14 ***Secondaria.*** Ouero il rè s. log. di ciascuno delli angoli alla base, con il log. della semisomma, e log. della semidifferenza del comp. al mezocerchio dell' angolo verticale, e dell' aggrega-

to delli angoli alla base, darà il doppio del log. della semibase.

Angolo G.	37.13	rl	021837
Angolo rimanente	54.34	rl	008895
Differenza	17.21		
C al m.ç.dell'ang.v.	67.54		
Somma	85.15		
Differenza	50.33		
Semisomma	42.37½	l	983071
Semidifferenza	25.16½	l	963039
Doppio. Base	80. 0	ll 2	1976842
Semibase	40. 0	l 2	988421

Angolo G.	37.13	rl	021837
Angolo rimanente	54.34	rl	008895
Aggregato	91.47		
C.al m.c.dell'ang.v.	67.54		
Somma	159.41		
Differenza	23.53		
Semisomma	79.50½	l	999314
Semidifferenza	11.56½	l	931579
Doppio. Base	80. 0	ll	1961625
Semibase	40. 0	l	980812

REGOLA GENERALISSIMA,

E compendiosissima per il calcolo de Triangoli Piani, e Sferici, da pratticarsi medianti due sole Regole per i Piani, e due sole per i Sferici.

PErche tutti li Triangoli piani, e sferici, si possono ridurre à Rettangoli, mediante il perpendicolo, perciò le due Regole generali poste di sopra per i Rettangoli, spediranno anco il calcolo delli Obliquangoli. Solo quando siano dati tre lati vi bisogna per i Piani la quarta Regola delli Obliquangoli Piani per ritrouare i casi del perpendicolo, fondata sopra l'Assioma 4. de Piani dimostrato nel Dirett. alla pag. 153. E per li Sferici vi bisogna il settimo de primi lemmi susseguen-

guenti da me dimostrato alla pag. 246. pur del Dirett. dal quale si deduce, che il mes. 2. della semibase vera, cō il mes. della semisōma, e mes. della semidifferenza de lati, ci darà il mes. della semibase alterna, la somma delle quali semibasi vera, & alterna è il caso maggiore del perpendicolo, e la differenza è il caso minore, onde viene il Triangolo obliquangolo à ridursi à due Rettangoli, e perciò ad essere solubile per la Reg. gener. de Rettangoli. Dati poi tre angoli ne Piani, non si hà se non la proportione de lati; e ne Sferici due angoli si commutano in due lati nel Triangolo reciproco dichiarato nel Dirett. alla pag. 182. & il comp. al mezocerchio del terzo angolo nel terzo lato, nel quale Triangolo reciproco cercati gli angoli opposti à i lati, quelli sono i lati del proposto Triangolo, e hauuto il terzo angolo opposto alla base, quello è il comp. al mezocerchio del terzo lato, onde questo si riduce al detto Problema. Dati tre lati &c. Chi dunque vedrà le tre sopraposte Anno-

tationi, con le due Regol. gener. per i Rettangoli Piani, e Sferici, il quarto Aſſ. de Piani, & il settimo de primi lemmi susseguenti, non haurà biſogno d'altro, volendo operare per le leggi de Rettangoli. Poiche è manifesto, come ſi è detto, che tutti gli Obliquangoli piani, e sferici, ſi poſſono ridurre à Rettangoli, ſi come è pur vero, che ſi poſſono ſciogliere i detti Problemi sẽza riduttione à Rettangoli, eccetto dati tre lati ne Piani.

Auuerto per fine poi, che chi non ſi voleſſe seruire del reſ.log. ò reſ. log. 2. ne detti calcoli, potrà in vece trouare il log. ò log. 2. e sottrarlo dalla somma de gli altri, che ne verrà l'iſteſſo, e ciò baſti quanto alla prattica delle Regole della Trigonometria.

*

R A-

RAGIONI
DELLE REGOLE
DEL SVDETTO COMPENDIO,
E prima di quelle de Triangoli piani rettangoli.

PEr sodisfattione ancora de gl' ingegni specolatiui, che amano di sapere sempre il perche di quello, che si fà, hò voluto soggiungere quà le ragioni delle precedenti Regole, e perche in buona parte si possono comprendere dal mio Direttorio, mi basterà per quelle accennare il luogo, doue si dimostrano, intendendo solo di metter quà ciò, che non si hà dal detto Direttorio, e questo per non accrescere superfluamente il volume. Generalmente adunque tutte le Regole si fondano sopra questo Assioma.

ASSIOMA GENERALE.

ESsendo quattro grandezze proportionali, i logaritmi delle due medie giunti insieme, sono eguali à i logaritmi delle due estreme giunti insieme. Ouero, essendo tre grandezze proportionali, il doppio del logaritmo della media è vguale à i logaritmi delle estreme giunti insieme. E questo si può intendere da quello, che s'insegna nella P. 1. del Direttorio al Cap. 4. verso il fine.

Adunque dal detto Assioma si deduce, che, proposte tre grandezze, e volendo la quarta proportionale, trouando il log. di ciascuna, basta sottrare dalla somma de logaritmi della 2. e 3. il log. della 1. e ne resterà il log. della 4. ouero volendo la terza proportionale di due proposte grandezze; basta sottrare il log. della 1 dalla somma de log. della 2. e 3. e restarà il log. della 4. Perche poi douendo sottrare vn numero da vn' altro, se in vece di sottrarlo, s'aggiunge più tosto il rimanente all'

vnità

vnità con tanti zeri, quante sono le figure del numero, dal quale si hà da sottrare, ne viene l'istesso resto, che verrebbe dalla detta sottrattione, però con vn' vnità di più nell' vltimo luogo à mano sinistra. Come per essempio, volendo sottrare 25. da 49. se aggiungo più tosto 75. (rimanente à 100. che nel Direttorio si chiama comp. aritmetico, e quà res. log. per i logaritmi) à 49. ne viene il numero 124. dal quale leuando l'vnità à mano sinistra nell'vltimo luogo resta 24. l'istesso, che viene sottrahendo 25. da 49. Perciò in vece di sottrare il log. della prima dalla somma de log. della 2. e 3. ouero dal doppio del log. della 2. più tosto quà aggiungiamo il res. log. della 1. con la detta somma, e ne viene il log. della 4. ò 3. proportionale con la detta vnità, che perciò si deue lasciare. E perche finalmente il log. di vn' arco sottratto dal doppio del log. del Seno toto lascia il log. della Secante 2. di quell' arco; e similmente il log. 2. di vn'arco sottratto dal doppio del log. del Seno toto lascia

ſcia pure il log. della Secante di quell' arco, e conuerſamente. Parimente il meſ. di vn' arco sottratto dall' iſteſſo doppio laſcia il m 2. di quell' arco, e conuerſamente, come ſi inſegna nel Direttorio alla pag.47.perciò volendo il log.della Secante 2.di vn'arco,prendo in vece il reſ. log. dell' arco, giungendole vn' vnità nell' vltimo luogo à mano ſiniſtra (e ciò perche quà non habbiamo i Tomologaritmi, cioè i log. delle Secanti, come nella Tauola Trigonometrica del Direttorio) e volendo il log.della Secante di vn'arco;prendo il reſ.log. 2.dell'arco; Volendo poi il reſ. log. della Secante 2. di vn' arco, poſſo pigliare il log. dell' arco, e per il reſ. log. della Secante prima, il log. 2. di quell'arco. Così il meſ. di vn' arco è reſ.meſ.della Tangente 2.& il meſ. 2. è reſ. meſ. della Tangente prima dell' iſteſſo arco, onde douendo sottrare vn meſ.da vna somma in vece li aggiungo il meſ.2.dell' iſteſſo arco, e douendo sottrare vn meſ. 2.aggiungo il meſ.dell'iſteſſo arco, e se bene vi è taluolta il

log.

log. del Seno toto di più, perche i log. delle Tangenti sopra g. 45. (il che accade anco per le Secanti) sono maggiori del log. del Seno toto, quello però fà crescere vn' vnità di più nell' vltimo luogo, e non altera le figure del log. che si cerca.

Inteso questo Assioma generale veniamo hora al particolare delle Regole. Quanto à quelle de rettãgoli adunque tutte si fondano sopra il primo Assioma de Triangoli piani dimostrato nel Direttorio alla pag. 100. il quale è questo.

ASSIOMA PRIMO DE PIANI.

NE' Triangoli piani rettangoli ogni lato si può mettere per Raggio, ò Seno toto (de quali chiamiamo Ipotenusa il lato opposto all' angolo retto, e lati quelli, che li stanno intorno) se mettiamo per Raggio l'Ipotenusa, i lati sono seni delli angoli contraposti. Ma se mettiamo per Raggio vnq de lati, il lato rimanente si fà Tangente, e l'Ipo-

l'Ipotenusa Secante dell'angolo aggiacente al Raggio.

Come poi si deducano le sette Regole de rettangoli da questo Assioma 1. ben che ciò sia facile intendere per l'Assioma gener. si può vedere nel Direttorio alle pag. 101. 102. e 103. il che perciò non starò quà à ripetere.

La 6. Secondaria poi si fonda sopra la penult. del Terzo delli Elementi, e s'intenderà risguardando la figura del Lemma A. posto quà da basso. Imperoche sia in quella il Triangolo B F O, rettangolo in F, e sopra il centro, O, con l'interuallo, O F, sia descritto il cerchio, F H G, la cui circonferenza tagli, B O, prolongata in H, G, sarà dunque il rettangolo sotto, G B, B H, eguale al quadrato di, B F, adunque, G B, à, B F, sarà come, B F, à, B H, adunque per l'Assioma gener. il log. di, G B, cioè il log. della somma della Ipotenusa, B O, e lato, O F, con il log. della loro differenza, B H, sarà il doppio del log. della media, B F, lato rimanente, come dice la Regola: Il re-

sto

ſto poi s'intenderà dalla Regola generale ſuſſeguente, caminando ſecondo che eſſa ci inſegna di fare.

La Regola generale ſuſſeguente adunque ſi conoſce eſſer vera, poiche eſſendo, per il ſudetto Aſsioma de piani, il Seno toto al Seno di qualſinoglia delli angoli obliqui del Triangolo rettangolo, come la Ipotenuſa al lato oppoſto al detto angolo, perciò ſarà il log. delli eſtremi, cioè del lato con il log. del Seno toto, eguale al log. dell' angolo oppoſto con il log. della Ipotenuſa, per l'Aſsioma gener. Similmente eſſendo come il Seno toto alla Tangente di vno delli angoli obliqui, così il lato aggiacente à quell' angolo al lato, che li è oppoſto, perciò il log. del lato oppoſto al detto angolo obliquo, con il log. del Seno toto, s'adegua al log. dell'altro lato con il meſ. dell' angolo oppoſto, come inſegna la Regola generale, la doue con ragione iui ſi conclude, che per additione, ò ſottrattione ſi poſſono ſciorre con queſta ſola Regola tutti i Problemi ſudetti de Triangoli rettangoli.

RA-

RAGIONI DELLE REGOLE

DE TRIANGOLI PIANI OBLIQVANGOLI.

QVeste si fondano tutte sopra il 2. 3. e 4. Assioma de Piani dimostrati nel Direttorio alla P. 2. ne i Cap. 3. 4. e 5. doue si deducono da detti Assiomi l'istesse Regole; onde non starò à ripetere quà le ragioni, che in quello si possono vedere.

RAGIONI DELLE REGOLE DE TRIANGOLI SFERICI RETTANGOLI.

TVtte le Regole poste de Sferici rettangoli, insieme con la generale, nascono da questo Assioma primo de Sferici, e dall' infrascritto Lemma. A.

ASSIOMA PRIMO DE TRIANGOLI SFERICI.

NE' Triangoli sferici rettangoli, che hanno alle basi il medesimo angolo acuto, i Seni delle Ipotenuse, e perpendicoli, sono frà di loro proportionali. E ne gl'istessi, i Seni delle basi, e le Tangenti de perpendicoli, sono pure proportionali. Quà però bisogna, che i perpendicoli non siano maggiori del quadrante.

Co-

Come poi le dette Regole si deducano dal detto Assioma si può vedere nel Direttorio alla P.3. e Cap 1. doue si è insieme prouata la verità di questo Assioma de Sferici publicato dal Nepero senza la dimostratione.

ASSIOMA SECONDO DE SFERICI.

NE Triangoli Sferici rettangoli (i cui lati però siano ciascuno minore del quadrante) ouero, che hanno vn lato solo quadrante, la Tangente di qualsiuoglia estrema vicina al Seno dell'intermedia è come il Seno toto alla Tangente dell' altra estrema vicina. Et il Seno 2. di qualsiuoglia estrema lontana al Seno della intermedia è come il Seno toto al Seno 2. dell'altra estrema lontana.

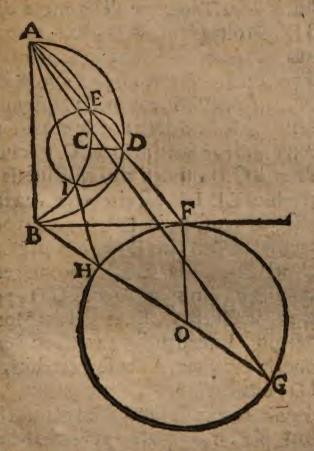
Onde per l'Assioma gener. il log. dell'intermedia con il log. del Seno toto sarà eguale à i mes. delle estreme vicine, & à i log. 2. delle estreme lontane, come dice la Regola generale, e

perciò si deduce con ragione, che per additione, ò sottratione scioglieremo tutt'i Problemi proposti de Triangoli sferici rettangoli con questa Regola sola.

Notisi poi circa la Reg. 6. de Rettangoli, che è differente da quella del Direttorio, la quale fondandosi sopra questa analogia. Che come il Seno toto al Seno 2. del lato dato, così è la Secante della Ipotenusa alla Secante dell'altro lato, si è mutata così per non dare in Secante. Sarà dunque conuersamente come il seno 2. del lato dato al Seno toto, così la Secante del lato ricercato alla Secante della Ipotenusa, cioè così il Seno 2. della Ipotenusa al Seno 2. del lato ricercato, per la 4. delle Analogie vniuersali poste nel Direttorio alla pag. 194. e perciò il res. log. 2. del lato dato con il log. 2. della Ipotenusa, darà il log. 2. del lato ricercato (per l'Assioma gener.) lasciando il log. del Seno toto, come dice la Regola 6. primaria. Le altre poi sono manifeste dal Direttorio nel luogo detto di sopra.

Re-

Reſtano poi le Regole 6. 11. e 16. secondarie, le quali ſi fondano ſopra queſto Lemma principalmente.

LEMMA. A.

Sia il Triangolo sferico rettangolo in, D, eſſo, C B D, eſſendo, C D, D B, lati ciaſcuno minore del quadrante. Di-

co, che il rettangolo sotto le Tangenti della semisomma, e semidifferenza della Ipotenusa, B C, e di qualunque de lati, come di, C D, è vguale al quadrato della Tangente della metà di, B D. Prolonghinsi, B D, B C, sino al concorso come in, A, segādosi i piani de mezicerchi, B C A, B D A, in, A B, diametro della Sfera, nella superficie della quale sono descritte le dette circonferenze, e fatto polo in, C, secondo l'arco, C D, si descriua nell' istessa il cerchio, E D I, la cui circonferenza tagli l'arco, A C B, in, E, I, la quale toccarà la, A D B, in, D, poiche di tutti gli archi tirati da, C, alla circonferenza, A D B, è minimo l'arco, C D, per la 25. del Terzo de Triangoli del Monteregio. Intendasi hora vn Cono scaleno, la cui cima, A, base il cerchio, E I D, e la cui superficie prolongata indefinitamente sia segata dal piano, che passa per, B, al quale stà eretto il diametro, A B, sarà dunque la commune settione, come, F H G, circonferenza di cerchio, come io prouo nel Direttorio

rio alla P 3. Cap. 5. e lem. 7. Siano poi congiunte, A E, A D, A I, e prolongate ambidue verſo il ſoggetto piano, quale incontrino in, G, F, H, tirate dunque le, B G, B F, e ſſa, B G, taglierà il cerchio, H F G, in, H G, e B F, lo toccarà in, F, poiche di tutte le linee tirate da, A, à i punti della circonferenza, A D B, ſolo, A D, concorre con il cerchio, E I D, cioè in vn ponto, onde del piano, A D B, prolongato ſolo il ponto, F, tocca il cerchio, F H G, onde la commune ſe tione del piano, A D B, prolongato, e del ſogetto piano, cioè, B F, toccarà il cerchio, F H G, nel ponto, F. Sarà dunque per la penult. del Terzo delli Elem. il rettangolo, G B H, eguale al quadrato di, B F, ma, B G, è Tangente di mezo l'arco, E B, (per eſſere, A B G, angolo retto) come ſi proua nel Direttorio all' iſteſſo luogo, ouero, perche ſuppoſto, A B, per Raggio, B G, è tangente dell' angolo, B A G, al quale poſto nel centro riſponde ſolo mezo l'arco, E B, e così, B H, è Tangente di mezo l'arco, B I, come,

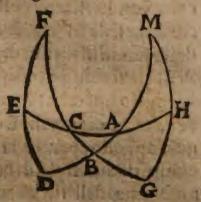
B F, di mezo l'arco, B D. Adunque il rettangolo ſotto le Tangenti della ſemiſomma, e ſemidifferenza della Ipotenuſa, B C, e lato, C D, è vguale al quadrato della Tangente di mezo il lato rimanente, cioè di mezo, B D. Se poi prolongasſimo, C B, C D, verſo, B D, ſino al concorſo, e ſopra il polo, B, ſecondo l'arco, B D, ſi deſcriueſſe vn cerchio, come ſi è fatto di, E D I, ſeguendo il reſto della coſtruttione, prouaresſimo nell'iſteſſo modo, che il rettangolo ſotto le Tangenti della ſemiſomma, e ſemidifferenza della Ipotenuſa, C B, e lato, B D, è vguale al quadrato di, C D. Adunque è vero quanto ſi è propoſto di dimoſtrare.

COROLLARIO.

DI quì è manifeſto, che eſſendo, G B, B F, B H, proportionali, i log. di, B G, B H, cioè li meſ. della ſemiſomma, e ſemidifferenza della Ipotenuſa, e del lato dato, ſono il doppio del meſ. della metà del lato rimanente,

B D,

B D, per l'Asſioma gener. come ſi verifica ancora per, C B, B D, riſpetto al lato, C D. Onde generalmente il meſ. della ſemiſomma con il meſ. della ſemidifferenza della Ipotenuſa, e di qual ſiuoglia lato, fanno il doppio del meſ. della metà del lato rimanente, come appunto dice la Reg. 6. ſecondaria.

Per intelligenza poi della Regola 11. e 16. ſia nella preſente figura il Triangolo, F E C, rettangolo in, E, è continuando

i lati, F E, F C, (che s'intendano minori del quadrante) come in, D, B, ſiano quadranti, F D, F B, e tirati gli archi, D B, E C, concorrenti in, A. Sarà dunque, A, polo di, F D, &, A E, A D, quadranti, per la 3. Proprietà regiſtrata nel Direttorio alla pag. 183. Di più ſiano di nuouo continuati gli archi, C B, C A, ſino in, G, H, ſi che ſiano quadranti,

ti, C G, C H, e continuati pure gli archi, B A, G H, concorrenti in, M, saranno per l'istessa ragione, M B, M G, quadranti, &, M H A, rettangolo in, H, come, C B A, in, B. Essendo adunque per essempio nel Triangolo, F E C, dato come il lato, E C, e l'angolo, F, è anco dato, C A, comp. di, E C, e, B A, comp. di, D B, cioè dell'angolo, F, perciò il mes. della semisomma con il mes. della semidifferenza di, C A, Ipot. &, A B, lato, cioè de comp. del lato, E C, & angolo opposto, F, dati, cioè il mes. 2. della semisomma di, E C, lato, & F, angolo opposto (perche la semisomma de comp. di due archi è il comp. della semisomma dell'istessi archi, si come la differenza de comp. e anco la differenza delli archi) con il mes. della semidifferenza de gl' istessi, farà il doppio del mes. della metà di, C B, cioè del semicompimento della Ipot. C F, come dice la Reg. 11. secondaria.

Siano hora dati nel Triangolo, F E C, li due angoli obliqui, E F C, E C F, e si cerchi come il lato opposto ad, F, cioè,

cioè, E C, sarà dunque nel Triangoli, M A H, della seconda continuatione il lato, M H, comp. di, G H, quantità dell'angolo, G C H, ouero, E C F, dato. Similmente, M A, Ipot. sarà eguale à, D B, cioè all'angolo, F, poiche, M B, A D, sono quadranti, e perciò eguali, onde leuato il commune arco, B A, resta, M A, eguale à, D B: Et il mes. della semisomma con il mes. della semidifferenza della Ipotenusa, A M, e lato, M H, cioè dell'angolo, F, opposto al lato ricercato, e comp. dell'angolo, E C F, doppio del mes. di mezo il lato, A H, cioè, E C. Quando poi si volesse il lato, E F, si deuono continuare, C E, C F, verso, E F, conforme che si è fatto, e ne verrà vn Triangolo dalla seconda continuatione, quale è, A M H, mediante il quale hauremo nell' istesso modo l'intento per il lato, F E, è dunque manifesta ancora la ragione della Reg. 16. secondaria, e parimente di quelle de Triangoli sferici rettangoli.

RAGIONI
DELLE REGOLE
DE TRIANGOLI SFERICI OBLIQVANGOLI.

PEr intendere la ragione delle Regole delli Obliquangoli si deue sapere, che dependono in gran parte dà questi seguenti sette lemmi dimostrati nel Dirett. al Cap. 5 della P.3. per intelligenza de quali fà di mestieri ridursi à memoria che per caso del perpendicolo s'intende quella parte della base (prolongata se bisogna) che viene compresà trà il detto perpendicolo, & il lato del Triangolo, dall'estremo del quale casca il perpendicolo, facendosi perciò sempre due di detti casi, come nel Triangolo, A C B, ouero, A C D, posto nel principio delle Regole delli Obliquangoli, li due casi sono, C E, E B, per il Triangolo, A C B, & C E, E D, per il Triangolo, ACD,

A C D, ſono adunque detti lemmi gl'-
infra ſcritti.

1 I ſeni ſecondi de lati ſono diret-
tamente proportionali con i ſeni 2. de
caſi: e le ſecanti dei lati con le ſecanti
de caſi.

2 I ſeni delli angoli oppoſti a i caſi
ſono direttamente proportionali con i
ſeni 2. delli angoli alla baſe: e le ſecã-
ti 2 di detti angoli con le ſecanti pure
delli angoli alla baſe.

3 Le ſecanti 2. de lati ſono diretta-
mente proportionali con i ſeni delli an-
goli alla baſe: E i ſeni de lati con le ſe-
canti 2 pure delli angoli alla baſe.

4 Le Tangenti 2 de lati ſono diret-
tamente proportionali cō i ſeni 2 delli
angoli oppoſti ai caſi: E le Tangenti de
lati con le ſecanti dell'iſteſsi angoli
oppoſti ai caſi.

5 I ſeni de caſi ſono proportionali
direttamente con le Tangenti 2 delli
angoli alla baſe: E le ſecanti 2 de caſi
con le Tangenti de medeſimi angoli al-
la baſe.

6 Le Tangenti de caſi ſono diretta-
mente

mente proportionali con le Tangenti delli angoli opposti, le prime con le prime, e le seconde con le seconde.

7 La Tangente della semisomma de casi alla Tangente della semisomma de lati è come la Tangente della semidifferenza de medesimi lati alla Tangente della semidifferenza de casi.

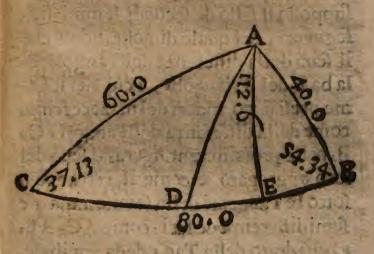
Il Nepero poi quando casca dentro il perpendicolo chiama base vera l'aggregato de casi, & alterna la differenza de casi: e cascando fuori, chiama base vera la differenza, e base alterna la sõma de casi. In vece poi delle sem basi hò più tosto messa in questo settimo lẽma la semisomma, e semidifferenza de casi per maggiore intelligenza, e più conformità ai lemmi ant. non discordando però esse dalle semibasi vera, & alterna, come dal quì detto si può intendere.

La prima primaria poi si fonda sopra l'Assioma 3 de Sferici, che c'insegna che i seni de lati sono proportionali con i seni delli angoli contraposti, onde per l'Ass. gener. il res. log. del la-

ro

to opposto all'angolo dato, con il log. di esso angolo, e con il log. del lato rimanente, darà il log. dell'angolo ricercato, leuata la solita vnità.

La prima secondaria si fonda sopra la 3 seguente Reg. e sopra il 2 de detti lemmi.

La seconda primaria s'intenderà, messo quà di nuouo il Triangolo sferico, A B C, ouero, A C D, posto iui.

Imperochè essendo i lati dati come, CA, AB, ciascuno minore del quadrāte, e l'angolo, C, con la specie di, B, si cerca mediante, A C, e l'angolo, C, per la 2 Reg. de Rettangoli il caso, CE, e di-

e dipoi essendo il seno 2 di, A C, al seno 2 di, A B, come il seno 2 di, CE, al seno 2 di, E B, per il primo lemma, perciò giungendo il res. log. 2 di, A C, con i log. 2 di, AB, CE, per l'Aff. gener. si hà il log. 2 di, E B, la somma poi de casi, CE, EB, e la base ricercata, si come la differenza de casi, CE, ED, per il Triãgolo, ACD, è pure la base ricercata.

La seconda secondaria s'intenderà supposto il sesto de secondi lemmi sussequenti, nel quale dimostrandosi chè il seno della differenza delli angoli alla base del Triangolo, i cui lati insieme presi siano minori del mezocerchio, come della differenza delli angoli, C, B, nella prossima ant. figura, al seno del loro aggregato e come il rettangolo sotto le Tangenti della semisomma, e semidifferenza de lati, come AC, AB, al quadrato della Tang. della semibase, come della metà di, CB, perciò per l'Aff. gener. il res. log. della differenza delli angoli, CB, con il log. dell'aggregato di essi, e con i mes. della semisomma, e semidifferenza de lati, C A, A B,

A B, darà il doppio del mes. della semibase: perche il log. di vn rettangolo è la somma de log. de lati, & il log. di vn quadrato è il doppio del log. del lato, come si proua nel Dirett. alla pag. 49. Il che si verificarà ancora nel Triãgolo, ACD, come è manifesto.

La terza primaria si comprenderà pure nella sudetta figura, nella quale dati come li due lati, A C, A B, con l'angolo, C, e la specie di, B, si troua prima per la terza de Rettangoli mediante, A C, e l'angolo, C, l'angolo, CAE, e poi per il 4. de soprapostì lemmi mediante i lati, C A, A B, e l'angolo trouato, CAE, si hà l'angolo, EAB, e la sõma delli angoli, C A E, EAB, è l'angolo verticale, C A B, per il Triangolo, CAB, si come la differenza delli angoli, C A E, D A E, cioè, C A D, è l'angolo verticale per il Triangolo, CAD.

La terza Secondaria poi si fonda sopra il 6. pure de seguenti lemmi, la ragione della quale intenderemo supposto chè noi habbiamo due Triangoli reciprochi conforme alla Def. 13. posta nel

nel Dirett. alla pag. 182. de quali chiamaremo vno, A, e l'altro, B, cioè siano i lati di, A, eguali alli angoli alla base di, B, e la base di, A, eguale al comp. al mezocerchio dell'angolo verticale di, B, onde reciprocamente i lati di, B, saranno eguali alli angoli alla base di, A, & la base di, B, eguale al comp. al mezocerchio dell'angolo verticale di, A. Essendo che adunque si dimostra nel detto 6. lemma seguente, chè il seno della differenza delli angoli alla base come di, A, al seno del loro aggregato è come il rettangolo sotto le Tāgenti della semisomma, e semidifferenza de lati al quadrato della Tangēte della semibase, perciò il seno della differenza de lati di, B, al seno del lorò aggregato sarà come il rettangolo sotto le Tangenti della semisomma, e semidifferenza delli angoli alla base pure di, B, al quadrato della Tangente del semicomp al mezocerchio dell'angolo verticale pure di, B, cioè al quadrato della Tang. 2 del semiāgolo verticale; Onde il res. log. della differen-

za de lati di, B, con il log. del loro aggregato, e con i mes. della semisomma, e semidifferenza delli angoli alla base, darà il doppio del mes. 2 del semiangolo verticale per l'Assioma gener. come dice la terza secondaria nella quale però, come anco nella seconda secōdaria si suppone prima trouato per la prima l'angolo opposto all'altro lato noto.

La quarta primaria si fonda sopra il terzo Assioma de sferici, e si prouarà nell'istesso modo tenuto in quella.

La quarta secondaria poi depende della quinta primaria da prouarsi, e dal primo de soprapoſti lemmi.

La quinta primaria s'intenderà sopra l'istessa figura ant. nella quale pongasi chè siano dati li due angoli acuti, C, B, con il lato, A C, e che si cerchi la base, C B, prima dunque mediante, A C, e l'angolo, C, per la seconda de Rettangoli si troua, C E, mà perche può, C A, essere maggiore del quadrante in tale caso si intēde l'operatione fatta intorno al Triangolo Vicario aggia-

aggiacente ad, A B, fatto per la continuatione di, C A, C B; verso, A B, sino al concorso, e perciò si dice chè si prenda il mes. del rimanente al mezocerchio di, C A, quando, C A, è maggiore del quadrante, venendone all'hora per 1. arco il cōp. al mezocerchio di, C E, Di poi essendo per il 5. lēma la Tang. 2. di, C, alla Tang. 2 di, B, come il seno di, C A, al seno di, E B, il res. del log. della Tang. 2 di, C, cioè il mes. di, C, per il detto nell'esplicatione dell'Assioma gener. con il mes. 2 di, B, e con il log. di, C E, darà il log. di, E B, che si conformarà di specie con, A B, perchè, A E, è minore del quadrante opponendosi all'acuto, B, onde se l'Ipotenusa, A B, e minore del quadrante, anco, E B, deue per concordare con, A E, nella specie (conforme alla terza Annot.) essere minore del quadrante, e discordare dà, A E, cioè essere maggiore del quadrante, quando, A B, sia maggiore del quadrante. E poi manifesto chè essendo, A C, lato dato minore del quadrante, C B, è la

som-

ſomma del primo arco, C E, e ſecondo, E B, mà eſſendo, C A, maggiore del quadrante perchè ſi raccoglie dalla prima operatione per primo arco il comp. al mezocerchio di, C E, perciò ſi dice che la ſomma di, B E, & E C, comp. al mezocerchio del primo arco ritrouato è la baſe, C B, ricercata.

La quinta ſecondaria fà che ſi troui il lato oppoſto all'altr'angolo, e poi camina preciſamente come la ſeconda ſecondaria, onde intenderemo la ragione di eſſa mediante il detto per eſſa ſeconda ſecondaria.

La ſeſta primaria s'intenderà pure ſopra l'ant. figura conforme alla quinta primaria. Imperòche per la 3. de Rettangoli con, A C, e l'angolo, C, ſi troua, C A E, mà perche può eſſere, A C, maggiore del quadrante all hora l'operatione ſi intende intorno al Triãgolo Vicario aggiacente ad, A B, ſi che cõ il cõp al mezocerchio di, A C, e cõn l'angolo eguale à, C, ſi troua per primo angolo in tal caſo il comp. al mezocerchio di, C A E. Si proſegue poi l'ope-

l'operatione mediante il detto primo angolo, ò sia C A E, ò il suo comp. al mezocerchio, e con li due, C B, che ci danno l'angolo, E A B, il quale si conforma di specie con, A B, Ipotenusa, perche s'ella è minore del quadrante deue, E A B, concordare in specie cō, A B E, per la 3. Annot. onde deue essere acuto, e se, A B, è maggiore del quadrante deue, E A B, discordare dà, B, cioè essere ottuso. La somma poi di, B A E, & , E A C, che è il primo angolo, o comp. al mezocerchio del 1. angolo, è l'angolo, C A B, verticale riercato, come è manifesto.

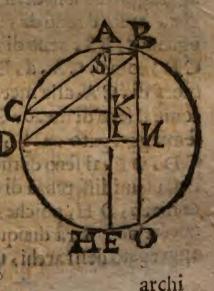
La sesta secondaria poi fà che si troui prima il lato opposto all'altr'angolo, e poi camina come la terza Secondaria già dichiarata.

La settima poi, come anco la decima dependono dalla infrascritta Propos. dà me dimostrata quà in supplimento di quello, che manca nel Direttorio, e questo mediante li sei Lemmi susseguenti.

LEM-

LEMMA I.

Il ſeno dell'aggregato di due archi, che inſieme preſi ſiano minori del mezocerchio, all'aggregato de loro ſeni è come il ſeno 2. del ſemiaggiegato de medeſimi archi al ſeno 2. della ſemidifferenza loro: Et l'aggregato de loro ſeni al ſeno della differenza di eſſi è come il ſeno del ſemiaggregato al ſeno della ſemidifferenza.

SIano nel cerchio, A D E, preſi comunque gli archi, E D, D C, i quali però giunti inſieme ſiano minori del mezocerchio. Dico eſſere vero ciò, che ſi è propoſto. Tiriſi il diametro, E A, ſopra il quale caſchino perpẽdicolarmẽte, C K, D I, e ſi prendino, E O, A B, H E,

archi

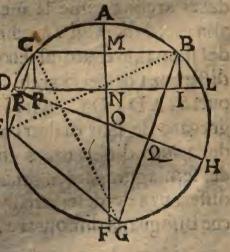
archi eguali ciascuno à, D C, e giunta, O B, incontri, O B, essa, D I, prolongata come in, N, e da, B, caschi sopra, A E, la, B S, perpendicolarmente, la quale sarà seno di, B A, e si congiunghino, C A, D B. Perche adunque, C A, è parallela à, D B, per essere eguali gli archi, A B, C D, similmente, B O, è parallela ad, A E, per gli archi eguali, A B, E O, e, C K, è parallela à, D N, saranno perciò li Triangoli, A C k, B D N, equiangoli; onde sarà, C k, seno dell'aggregato de proposti archi, C D, D E, à D N, aggregato de seni delli stessi archi (perche, D I, è seno di, D E, &, I N, eguale à, B S, seno di, B A, cioè di, C D) come, C A, à, D B, ò come la metà di, C A, alla metà di, B D, cioè come il seno di mezo, C A, comp. del semiaggregato, C E, de dati archi, C D, D E, al seno di mezo, D B, cóp. della semidifferenza di essi archi, cioè di mezo, D H, poiche, B D H, è mezocerchio. Sarà dunque il seno dell'aggregato delli archi, C D, D E, all'

aggre-

aggregato de loro seni, come il seno 2. del ſemiaggregato al ſeno 2. della ſemidifferenza dell'iſteſsi archi. S'intendano hora propoſti gli archi, A D, D C, inſieme minori del mezocerchio, e compita la coſtruttione come ſopra, preſi gli archi, A B, E O, eguali à, C D. Prouaremo adunque come ſopra chè li Triangoli, A C k, B D N, ſono equiangoli, e che, D N, aggregato de seni di, D A, A B, ouero, A D, D C, à, C K, seno della differenza, C A, de detti archi è ceme la metà di, D B, alla metà di, C A, cioè come il ſeno del ſemiaggregato al ſeno della ſemidifferenza de detti archi, A D, A B, ouero, A D, D C, dati. Onde l'aggregato de ſeni di detti archi al ſeno della loro differenza è come il seno del ſemiaggregato al seno della ſemidifferenza de detti archi propoſti, il che biſognaua dimoſtrare.

LEMMA II.

Il rettangolo sotto il seno dell'aggregato, & il seno della differenza di due archi insieme minori del mezocerchio, è vguale al rettangolo sotto l'aggregato, e differenza de loro seni.

SIano proposti li due archi, D A, A B, nel cerchio, A F, però insieme minori del mezocerchio. Dico chè il rettangolo sotto il seno dell'aggregato, B A D, e sotto il seno della differenza, che sia, C D, è vguale al rettangolo sotto l'aggregato, e differenza dè seni de sudetti archi. Tirinsi dunque

dalli ponti, D, A, li due diametri D H, A F, e preso l'arco, D F, eguale à, D C, &, E G, eguale à, C B, si giun-

giunghino li punti, C B; B G, G E, E C, E B, C G, e dal punto, D, caſcando la perpendicolare, D N, ſopra, A F, prolongata incontri la circonferenza in, L, e finalmente ſopra di eſſa, D L, caſchino dalli ponti, C B, le perpendicolari, C P, B I. Saranno dunque le, C E, B G, diuiſe in parti eguali dal diametro, D H, poiche eſſo taglia in parti eguali gli archi ſotteſi da eſse, C E, B G, ſiano diuiſe in, R, Q, ſarà perciò, B Q, ſeno dell'aggregato de propoſti archi, B A, A D, e, C R, seno della differenza, C D; ſimilmente, D N, sarà seno di, D A, &, N I, eguale ad, M B, seno di, A B, onde, D I, sarà l'aggregato, e, D P, la differenza de seni di, D A, A B. Perchè poi nel quadrilatero, C E G B, il rettangolo ſotto, C E, G B, con il rettãgolo ſotto, C B, E G, cioè con il quadrato di, C B, (per eſſere eguali, E G, C B, poiche ſottendono archi eguali) è vguale al rettangolo ſotto, E B, C G, cioè al quadrato, E B, (per eſſere eguali, E B, C G, poiche, E G, è vguale à,

le à, C B, per costruttione, onde giũtoni il commune, C E, tutto, G E C, viene ad essére eguale à tutto, E C B) come dimostra Tolomeo nel 1. dell'-Almagesto, essendo, E B, eguale, D L, (poiche l'arco, B L, è vguale à, E D, onde giunto il commune, D A B, l'arco, E A B, è vguale à, D A L,) sarà il rettangolo sotto, C E, B G, con il quadrato, C B, eguale al quadrato, D L, onde anco le quarte parti loro saranno eguali, cioè il rettangolo sotto, C R, B Q, con il quadrato, C M, ouero, P N, sarà eguale al quadrato, D N, cioè al rettangolo, I D P, con il quadrato, P N, per essere, P I, diuisa egualmente in, N, e giuntali, D P, si che leuato il quadrato commune, P N, sarà il rettangolo sotto, B Q, C R, seno dell'aggregato, e differenza de dati archi, B A, A D, eguale al rettã-golo sotto, I D, D P, aggregato, e differenza de seni de medesimi archi, il che bisognaua dimostrare.

LEM-

LEMMA III.

Proposti due archi ineguali ciascuno minore del quadrante, l'aggregato delle loro Tangenti alla differenza è, come il seno dell'aggregato al seno della differenza.

SIano nel mezocerchio, A D H, presi li due archi, H D, maggiore, e, D B, minore, però ciascuno minore del quadrante. Dico che l'aggregato alla differenza delle loro Tangenti è, come il seno dell'aggregato di essi al seno della loro differenza. Tirisi dal centro, O, la, O D, al ponto, D, e per, D, la, C F, che tochi il cerchio in, D, la quale indefinitamente di quà, e di là prolongata incõtri, A H, prolongata verso, H, come,

F, e la, O B, prolongata, pure, in, C, si come, preso l'arco, D I, eguale à D B, e tirata la, O I, essa pure prolõgata incontri, C F, in, E, e finalmente giungasi, B I, la quale prolongata verso, A F, l'incontri in, C, e dalli ponti, B, I, caschino, sopra, A F, i seni, B I, I k, delli archi, B H, I H. Sarà dunque, B G, parallela à, C F, le quali essendo tagliate dà, O F, in, I, e, sarà perciò come, C F, à, F E, così, B G, à, G I, cioè così, B L, ad, I k, per la similitudine de Triangoli, B L G, I k G, mà, C F, è l'aggregato di, F D, D C, Tangenti delli proposti archi, H D, D B, &, F E, è la differenza dell'istesse Tangenti; B L, è seno di, B H, aggregato delli archi proposti, &, I K, seno di, H I, loro differenza, adunque l'aggregato delle Tãgenti de proposti archi alla loro differenza è, come il seno dell'aggregato al seno della loro differenza, come bisognaua prouare.

LEM-

LEMMA IV.

Propoſti due archi diſeguali, che inſieme ſiano minori del mezocerchio, il ſeno della loro differēza è il ſeno della ſomma del minore con il comp. del maggiore al mezocerchio: Et il ſeno della loro ſomma è il ſeno della differenza pure del minore, e comp. al mezocerchio del maggiore.

SIano nel cerchio, A B C, preſi li due archi, A F, minore, &, F D, maggiore; ma inſieme minori del mezocerchio. Dico che il ſeno della loro differenza è ſeno della ſomma del minore, A F, è comp. al mezocerchio del maggiore, F D, & il ſeno della loro sõma è il ſeno della differenza de gl'iſteſsi. Imperòche, preſo l'arco, F E, eguale ad, F A, e tirati dalli ponti, A, E, ſopra, B D, le perpendicolari, A I, E H,

EH, ſarà, EH, ſeno di, FD, differenza de propoſti archi, AF, FD, ſeno ancora, di, BE, compoſto di, EF, eguale al minore, FA, e di, FB, cõp. al mezocerchio del maggiore. FD, ſimilmente, AI, ſeno di, AD, ſomma de propoſti archi; AF, FD, è anco ſeno di, BA, differenza delli archi, AF, minore, e, BF, comp. al mezocerchio del maggiore, FD, adunque è vero quanto ſi propoſe di prouare.

COROLARIO.

NOta poi chè quello che ſi è cõcluſo delli archi in queſto Lemma, come anco ne tre ant. ſi può riceuere come dimoſtrato anco per gli angoli poſti nel centro ſopra l'iſteſsi archi, hauendo con quelli la medeſima proportione.

LEMMA V.

Se la prima grandezza alla ſeconda haurà la proportione compoſta di quella della

della terza, alla quarta, e quinta alla sesta, l'istessa sarà anco cõposta di quella della terza, alla sesta, della quinta alla quarta.

HAbbi la prima grandezza, A, alla seconda, B, la proportione composta di quella della terza, C, à quella della quart. D, e di quella della quinta, E, a quella della sesta, F. Dico che la prima alla seconda haurà pure la proportione composta di quella della terza alla sesta, e quinta alla quarta. Imperòche, C, ad, F, hà la proportione composta di qnella di, C, à, D, di, D, ad, E, e di, E, ad, F, gionțali dunque la commune proportione di, E, à, D, sarà la proportione di, C, ad, F, e di, E, à, D, composta di quella di, C, à, D, D, ad, E, E, ad, F, & E, à, D, mà le due proportioni di,

 D, ad

D, ad, E, e di, E, à, D; compongono la proportione di egualità, adunque resta, che la proportione di, C, ad, F, &, E, à, D, adegui le proportioni di, C, à, D, &, E, ad, F, cioè la proportione di, A, à, B, adunque la prima alla seconda haurà la proportione composta ancora di quella, che hà la terza alla festa, e la quinta, alla quarta, il che bisognaua prouare.

LEMMA VI.

In ogni Triangolo sferico obliquangolo, i cui lati giunti insieme siano minori del mezocerchio, il seno dell' aggregato delli angoli alla base al seno della loro differenza è come il quadrato della Tangente della semibase al rettangolo sotto le Tangenti della semisomma, e semidifferenza de lati.

SIa il Triangolo sferico obliquangolo, A B E, ouero, A B C, quello con gli angoli alla base acuti, e quello con l'angolo B, acuto, &, A C B, ottuso, e sup-

e ſuppongaſi il lato, A C, eguale ad, A E, e li due, B A, A E, ouero, B A, A C, inſieme minori del mezocerchio. Dico che in ciaſcuno di eſſi Triangoli il seno dell'aggregato delli angoli alla baſe al ſeno della loro differenza è come il quadrato della Tangente della ſemibaſe al rettangolo ſotto le Tangenti della semiſomma, e semidifferenza de loro lati. Caſchi adunque da, A, il perpendicolo, A D, ſopra, B E, il quale viene dentro il Triangolo, A B E, ma fuori del Triangolo, A B C, confor-

me all'Annotat. 1. e diuide egualmente l'arco, C E, come in, D, poiche ne Triangoli, A C D, A E D, habbiamo l'angolo retto, A D C, eguale al retto, A D E, e l'angolo, A C D, eguale ad, A E D, & il lato, A C, eguale ad, A E, onde per la 13. Proprietà de Sferici registrata alla pag. 184. del Direttorio (non essendo i lati, che risguardano gli altri due angoli eguali, A C D, A E D, cioè, due volte il lato, A D, eguale al mezocerchio, essendo essi minori de lati, B A, A E, che si suppongono minori del mezocerchio) sarà, C D, egualē à, D E. Considerisi dunque prima il Triangolo, A B E, nel quale la base, B E, è la somma de casi, B D, D E Sarà dunque per il Lem. 5. de primi sopraposti il Seno del caso, B D, al Seno del caso, D E, come la Tangente seconda dell'angolo, B, alla Tangente 2. dell'angolo, E. Sia hora esposto il Triangolo piano, F G H, nel quale, G F, sia la Tangente 2. dell'angolo, B, &, F H, Tangente 2. dell'angolo, E, intorno all'angolo, F, che sia eguale al comp. al me-

zo-

zocerchio della base, B E, onde gli angoli, G, H, insieme saranno eguali alla base, B E, perche poi il Seno di, B D, al Seno di, D E, e come la Tangente 2. dell' angolo, B, alla Tangente 2. dell' angolo, E, cioè come, G F, ad, F H, cioè come è il Seno dell'angolo, H, al Seno dell' angolo, G, per l'Assioma 2. de Piani, perciò il caso, B D, sarà eguale all'angolo, H, & il caso, D E, all' angolo, G. Perche poi, per l'Assioma 3. de Piani, la somma de lati, G F, F H, alla loro differenza, cioè la somma delle Tangenti 2. delli angol, B, E, alla loro differenza, cioè, per il Lem. 3. il Seno dell'aggregato de comp. delli angoli, B, E, al Seno della loro differenza, è come la Tangente della semisomma delli angoli, G, H, alla Tangente della loro semidifferenza, cioè come la Tangente della semisomma de casi, B D, D E, cioè la Tangente della semibase, B E, alla Tangente della semidifferenza de gl'istessi casi, che è la metà di, B C, chiamata dal Nepero base alterna, si come, B E, base vera (presa per commune

mune altezza la Tangente della semibase vera, B E) sarà il Seno dell'aggregato de comp. delli angoli, B, E, al Seno della loro differenza, come il quadrato della Tangente della semibase vera, B E, al rettangolo sotto le Tangenti della semibase vera, B E, e semibase alterna, B C. Perche poi la Tangente della semibase vera, B E, alla Tang. della semisomma de lati, B A, A E, è come la Tang. della semidifferenza de gl' istessi lati alla Tangente della semibase alterna, B C, per il Lem. 7. de primi soprapolti, sarà il rettangolo sotto la Tang della semibase vera, B E, & alterna, B C, eguale al rettangolo sotto le Tangenti della semisomma, e semidifferenza de lati, B A, A E, onde il Seno dell' aggregato de comp. delli angoli, B, E, al Seno della differenza de detti comp. sarà come il quadrato della Tangente della semibase vera, B E, al rettangolo sotto le Tangenti della semisomma, e semidifferenza de lati, B A, A E. Perche poi il Seno dell' aggregato de comp. di due angoli acuti

ti è l'istesso, che il seno dell' aggregato dell'istessi angoli, & il Seno della differenza de comp. è l'istesso, che il Seno della differenza delli medesimi angoli, perciò il Seno dell'aggregato delli angoli, B, E, cioè delli angoli alla base, al Seno della loro differenza, sarà come il quadrato della Tangente della semibase, B E, al rettangolo sotto le Tang. della semisomma, e semidifferenza de lati, B A, A E.

Per il Triangolo poi, A B C, supposte le medesime cose, prouaremo nell' istesso modo, che l'angolo, H, è vguale al caso, B D, G, al caso, D E, ouero, C D, onde, B C, sarà eguale alla differenza di, G, H, come, B D, D C, alla somma di, G, H. E perche la Tang. della semidifferenza delli angoli, G, H, alla Tang. della semisomma loro è come la differenza delle Tang. G F, F H, de comp. delli angoli, A B C, A C D, alla somma delle istesse Tang. cioè come il Seno della differenza de comp. delli angoli, A B C, A C D, al Seno della loro somma per il Lem. 3. sarà la

Tang.

Tang.della metà di, B C, (eguale alla semidifferenza delli àngoli, G,H) semibase vera per il Triangolo,A B C,alla Tang.della semisomma de casi, B D, D C, ouero, B D, D E, cioè alla Tang. della semibase alterna, B E, come il Seno della differenza de comp.delli angoli, A B C, A C D, al Seno della somma de gl' istessi comp. cioè come il Seno della differenza delli angoli,AB C, A C D, acuti, che è l'istesso, al Seno della loro somma. Ma perche l'angolo, A C D, acuto è maggiore di,AB C, per la 48. del Terzo lib. del Monteregio, altrimente i lati, B A, A C, non fariano minori del mezocerchio, perche sono acuti, sarà il Seno della differenza delli angoli,A B C, A C D, Seno della somma delli angoli,A B C,minore, &,A C B,comp. al mezocerchio del maggiore, & il Seno della somma di, A BC,A C D,sarà Seno della differenza delli angoli alla base, A B C, A C B, adunque il Seno della somma delli angoli,ABC,ACB, al Seno della loro differenza sarà come la Tang.della semibase

baſe vèra, B C, alla Tang. della ſemibaſe alterna, B E, cioè (preſa per commune altezza, la Tang. della ſemibaſe vera, B C) ſarà come il quadrato della Tang. della ſemibaſe vera, B C, al rettangolo ſotto le Tangenti della ſemibaſe vera, B C, & alterna, B E, cioè al rettangolo ſotto le Tang. della ſemiſomma, e ſemidifferenza de lati, B A, A C, eguale al predetto rettangolo, come ſi è prouato di ſopra. Adunque vniuerſamente in ogni Triangolo, i cui lati ſiano minori del mezocerchio, il Seno dell'aggregato delli angoli alla baſe al Seno della loro differenza è come il quadrato della Tang. della semibaſe al rettangolo sotto le Tangenti della ſemiſomma, e ſemidifferenza de lati, come ſi è prouato nelli due caſi ſopradetti, non potendo eſſere altro caſo, cioè, che li angoli alla baſe foſſero ambidua ottuſi, poiche i lati inſieme non ſariano minori del mezocerchio per la 47. del Terzo lib. del Monteregio, come quà ſi ſuppone, il che biſognaua dimoſtrare.

PRO-

PROPOSITIONE DEL NEPERO

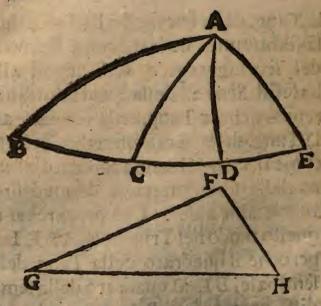
ABBREVIATA DAL BRIGGIO.

In ogni Triangolo sferico obliquangolo, i cui lati insieme siano minori del mezcerchio, la Tangente della semibase alla Tangente della semisomma de lati è, come il Seno 2. del semiaggregato delli angoli alla base al Seno 2. della semidifferenza dell'isteßi angoli: E la Tangente della semibase alla Tangente della semidifferenza de lati è, come il Seno del semiaggregato delli angoli alla base al Seno della semidifferenza dell'isteßi angoli.

SIano di nuouo esposti li Triangoli, A B E, A B C, F G H, del Lem. 6. ant ne quali, cioè, A B E, A B C, i lati insieme presi sono minori del mezocerchio. Dico, che in ciascuno di essi

la

la Tang. della ſemibaſe alla Tang. della ſemiſomma de lati è come il Seno 2. del ſemiaggregato delli angoli alla baſe al Seno 2. della loro ſemidifferenza, e che la Tang. della ſemibaſe alla Tang. della ſemidifferenza de lati è come il Seno del semiaggregato al seno della ſemidifferenza de medeſimi angoli alla baſe. Ciò prouaremo in queſto modo nel Triangolo, A B E. Imperoche il quadrato della Tang. della ſemibaſe, B E, al quadrato della ſemidifferenza de lati, B A, A E, hà la proportione compoſta di quella, che hà il quadrato della Tangente della semibaſe, B E, al rettangolo sotto le Tang. della ſemiſomma, e ſemidifferenza de lati, B A, A E; cioè per il Lem. 6. di quella del Seno dell'aggregato delli angoli, B, E, al Seno della loro differenza, e di quella del predetto rettangolo al quadrato della Tang. della semidifferenza de lati, cioè di quella della Tang. della semiſomma de lati alla Tang. della loro ſemidifferenza (perche il detto rettangolo, e quadrato

to

to hanno per commune altezza la Tangente della ſemidifferenza de lati) Ma come la Tang. della ſemiſomma de lati, B A, A E, alla Tang. della loro ſemidifferenza, cioè (inteſi, B A, A E, minori del mezocerchio, come che foſſero gli angoli, H, G, del Triangolo, F G H, ~~che ſi ſupponga hora rettangolo in, F,~~ e, G F, F H, loro Seni) come la Tang. della ſemiſomma delli angoli, G, H, alla Tang. della loro ſemidifferenza, così è per l'Aſsioma 3. de Piani la ſomma de lati, cioè de loro Seni, G F, F H,

F, FH, cioè de Seni de lati, B A, A E, alla loro differenza, cioè così la somma de Seni delli angoli, B, E, alla base, B E, alla differenza di essi seni, e ciò perche i seni de lati sono proportionali con i seni delli angoli opposti per il 2. Assioma de Sferici, adunque il quadrato della Tang. della semibase, B E, 1. al quadrato della Tang. della semidifferenza de lati, B A, A E, 2. hà la proportione composta di quella, che hà il seno dell'aggregato delli angoli, B, E, 3. al seno della loro differenza 4. e di quella, che hà l'aggregato de seni de gl'istessi angoli, B, E, 5. alla differenza de gl'istessi seni 6. adunque per il lem. 5. l'istessa sarà anco composta di quella del seno dell'aggregato delli angoli, B, E, 3. alla differenza de loro seni 6. e di quella dell'aggregato de seni de gl'istessi angoli 5. al seno della loro differenza 4. mà perche il rettangolo sotto i seni dell'aggregato, e differenza delli angoli, B, E, è vguale al rettangolo sotto l'aggregato, e differenza de seni de

mede-

medesimi angoli, B, E. per il lema 2. perciò sarà come il seno dell'aggregato alla differenza de seni, così l'aggregato de seni al seno della differenza de detti angoli, B E, mà la proportione del quadrato della Tang. della semibase, B, E, al quadrato della Tang. della semidifferenza de lati, B A, A E, è composta delle due proportioni dette, che sono vguali, cioè del seno dell'aggregato delli angoli, B, E, alla differenza de loro seni, e di quella dell'aggregato de loro seni al seno della differenza di essi angoli, adunque quella sarà duplicata della proportione dell'aggregato de seni al seno della differenza, cioè sarà il quadrato della Tãg. della semibase, B E, al quadr. della Tang. della semidifferenza de lati, come il quadrato dell' aggregato de seni al quadrato del seno della loro differenza, onde si conclude chè la Tang. della semibase, B E, alla Tang. della semidifferenza de lati, B A, A E, è come l'aggregato de seni delli angoli, B E, al seno della loro differenza, cioè

per

per il Lemma 1. come il seno del loro semiaggregato al seno della loro semi differenza, che è vna parte della Propos. In oltre perche il quadrato della Tang. della semibase, B E, al rettangolo sotto le Tang. della semisomma, e semidifferenza de lati, B A, A E, hà la proportione composta di quella della Tang. della semibase, B E, alla Tang. della semisomma, e di quella alla Tang. della semidifferenza de lati, B A, A E, e come il detto quadrato al detto rettangolo così si è prouato essere il seno dell'aggregato delli angoli, B, E, al seno della loro differenza nel Lemma 6. adunque anco questa proportione sarà composta di quella della Tang. della semibase, B E, alla Tang. della semisomma, e dell'istessa alla Tang. della semidifferenza de lati, B A, A E, mà questa è ancora lei cõposta (tolto di mezo l'aggregato de seni delli angoli, B, E) di quella del seno dell'aggregato delli angoli, B, E, all'aggregato de loro seni, e di quella al seno della loro differenza, adunque

queste

queste due proportioni eguaglian le due della Tang. della ſemibaſe, B E, alle Tangenti della semisomma, e semidifferenza de lati, B A, A E, mà ſi è già prouato come la Tangente delle semibase, B E, alla Tãg. della ſemidifferenza de lati, B A, A E, così eſſere l'aggregato de seni delli angoli, B, E, al ſeno della loro differenza, adunque reſta chè l'iſteſſa Tãg. della semibase, B E, alla Tang. della ſemiſomma de lati, B A, A E, ſia come il ſeno dell'aggregato delli angoli, B, E, all'aggregato de loro seni, onde per il Lemma 1. sarà anco come il seno 2. del semiaggregato delli angoli, B, E, al ſeno della loro semidifferenza, e di sopra ſi è prouato chè la Tang. della semibase, B E, alla Tang. della ſemidifferenza de lati, B A, A E, è come il seno del ſemiaggregato di, B, E, al seno della loro semidifferenza (le quali coſe ſi prouaranno nell'iſteſſo modo preciſamente per il Triangolo, A B C) adunque è verò cio, che ſi è propoſto di dimoſtrare.

CO-

COROLLARIO I.

DI qui è manifesto che come la Tāg. della semibase alla Tang. della semisomma de lati: così è il seno dell'aggregato delli angoli alla base all'aggregato de loro seni: E come la Tang. della semibase alla Tang. della semidifferenza de lati, così è l'aggregato de seni dell'istessi angoli alla base al seno della loro differenza, come di già si è prouato.

COROLLARIO II.

SImilmente dà questa Propos. intēdiamo immediatamente la ragione della Reg. 10. imperòche essendo il Seno 2. del semiaggregato delli angoli alla base al Seno 2. della loro semidifferenza, come la Tang. della semibase alla Tang. della semisomma de lati, per l'Assioma gener. il res. log. 2. del semiaggregato delli angoli alla base con il log. 2. della loro semidifferenza, e con il mes. della semibase, darà (le-

uata la ſolita vnità)il meſ. della ſemiſomma de lati, e nell'iſteſſo modo concluderemo per ciò, che ſi è moſtrato di ſopra, chè il res.log. del detto ſemiaggregato con il log.della ſem differēza, e cō il meſ. della ſemibaſe darà il meſ. della ſemidifferēza de lati, la quale giū ta alla ſemisōma darà il lato maggiore, e leuata da eſſa darà il lato minore. Mà per intelligenza della Reg. 7. doueremo concepire di nuouo li due Triā goli reciprochi conforme alla eſplicatione della Reg. 3. ſecondaria, de quali vno chiamaſsimo A, e l'altro B. Perche dunque il ſeno 2. del semiaggregato delli angoli alla baſe di, A, al ſeno 2. della loro ſemidifferentia è come la Tang della ſemibaſe di, A, alla Tang. della ſemiſomma de lati pure di, A, ſarà perciò il seno 2. del ſemiaggregato de lati di, B, al ſeno 2. della loro ſemidifferenza, come la Tang. 2. del ſemiangolo verticale di, B, alla Tāg. della ſemiſomma delli angoli alla baſe: E nell'iſteſſo modo prouaremo chè il seno del ſemiaggregato de lati di, B,

al

al seno della loro ſemidifferenza è co-
me la Tang. 2. del ſemiangolo vertica-
le alla Tang. della ſemidifferenza del-
li angoli alla baſe: Onde il reſ. log. 2.
del ſemiaggregato de lati con il log. 2.
della loro ſemidifferenza, e con il meſ.
2. del ſemiãgolo verticale darà il meſ.
della ſemiſomma delli angoli; & il res.
log. del detto ſemiaggregato con il
log. della ſemidifferenza, e con il meſ.
2. del ſemiangolo verticale, darà il
meſ. della ſemidifferenza dell'iſteſsi
angoli alla baſe del Triangelo, B, co-
me inſegna la Regola ſettima, le quali
coſe ſi doueuano dimoſtrare.

RAGIONE DELL'ALITER

PROCRVRIBVS INVENIENDIS.

Del Nepero, posto alla pag. 56.

DImoſtrata la detta Propoſ. non mi è parſo fuori di propoſito il ſoggiungere quà ancora la ragione di due altri modi, che ſeguono nel Nepero, per la ſolutione dell'iſteſſo Problema. Per intelligenza del primo di eſsi adũque ſi deue conſiderare chè, eſſendo il ſeno dell'aggregato delli angoli alla baſe all'aggregato de ſeni, come la Tang. della ſemibaſe alla Tang. della ſemiſomma de lati d'ogni Triangolo sferico, i cui lati inſieme ſiano minori del mezocerchio, per il 1. Cor. della ſopraposta Propoſ. perciò ſottrahendo il log. dell'aggregato delli angoli detti dal log. dell'aggregato de loro seni, giunto con il meſ. della ſemibaſe, reſtarà

ſtarà il mes. della ſemisomma de lati; mà il log. del detto aggregato de ſeni delli angoli alla baſe ſi hà giungendo inſieme il log. 2. della ſemidifferenza di eſsi angoli con il log. del ſemiaggregato, e leuandone il log. della metà del seno toto, cioè di g. 30. poiche, ſe riſguardaremo la figura del primo di queſti ſecondi Lemmi, ſuppoſto che gli archi, A D, D C, ſiano la quantità delli angoli alla baſe del propoſto Triã golo, & il rimanente della coſtruttione, intenderemo facilmente chè, A C, à, C k, è come, A E, ad, E C, (ſe ſi giungeſſe, E C,) cioè come la metà alla metà, cioè come il ſeno toto al seno di mezo, C E, cioè al ſeno 2. della ſemidifferenza delli archi propoſti, A D, D C, mà come, A C, à, C k, così è, B D, à D N, adunque il seno toto al seno 2. della semidifferenza delli archi, A D, D C, sarà come, B D, à, D N, onde la metà del seno toto al seno 2. della ſemidifferenza di, A D, D C, sarà come meza, B D, cioe come il seno del semiaggregato

 de

de detti archi à, D N, aggregato de Seni, adunque per l'Asſioma gener. sottratto il log. della metà del Seno toto, cioè di g. 30. dalla somma del log. 2. della ſemidifferenza de detti archi, cioè delli angoli alla baſe del propoſto Triangolo, e del log. del semiaggregato, ſi haurà il log dell'aggregato de Seni dell' iſtesſi angoli, adunque, ſe giungeremo inſieme il log. del semiaggregato, & il log. 2. della semidifferenza delli angoli alla baſe con il meſ. della semibaſe, e ne leuaremo il log. dell'aggregato delli angoli, con il log, di g. 30. ne reſtarà il meſ. della semiſomma de lati, che è vna parte del modo sopradetto del Nepero.

Perche poi l'aggregato de Seni delli angoli alla baſe al Seno della differenza è come la Tang. della semibaſe alla Tang. della semidifferenza de lati per il Cor. primo dell' ant. Propoſ. e l'aggregato de Seni al Seno della differenza è come il Seno dell' aggregato alla differenza de Seni, perche per il Lem. 2. il rettangolo sotto il Seno dell' aggre-

gregato, & il Seno della differenza di due archi, ò angoli, è vguale al rettangolo sotto l'aggregato, e differenza de gl' istessi, perciò il Seno dell'aggregato alla differenza de Seni sarà come la Tang. della semibase alla Tang. della semidifferenza de lati, onde leuando il log. dell'aggregato delli angoli alla base dalla somma del log. della differenza de Seni, e del mes. della semibase restarà il mes. della semidifferenza de lati. Ma il log. della differenza de Seni delli angoli alla base si haurà giungendo insieme i log. della semisomma, e della semidifferenza de comp. de gl' istessi angoli, cioè il log. 2. della loro semisomma (poiche il semiaggregato di essi angoli è vicendeuolmente cõp. del semiaggregato de comp. de detti angoli) con il log. della semidifferenza de detti angoli (perche la semidifferenza delli angoli, e de comp. è la medesima) e leuandone il log. della metà del Seno toto, cioè di g. 30. come dimostro nel Dirett. alla pag. 303. Adunque, se giungeremo insieme il

 log.

log. della ſemidifferenza delli angoli alla baſe con i log. 2. della loro ſemiſomma, e con il meſ. della ſemibaſe, e dalla ſomma ne leuaremo il log. dell' aggregato de medeſimi angoli, con il log. della metà del Seno toto, cioè di g.30.reſtarà il meſ. della ſemidifferenza de lati, che è l'altra parte del modo ſudetto del Nepero, la quale ſemidifferenza perciò giunta alla ſemiſomma darà il lato maggiore, e leuata da eſſa darà il lato minore.

RA-

RAGIONE DELL' IDEM

ALITER ETC.

Del Nepero alla pag.57.

POiche il seno dell' aggregato delli angoli alla base all' aggregato de seni, è come la Tang. della semibase alla Tang. della semisomma de lati per il Cor. 1. dell'ant. Propos. adunque, per la proportione permutata, sarà il seno del detto aggregato alla Tangente della semibase, come l'aggregato de seni alla Tang. della semisomma de lati: Ma il seno del sudetto aggregato alla Tangente della semibase, preso di mezo il seno toto, hà la proportione composta di quella del seno dell' aggregato al seno toto (cioè di quella del seno toto alla secante 2. dell' aggregato, per la prima delle Analogie vniuersali poste nel Dirett. alla pag. 194.)

194.) e di quella del seno toto alla Tang. della ſemibaſe, le quali due proportioni del seno toto alla sec. 2. dell' aggregato, e dell'iſteſſo alla Tang. della ſemibaſe, compongono la proportione del quadrato del ſeno toto al rettangolo ſotto la secante 2. dell' aggregato, e la Tang. della ſemibaſe: Adunque il quadrato del seno toto al rettangolo ſotto la secante 2. dell'aggregato, e Tang. della semibaſe, sarà come l'aggregato de seni de detti angoli alla Tang. della semiſomma de lati. Similmente eſſendo la Tang. della semibaſe alla Tang. della ſemidifferenza de lati, come l'aggregato de seni de detti angoli al seno della differenza, cioè, come ſi deduce dal Lem. 2. come il seno dell' aggregato alla differenza de seni de gl' iſteſsi, per la permutata proportione, e poi conuerſa, sarà il seno dell'aggregato alla Tang. della semibaſe, come la differenza de seni de detti angoli alla Tang. della ſemidifferenza de lati, ma come il seno dell'aggregato alla Tang. della semibaſe, così

sì si è prouato essere il quadrato del seno toto al rettangolo sotto la secante 2. dell' aggregato, e sotto la Tang. della semibase, adunque la differenza de seni de detti angoli alla Tang della semidifferenza de lati sarà come il quadrato già detto al detto rettangolo, ma così è ancora l'aggregato de loro seni alla Tang. della semisomma de lati, adunque la differenza de seni de detti angoli alla Tang. della semidifferenza de lati sarà come l'aggregato de seni alla Tang. della semisomma, adunque il composto dell'aggregato, e differenza de seni de detti angoli al composto delle Tangenti della semisomma, e semidifferenza de lati sarà come il quadrato del seno toto al rettangolo sotto la secante 2. dell'aggregato de detti angoli, e la Tang. della semibase, e così anco la metà alla metà, cioè il composto del semiaggregato, e semidifferenza de seni de detti angoli, cioè il seno dell' angolo maggiore, alla semisomma delle Tangenti de lati sarà come il detto quadrato al

detto rettangolo, & il rimanente ancora, leuata la ſemidifferenza de seni de detti angoli dalla loro semisomma, cioè il seno dell'angolo minore, alla ſemidifferenza delle dette Tangenti sarà pure come il detto quadrato al detto rettangolo, adunque giuſtamente vuole il Nepero in queſt' altro modo, che ſi moltiplichi la secante del comp. dell' aggregato delli angoli alla baſe con la Tang. della semibaſe, e che il prodotto di nuouo ſi moltiplichi per il seno dell' angolo maggiore, e poi del minore, e che i prodotti ſi diuidano ciaſcuno per il quadrato del seno toto, poiche i quotienti saranno vno la ſemiſomma, e l'altro la ſemidifferenza delle Tangenti de lati, onde giungendo la ſemidifferenza di eſſe Tang. con la semiſomma ne verrà la Tang. del lato maggiore, e leuando detta semidifferenza da detta ſemiſomma ne verrà la Tang. del lato minore, come iui dice il Nepero. Però la più eſquiſita maniera parmi quella della Propoſ.

RAGIONE DELLA REGOLA DEL NEPERO

Posta alla pag. 54. ſopra il Prob. Triangoli ſpherici, A B D, &c. per trouare la baſe, e della ſua conuerſa.

PErche poi reſtaua queſta ſola del Nepero non dimoſtrata, hò voluto finalmente aggiſigere quà la ragione di eſſa ancora. Per intelligenza della quale adunque conuiene prima ſapere, come, dato vn' arco ſi troui il log. del ſemiſino verſo di quello, e conuerſamente dato il log. di vn ſemiſino verſo ſi troui il corriſpondente arco. Viſta perciò la figura del primo de ſopraposti ſecondi Lemmi, volendo il log. del ſemiſino verſo dell'arco per eſſempio, A C, perche, E A, ad, A C, è co-

me,

me, A C, ad, A K, ſarà la metà di, E A, cioè il seno toto alla metà di, A C, come queſta metà, che è seno retto di mezo l'arco, A C, alla metà di, A K, cioè al semiſino di, A C, adunque per l'Aſsioma gener. il log. del seno toto con il log. del semiſino verſo dell'arco propoſto, ſarà il doppio del log. del ſemiarco riſpondente à detto semiſino verſo. Perche poi ne log. del primo genere il log. del seno toto è zero, sarà il log. del semiſino verſo doppio del log. del ſemiarco di tale semiſino verſo, onde, trouato il log. di vn'arco, raddoppiandolo, hauremo in queſti log. il log. del semiſino del doppio di quell'arco, e per il contrario dimezando il log. di vn propoſto semiſino hauremo il log. della metà dell'arco, che riſponde al detto semiſino verſo. Inteſo queſto, perche il quadrato del seno toto al rettangolo ſotto i seni retti de lati del Triangolo sferico è, come il seno verso dell'angolo verticale alla differenza de seni verſi della baſe, e della differenza de lati per l'Aſsioma 4. de sferici, cioè
come

come il semiſino verſo dell'angolo verticale alla detta semidifferenza, cioè alla differenza de semiſini verſi della baſe, e differenza de lati, perciò troua il Nepero il log. del ſemiſino verſo dell'angolo verticale, prendendo il doppio del log. del semiangolo verticale, al quale giunge i log. de lati, e ne viene per l'Aſsioma gener. il log. della detta differenza de semiſini verſi della baſe, e differenza de lati. Troua poi il log. del semiſino verſo della differenza pure de lati con dimezare eſſa differenza, e raddoppiare il ſuo log. che ne viene il log. del semiſino verſo di eſſa differenza, il quale semiſino verſo con la differenza de semiſini della baſe, e differenza de lati compone il semiſino verſo della baſe. Per hauere adunque il log. di queſto compoſto troua gli archi corriſpondenti à i log. vno del semiſino della differenza de lati, e l'altro al log. della differenza de detti semiſini, e vi adopra la Regola. Dati duoi archi trouare vn terzo, il cui seno ſi adegui all'aggregato de seni di quelli.

Fa-

Facendo, che si giunga insieme il log. del semiaggregato con il log.della differenza de dati archi, e che se ne caui il log. della loro semidifferenza, onde ne resta il log. del sudetto composto, cioè del semisino verso della base. La ragione di tale operatione si può pure comprendere nella figura del primo Lemma, nella quale, essendo gli archi proposti, A D D C, perche la metà di, A C, alla metà di, B D, cioè il seno della semidifferenza al seno della semisomma de detti archi è come, C K, seno della differenza à, D N, aggregato de seni, per l'Assioma gen. leuando il log. della semidifferenza dalla somma de log. della semisomma, e differenza de detti archi, restarà il log.dell'aggregato de seni. Ouero perche come la metà di, A C, à, C K, così è la metà di, A E, cioè il seno toto à, E C, e così la metà del seno toto al seno di mezo, C E, cioè al seno 2. della semidifferenza de trouati archi, perciò in altro modo ancora vuole, che dal congiunto del log. 2. della semidifferenza, e del

e del log. del ſemiaggregato de trouati archi, ſi caui il log. di mezo il ſeno toto, cioè il log. di g. 30. poiche reſtarà l'iſteſſo log. del semiſino verſo della baſe, come ſopra. Dimezandolo poi, e cercandolo come log. ci darà l'arco, il cui doppio sarà la baſe ricercata, per la dottrina inſegnata di ſopra, è dunque manifeſta la ragione di queſta Regola del Nepero.

Per il contrario nella conuerſa di queſta, che iui ſegue, per trouare, dati li tre lati, l'angolo verticale, fà raddoppiare il log. della ſemibaſe per hauerne il log. del semiſino verſo della baſe, e perche ſottratto da queſto il semiſino verſo della ſemidifferenza de lati, reſta la loro differenza, la quale al semiſino verſo dell'angolo verticale è, come il rettangolo ſotto i ſeni de lati al quadrato del seno toto, per l'Aſſ. 4. de sferici, perciò gli è neceſſario, dato il log. del semiſino della baſe, & il log. del ſemiſino della differenza de lati trouare il log. della differenza di detti semiſini, e perciò troua gli archi riſpondenti à det-

à detti log. e perche, dati due archi, volendone vn terzo, il cui seno s'adegui alla differenza de seni de detti archi; vuole alla pag. 53. Reg. 3. che si giungano insieme i log. del semiaggregato, e semidifferenza de comp. loro, e se ne caui il log. di g. 30. come accenno, e dimostro anch'io nel Dirett. alla pag. 305. perciò fà fare questa operatione, e ne caua il log. di detta differenza de semisini della base, e differenza de lati, dal quale log. finalmente leuando i log. de lati giunti insieme, per l'Ass. gener. resta il log. del semisino dell'angolo verticale, la metà del quale ci dà la metà di quello, e poscia l'intiero angolo verticale, è dunque chiara la ragione dell' operare del Nepero anco nella cõuersa della Regola.

*

RA-

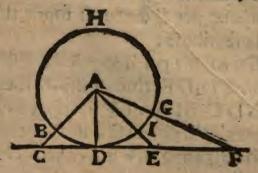
RAGIONE DELLA REGOLA

OTTAVA, ET VNDECIMA SECONDARIE.

PErche la ſudetta dottrina viene molto à propoſito per maggiore dilucidatione della Reg. 8. & 11. ſecondarie, perciò mi è parſo bene ſoggiungere quà immediatamente la ragione di queſte Regole. La 8. adunque tende all' iſteſſo fine, che la ſudetta del Nepero, ma differentemente, perche in vece di trouare il log. dell'aggregato di due Seni, quà ſi troua il log. dell'aggregato di due Tangenti, & il log. del semiſino di vn' arco, in queſti log del secondo genere, è il doppio del log. del semiſino di eſſo arco, mentre però vi ſi aggiunge il log. del Seno toto, e perciò per la ragione detta di ſopra ſi giungono inſieme i log. de lati con il doppio del log. del ſemiangolo verticale,

cale, cioè con il log. del semiſino dell' angolo verticale, più il log. del Seno toto (il quale però ſi laſcia secondo il solito) e reſta il log.della differenza de semiſini verſi della baſe, e differenza de lati, al quale come à meſ. cerchiamo l'arco riſpondente. Similmente leuando dal doppio del log. della semidifferenza de lati il log. del ſeno toto ci viene il logar. del semiſino verſo di esſi lati, al quale però come à meſ. troniamo l'arco corriſpondente. Poi, giungendo inſieme gli archi ritrouati con i detti meſ. prendiamo il log. dell' aggregato, & il reſ. log. 2. dell'vno, e l'altro arco, e ne viene il log. del semiſino verſo della baſe, al quale giungendo il log. del Seno toto, cioè l'vnità solita nell' vltimo luogo à mano ſiniſtra, la metà di eſſo come log. ci dà la semibaſe, e poſcia l'intiera baſe, della quale vltima operatione intenderemo la ragione sopra la preſente figura.

Siano dunque nel cerchio, H B D G, il cui centro, A, dati gli archi, B D, D G, e le loro Tangenti, C D, D F, e ſi con-

congiunghino, A C, A D, A F, e C D, si intenda per la differenza de semisini versi della base, e della differenza de lati, cioè de semisini, C F, F D; C D,

D F, dunque come Tang. ò i loro log. come mes. ci danno li due archi, B D, D G, ò li due angoli, C A D, D A F. E perche il seno dell'angolo, A C F, al seno dell'angolo, C A F, è come, A F, secante dell'angolo, F A D, à, F C, per l'Assioma 2. de Piani, perciò per l'Ass. gener. il res. log. dell'angolo, A C F, ouero il res. log. 2 dell'angolo, C A D, ò arco, B D, con il res. log. 2. dell'angolo, D A F (per la secante &c. conforme al detto circa l'Ass. gener.) ò dell'arco, D G, e con il log. dell'aggregato, C A F, delli due angoli, C A D, D A F,

D, D A F, ò dell'arco, B D G, darà il log. di, C F, come semisino verso della base del Triangolo sferico, al quale giungendo il log. del seno toto, se ne compone per il detto di sopra il log. della semibase.

Chi volesse poi il log. della differenza di, C D, D F, cioè, presa, D E, eguale à, D C, il log. di, E F, giunta, A E, che tagli l'arco, D G, in, I, perche il seno dell'angolo, F E A, ouero, D E A, cioè il seno 2. di, D A E, al seno di, E A F, differenza delli angoli, D A E, D A F, è come la secante, A F, à, F E, per l'Ass. gener. il res. log. 2. dell'angolo, D A F (che equiuale al log. della secante, come nella soprapolta operatione) con il res. log. 2. dell'angolo, D A E, e con il log. dell'angolo, E A F, differenza de detti angoli, darà il log. di, E F. Onde se, E F, si intendesse per differenza de semisini versi, E D, della differenza de lati, e, D F, della base del Triangolo sferico, essendo come il rettangolo sotto i seni retti de lati al quadrato del seno toto così questa

diffe-

differenza al semisino dell'angolo verticale, perciò leuando i log. de lati dal log. di questa differenza giunto con il log. del quadrato del seno toto, cioè con il doppio del log. del seno toto, per l'Ass. gener. ne restaria il log. del semisino verso dell'angolo verticale, e s'haurebbe dati tre lati l'angolo verticale, conforme, che si è visto di sopra che prattica il Nepero intorno à questo Problema, ma perche mi parono eccellentissime le due prime Regole da esso inuentate per questo effetto, hò perciò iui tralasciato quest'altro modo, che si saria potuto mettere.

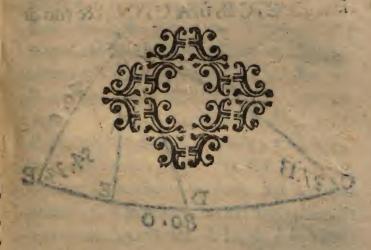
Questa maniera poi di ritrouare il log. dell'aggregato, e differenza di due qualsiuoglia linee intese come Tangenti, è del M. Reu. Sig. Ludouico Barbauara Canon. Ord. del Duomo di Milano, e Canc. Arch. persona di molta eruditione, e molto versato in queste materie, che parimente hà composto la Tauola de log. del primo genere, come poi hà fatto Beniamin Orsino, & hà inuentato cose peregrine in questa

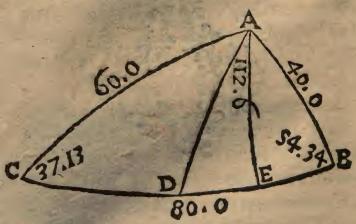
ma-

materia de calcoli, con licenza del quale mi sono seruito quà di questo modo per la quarta, e settima Regola secondaria.

Dalla sudetta dimostratione adunque credo resti nota à bastanza la ragione dell' vltima operatione della Reg. 8. secondaria. Come anco mediante li due Triangoli reciprochi, A, B, adoprati nel Cor. 2. della Propos. del Nepero potiamo restare capaci della ragione della Reg. 11. secondaria. Poiche i log. de lati del Triangolo, A, cioè i log. de gli angoli di, B, con il doppio del log. del semiangolo verticale di, A, cioè con il doppio del log. 2. della semibase di, B, darà nell' vno, e l'altro il mes di vn primo arco. Dipoi il doppio del log. della semidifferenza de lati di, A, cioè della semidifferenza delli angoli di, B (leuata la solita vnità &c.) come mes. darà vn secondo arco tanto in, A, quanto in, B. E finalmente in ambidue giunti insieme il logar. dell' aggregato de gl' inuentati archi, & il res. logaritmo dell'

vno,

vno, e l'altro arco, verrà vn logaritmo, al quale giunto il log. del seno toto, la metà di esso sarà log. della semibase di, A, cioè logaritmo secondo del semiangolo verticale di, B, è dunque nota ancora la ragione di questa vndecima Regola secondaria.

RAGIONI DELLE REGOLE SVSSEGVENTI.

PEr intendere poi la ragione delle altre Regole, che seguono, e prima per la 8. primaria, si deue di nuouo risguardare la figura posta nel principio delle Regole de sferici obliquangoli, nella quale siano dati, come li due lati, A C, C B, ò, A C, C D, & vno di

essi almeno come, A C, sia minore del quadrante, e l'angolo verticale, C, acuto.

to. Per hauere adunque la base, A B, ò, A D, dice la Regola, che si tiri il perpendicolo, A E, dall'estremo del lato dato, che è minore del quadrante, come hora si suppone, C A, primo lato, dipoi per la seconda de Rettangoli troua il 1. caso, C E (il qual 1. caso essendo maggiore del 2. lato, come di, C D, mostra che il perpendicolo casca fuori, & essendo minore, come di, C B, mostra che casca dentro il Triangolo) e poi prendendo la differenza di C E, & il 2. lato, cioè, D E, ouero, E B, mediante il primo de primi Lemmi con li due casi, C E, E B, e con il lato, C A, troua, formandone la sua Reg: logaritmica per l'Aff. gener. la base, A D, ò, A B, la quale si conforma di specie con il 2. caso, D E, ò, E B, perche se, D E, ò, E B, è minore del quadrante, essendo il perpendicolo, A E, minore del quadrante (poiche si oppone all'angolo acuto, C) perche i lati concordano di specie la Ipotenusa, A D, ò, A B, viene anch'essa minore del quadrante, ma discordando essi nella specie, cioè es-

ſendo, D E, ò, E B, maggiore del quadrante, anco la baſe, A D, ò, A B, viene maggiore del quadrante.

La 9. primaria parimente ſi intenderà ſopra l'isteſſa figura, nella quale ſupporremo l'isteſſo, che per la 8. primaria ſi ſuppoſe, ma che ſi deua cercare l'angolo, B, ouero, A D C. Troua dunque con, A C, e l'angolo, C, per la seconda de Rettangoli il primo caſo; C E, il quale pure, come ſopra, moſtra se il perpendicolo caſca dentro, ò fuori, conferito con il 2. lato, C B, ò, C D. Vero è che eſſendo il lato oppoſto all' angolo ricercato, come, A C, maggiore del quadrante, ſi intende ch' eſſo ſia continuato ſino al concorſo con, C B, e l'operatione viene fatte intorno al Triangolo Vicario aggiacente ad, A B, e ne viene all'hora il comp. al mezocerchio di, C E, che ſi ritiene pure per primo caſo. Dipoi mediante il quinto de primi Lemmi con li due caſi, C E, E B, ò, C E, E D, e con l'angolo, C, formandone per l'Aſſioma gener. la Regola logaritmica, troua l'angolo, B; ouero, A D E, quan-

E, quando il primo caso, E C, è maggiore del 2. lato, C D, cioè quando il perpendicolo casca fuori, essendo all'hora l'angolo ricercato, A D C, comp. al mezocerchio del ritrouato, A D E.

La 10. si è già prouata di sopra nel Cor. 2. della Propos. del Nepero.

La 11. primaria si dimostrarà pure sopra l'istessa figura, nella quale pongasi, che habbiamo noti due angoli, come, C, &, A, vno de quali come, C, almeno sia acuto, & il lato aggiacente, cioè la base, A C, minore del quadrante, e che si vogli il terzo angolo, cioè il verticale, B. S intende quà adunque tirato il perpendicolo dall' angolo ottuso quando vi è come da, A, ò da qualunque delli angoli dati, quando sono acuti. Caschi perciò sopra, C B, l'istesso, A E, da, A, angolo ottuso. Prima dunque mediante, A C, e l'angolo, C, troua l'angolo 1. C A E, per la terza de Rettangoli, il quale conferito con il 2. angolo dato, C A B, ò, C A D, mostra se il perpendicolo casca dentro, ò fuori, e presa la differenza di esso, e del 2.

angolo ne viene il 2. angolo trouato, D A E, ò, E A B. Con questi poi, e con il primo angolo dato, C, si troua, formando la Reg. logar. mediante il 2. de primi Lemmi, l'angolo verticale, B, ouero, quando il primo angolo trouato, C A E, è maggiore del 2.angolo dato, come di, C A D, l'angolo trouato è, A D E, compimento al mezocerchio dell'angolo ricercato, che è, A D C, ottuso.

La 11. secondaria poi è dimostrata di sopra alla Ragione della 8. & 11. secondarie.

La 12. si dimostrarà pure sopra l'istessa figura. Pongasi dunque, che dati li due angoli, C, acuto, &, A, ottuso, ò datili ambidue acuti, si cerchi il lato, A B, opposto all'acuto, C, tirato adunque il perpendicolo, A E, da, A, si troua mediante, A C, con l'angolo, C, primo angolo dato, l'angolo, C A E, il quale conferito con il 2. angolo dato, C A B, ò, C A D, mostra come sopra se il perpendicolo caschi dentro, ò fuori, e, presa la differenza di esso, e del detto

2. an-

2. angolo dato, si hà il 2. angolo ritrouato, con i quali angoli 1. e 2. ritrouati, che sono, C A E, E A B, ouero, C A E, D A E, e con il lato, ò base, C A, si troua il lato, A B, opposto all'acuto, C, mediante la Reg. logar. formata per l'Ass. gener. sopra il 4. de primi Lemmi. Ma quando vno delli angoli dati sia ottuso, come, A, e si cerchi il lato, come, C B, opposto à quello, si potria bene trouare mediante il perpendicolo, A E, tirato da esso ottuso, ma vi vorriano tre operationi, perche bisognaria trouare con, A C, e l'angolo, C, il caso, C E, e l'angolo, C A E, e prendere la differenza di esso, C A E, e di, C AB, cioè, EA B, e poi con li due angoli, C A E, E A B, & il caso, C E, s'haurebbe il caso, E B, per il 6. de primi Lemmi. Però chi vuole hauere il lato opposto all' ottuso con due sole operationi, deue vsare le cautioni della Regola, la ragione delle quali si intendarà, se nella detta figura, supporremo di hauere il Triangolo, A D C, nel quale sia data la base, AD, minore del quadran-

drante, con li angoli aggiacenti, C D A, ottuſo, e D A C, acuto, e che ſi cerchi, A C, oppoſto all'ottuſo. Tirato adunque il perpendicolo A E, dall'angolo acuto dato, A, quello neceſſariamente caſcherà fuori, perche ſe caſcaſſe dentro conteneria con la Ipotenuſa, A D, angolo ottuſo, perche, C D A, è ottuſo, e deuono concordare gli angoli aggiacenti all'Ipotenuſa nella ſpecie quando eſſa è minore del quadrante, come ſi suppone, A D, e ciò per l'Annotat. 3. il che però è falſo perche l'angolo, A, è acuto, ſi che neceſſariamente, A E, caſca fuori. Adunque con, A D, e l'angolo, A D E, comp. al mezocerchio di, A D C, ſi troua per la 3. de Rettangoli l'angolo, E A D, primo, e poi eſſo ſi aggiunge al 2. angolo dato, D A C, e ſe ne fà il 2. angolo trouato, E A C; dipoi con, D A E, C A E, e con, A D, ſi troua per il detto 4. de primi Lemmi il lato, A C, ma perche il 2. angolo inuentato, C A E, può eſſere ottuſo, nel qual caſo, A C, è maggiore del quadrante, perche, C, è acuto, perciò
in

in vece del Triangolo rettangolo, C A E, intendiamo farsi la operatione intorno al Triangolo Vicario aggiacente ad, A E, e perciò si dice, che il lato ritrouato sarà il comp. di, A C, al mezocerchio, quando l'angolo, C A E, cioè la somma del primo angolo trouato, e 2. angolo dato sarà maggiore del quadrante. Così nel primo caso di sopra, quando la differenza del primo angolo trouato, C A E, & C A B, ò, C A D, sia maggiore del quadrante viene per l'istessa ragione, A B, maggiore del quadrante, onde in vece di adoperare, B A E, si adopera il suo rimanente al mezocerchio, che è l'angolo del Triangolo Vicario aggiacente al perpendicolo, A E, e perciò se ne raccoglie il comp. al mezocerchio di, A B, come si dice nel fine della Regola.

La 13. primaria è fondata sopra questa verità, cioè, che il rettangolo sotto i seni retti de lati al quadrato del seno toto è come il rettangolo sotto i seni retti della semisomma, e semidifferenza della base, e differenza de lati,

al

al quadrato del seno retto del semiangolo verticale.

La 13. poi secondaria si fonda sopra questa, che il rettangolo sotto i seni retti de lati al quadrato del seno toto è come il rettangolo sotto i seni retti della semisomma, e semidifferenza della base, & aggregato de lati al quadrato del seno retto 2. del semiangolo verticale, dalle quali verità se ne deducono le Regole logaritmiche per l'Assioma gener.

La 14. primaria si dedurrà dalla 13. primaria mediante li due Triangoli reciprochi, A, B, adoperati più volte, imperoche il res. log. di ciascuno de lati di, A, che stanno intorno all' angolo ricercato per la 13. primaria, cioè il res. log. di ciascuno delli angoli alla base di, B, con il log. della semisomma, e log. della semidifferenza della base, e differenza de lati di, A, cioè con il log. della semisomma, e log. della semidifferenza del comp. al mezocerchio dell'angolo verticale, e della differenza delli angoli alla base di, B, darà il doppio

pio del log. del semiangolo verticale di, A, cioè il doppio del log.del comp. cioè del log.2.della semibase di,B, come dice la Reg.14. primaria.

La 14. secondaria finalmente si dedurrà dalla 13. secondaria, come si è dedotta la 14. primaria dalla 14. primaria, medianti li due Triangoli reciprochi, A, e, B. Si deue poi in queste quattro Regole auuertire, che nel Dirررettorio vi si adoprano i Tomòlogaritmi 2.de lati, ma perche quà non l'habbiamo, perciò in vece di quelli si seruiamo del res.log.di essi lati, che equiuale al Tomolog.2. benche quello porti seco di più il logaritmo del seno toto, il quale douendosi lasciare nella somma non importa niente la giunta di quello, come meglio si può intendere dalla esplicatione fatta intorno all'Assioma generale.

Quanto poi alla Regola generalissima non mi occorre dirci altro; essendo per se stessa manifesta, e questo basti per quello, che si aspetta alle ragioni delle Regole di questo Compendio.

Il fine del Compendio delle Regole.

TAVOLA DELLE REGOLE
De Triangoli.

TAVOLA

PRIMA

LOGARITMICA.

⊙	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	0	1000000	0	Infinito	60
1	646373	999999	646373	1353627	59
2	676476	999999	676476	1323524	58
3	694085	999999	694085	1305915	57
4	706579	999999	706579	1293421	56
5	716270	999999	716270	1283730	55
6	724188	999999	724188	1275812	54
7	730882	999999	730882	1269118	53
8	736682	999999	736682	1263318	52
9	741797	999999	741797	1258203	51
10	746373	999999	746373	1253627	50
11	750512	999999	750512	1249488	49
12	754291	999999	754291	1245709	48
13	757767	999999	757767	1242233	47
14	760985	999999	760986	1239014	46
15	763982	999999	763982	1236018	45
16	766784	999999	766785	1233215	44
17	769417	999999	769418	1230582	43
18	771900	999999	771900	1228100	42
19	774248	999999	774248	1225752	41
20	776475	999999	776476	1223524	40
21	778594	999999	778595	1221405	39
22	780615	999999	780615	1219385	38
23	782545	999999	782546	1217454	37
24	784393	999999	784394	1215606	36
25	786166	999999	786167	1213833	35
26	787870	999999	787871	1212129	34
27	789509	999999	789510	1210490	33
28	791088	999999	791089	1208911	32
29	792612	999998	792613	1207387	31
30	794084	999998	794086	1205914	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	89

c	Log.	Log.2.	Mes	Mes.2.	
30	794084	999998	794086	1205914	30
31	795508	999998	795510	1204490	29
32	796887	999998	796889	1203111	28
33	798223	999998	798225	1201775	27
34	799520	999998	799522	1200478	26
35	800779	999998	800781	1199219	25
36	802002	999998	802004	1197996	24
37	803192	999997	803194	1196806	23
38	804350	999997	804353	1195647	22
39	805478	999997	805481	1194519	21
40	806578	999997	806581	1193419	20
41	807650	999997	807653	1192347	19
42	808696	999997	808700	1191300	18
43	809718	999997	809722	1190278	17
44	810717	999996	810720	1189280	16
45	811693	999996	811696	1188304	15
46	812647	999996	812651	1187349	14
47	813581	999996	813585	1186415	13
48	814495	999996	814500	1185500	12
49	815391	999996	815395	1184605	11
50	816268	999995	816273	1183727	10
51	817128	999995	817133	1182867	9
52	817971	999995	817976	1182024	8
53	818798	999995	818804	1181196	7
54	819610	999995	819616	1180384	6
55	820407	999994	820413	1179587	5
56	821189	999994	821195	1178805	4
57	821958	999994	821964	1178036	3
58	822713	999994	822720	1177280	2
59	823456	999994	823462	1176538	1
60	824186	999993	824192	1175808	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	89

′	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	824186	999993	824192	1175808	60
1	824903	999993	824910	1175090	59
2	825609	999993	825616	1174384	58
3	826304	999993	826312	1173688	57
4	826988	999992	826996	1173004	56
5	827661	999992	827669	1172331	55
6	828324	999992	828332	1171668	54
7	828977	999992	828986	1171014	53
8	829621	999992	829629	1170371	52
9	830255	999991	830263	1169737	51
10	830879	999991	830888	1169112	50
11	831495	999991	831505	1168495	49
12	832103	999990	832112	1167888	48
13	832702	999990	832711	1167289	47
14	833292	999990	833302	1166698	46
15	833875	999990	833886	1166114	45
16	834450	999989	834461	1165539	44
17	835018	999989	835029	1164971	43
18	835578	999989	835590	1164410	42
19	836131	999989	836143	1163857	41
20	836678	999988	836689	1163311	40
21	837217	999988	837229	1162771	39
22	837750	999988	837762	1162238	38
23	838276	999987	838289	1161711	37
24	838796	999987	838809	1161191	36
25	839310	999987	839323	1160677	35
26	839818	999986	839832	1160168	34
27	840320	999986	840334	1159666	33
28	840816	999986	840830	1159170	32
29	841307	999985	841321	1158679	31
30	841792	999985	841807	1158193	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	88

1	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	841792	999985	841807	1158193	30
31	842272	999985	842287	1157713	29
32	842746	999984	842762	1157238	28
33	843216	999984	843232	1156768	27
34	843680	999984	843696	1156304	26
35	844139	999983	844156	1155844	25
36	844594	999983	844611	1155389	24
37	845044	999983	845061	1154939	23
38	845489	999982	845507	1154493	22
39	845930	999982	845948	1154052	21
40	846366	999982	846385	1153615	20
41	846799	999981	846817	1153183	19
42	847226	999981	847245	1152755	18
43	847650	999981	847669	1152331	17
44	848069	999980	848089	1151911	16
45	848485	999980	848505	1151495	15
46	848896	999979	848917	1151083	14
47	849304	999979	849325	1150675	13
48	849708	999979	849729	1150271	12
49	850108	999978	850130	1149870	11
50	850504	999978	850527	1149473	10
51	850897	999977	850920	1149080	9
52	851287	999977	851310	1148690	8
53	851673	999977	851696	1148304	7
54	852055	999976	852079	1147921	6
55	852434	999976	852459	1147541	5
56	852810	999975	852835	1147165	4
57	853183	999975	853208	1146792	3
58	853552	999974	853578	1146422	2
59	853919	999974	853945	1146055	1
60	854282	999974	854308	1145692	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	88

2	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2
0	854282	999974	854308	1145692
1	854642	999973	854669	1145331
2	854999	999973	855027	1144973
3	855354	999972	855382	1144618
4	855705	999972	855734	1144266
5	856054	999971	856083	1143917
6	856400	999971	856429	1143571
7	856743	999970	856773	1143227
8	857084	999970	857114	1142886
9	857421	999969	857452	1142548
10	857757	999969	857788	1142212
11	858089	999968	858121	1141879
12	858419	999968	858451	1141549
13	858747	999967	858779	1141221
14	859072	999967	859105	1140895
15	859395	999967	859428	1140572
16	859715	999966	859749	1140251
17	860033	999966	860068	1139932
18	860349	999965	860384	1139616
19	860662	999964	860698	1139302
20	860973	999964	861009	1138991
21	861282	999963	861319	1138681
22	861589	999963	861626	1138374
23	861894	999962	861931	1138069
24	862196	999962	862234	1137766
25	862497	999961	862535	1137465
26	862795	999961	862834	1137166
27	863091	999960	863131	1136869
28	863385	999960	863426	1136574
29	863678	999959	863718	1136282
30	863968	999959	864009	1135991
	Log 2.	Log.	Mes.2.	Mes.

2	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	863968	999959	864009	1135991	30
31	864256	999958	864298	1135702	29
32	864543	999958	864585	1135415	28
33	864827	999957	864870	1135130	27
34	865110	999956	865154	1134846	26
35	865391	999956	865435	1134565	25
36	865670	999955	865715	1134285	24
37	865947	999955	865993	1134007	23
38	866223	999954	866269	1133731	22
39	866497	999954	866543	1133457	21
40	866769	999953	866816	1133184	20
41	867039	999952	867087	1132913	19
42	867308	999952	867356	1132644	18
43	867575	999951	867624	1132376	17
44	867841	999951	867890	1132110	16
45	868104	999950	868154	1131846	15
46	868367	999949	868417	1131583	14
47	868627	999949	868678	1131322	13
48	868886	999948	868938	1131062	12
49	869144	999948	869196	1130804	11
50	869400	999947	869453	1130547	10
51	869654	999946	869708	1130292	9
52	869907	999946	869962	1130038	8
53	870159	999945	870214	1129786	7
54	870409	999944	870465	1129535	6
55	870658	999944	870714	1129286	5
56	870905	999943	870962	1129038	4
57	871151	999942	871208	1128792	3
58	871395	999942	871453	1128547	2
59	871638	999941	871697	1128303	1
60	871880	999940	871940	1128060	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	87

3	Log.	Log. 2	Mes.	Mes. 2.	
0	871880	999940	871940	1128060	60
1	872120	999940	872181	1127819	59
2	872359	999939	872420	1127580	58
3	872597	999938	872659	1127341	57
4	872834	999938	872896	1127104	56
5	873069	999937	873132	1126868	55
6	873303	999936	873366	1126634	54
7	873535	999936	873600	1126400	53
8	873767	999935	873832	1126168	52
9	873997	999934	874063	1125937	51
10	874226	999934	874292	1125708	50
11	874454	999933	874521	1125479	49
12	874680	999932	874748	1125252	48
13	874906	999932	874974	1125026	47
14	875130	999921	875199	1124801	46
15	875353	999930	875423	1124577	45
16	875575	999929	875645	1124355	44
17	875795	999929	875867	1124133	43
18	876015	999928	876087	1123913	42
19	876234	999927	876306	1123694	41
20	876451	999926	876525	1123475	40
21	876667	999926	876742	1123258	39
22	876883	999925	876958	1123042	38
23	877097	999924	877173	1122827	37
24	877310	999923	877387	1122613	36
25	877522	999923	877600	1122400	35
26	877733	999922	877811	1122189	34
27	877943	999921	878022	1121978	33
28	878152	999920	878232	1121768	32
29	878360	999920	878441	1121559	31
30	878568	999919	878649	1121351	30
	Log. 2.	Log.	Mes 2.	Mes.	8

3	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	878568	999919	878649	1121351	30
31	878774	999918	878855	1121145	29
32	878979	999917	879061	1120939	28
33	879183	999917	879266	1120734	27
34	879386	999916	879470	1120530	26
35	879588	999915	879673	1120327	25
36	879789	999914	879875	1120125	24
37	879990	999913	880076	1119924	23
38	880189	999913	880277	1119723	22
39	880388	999912	880476	1119524	21
40	880585	999911	880674	1119326	20
41	880782	999910	880872	1119128	19
42	880978	999909	881068	1118932	18
43	881173	999909	881264	1118736	17
44	881367	999908	881459	1118541	16
45	881560	999907	881653	1118347	15
46	881752	999906	881845	1118154	14
47	881944	999905	882038	1117962	13
48	882134	999904	882230	1117770	12
49	882324	999904	882420	1117580	11
50	882513	999903	882610	1117390	10
51	882701	999902	882799	1117201	9
52	882888	999901	882987	1117013	8
53	883075	999900	883175	1116825	7
54	883261	999899	883361	1116639	6
55	883446	999898	883547	1116453	5
56	883630	999898	883732	1116268	4
57	883813	999897	883916	1116084	3
58	883996	999896	884100	1115900	2
59	884177	999895	884242	1115718	1
60	884358	999894	884464	1115536	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	86

4	Log.	Log 2.	Mes.	Mes.2.	
0	884358	999894	884464	1115536	60
1	884539	999893	884646	1115354	59
2	884718	999892	884826	1115174	58
3	884897	999891	885006	1114994	57
4	885075	999891	885185	1114815	56
5	885252	999890	885363	1114637	55
6	885429	999889	885540	1114460	54
7	885605	999888	885717	1114283	53
8	885780	999887	885893	1114107	52
9	885955	999886	886069	1113931	51
10	886128	999885	886243	1113757	50
11	886301	999884	886417	1113583	49
12	886474	999883	886591	1113409	48
13	886645	999882	886763	1113237	47
14	886816	999881	886935	1113065	46
15	886987	999880	887106	1112894	45
16	887156	999879	887277	1112723	44
17	887325	999879	887447	1112553	43
18	887494	999878	887616	1112384	42
19	887661	999877	887785	1112215	41
20	887829	999876	887953	1112047	40
21	887995	999875	888120	1111880	39
22	888161	999874	888287	1111713	38
23	888326	999873	888453	1111547	37
24	888490	999872	888618	1111382	36
25	888654	999871	888783	1111217	35
26	888817	999870	888948	1111052	34
27	888980	999869	889111	1110889	33
28	889142	999868	889274	1110726	32
29	889304	999867	889437	1110563	31
30	889464	999866	889598	1110402	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	85

4	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	889464	999866	889598	1110402	30
31	889625	999865	889760	1110240	29
32	889784	999864	889920	1110080	28
33	889943	999863	890080	1109920	27
34	890102	999862	890240	1109760	26
35	890260	999861	890399	1109601	25
36	890417	999860	890557	1109443	24
37	890574	999859	890715	1109285	23
38	890730	999858	890872	1109128	22
39	890885	999857	891029	1108971	21
40	891040	999856	891185	1108815	20
41	891195	999855	891340	1108660	19
42	891349	999854	891495	1108505	18
43	891502	999853	891650	1108350	17
44	891655	999852	891803	1108197	16
45	891807	999851	891957	1108043	15
46	891959	999850	892110	1107890	14
47	892110	999848	892262	1107738	13
48	892261	999847	892414	1107586	12
49	892411	999846	892565	1107435	11
50	892561	999845	892715	1107284	10
51	892710	999844	892866	1107134	9
52	892859	999843	893016	1106984	8
53	893007	999842	893165	1106835	7
54	893154	999841	893313	1106687	6
55	893301	999840	893462	1106538	5
56	893448	999839	893609	1106391	4
57	893594	999838	893756	1106244	3
58	893740	999837	893903	1106097	2
59	893885	999836	894049	1105951	1
60	894030	999834	894195	1105805	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	85

5	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	894030	999834	894195	1105805	60
1	894174	999833	894340	1105660	59
2	894317	999832	894485	1105515	58
3	894461	999831	894630	1105370	57
4	894603	999830	894773	1105227	56
5	894746	999829	894917	1105083	55
6	894887	999828	895060	1104940	54
7	895029	999827	895202	1104798	53
8	895170	999825	895344	1104656	52
9	895310	999824	895486	1104514	51
10	895450	999823	895627	1104373	50
11	895589	999822	895767	1104233	49
12	895728	999821	895908	1104092	48
13	895867	999820	896047	1103953	47
14	896005	999819	896187	1103813	46
15	896143	999817	896325	1103675	45
16	896280	999816	896464	1103536	44
17	896417	999815	896602	1103398	43
18	896553	999814	896739	1103251	42
19	896689	999813	896877	1103123	41
20	896825	999812	897013	1102987	40
21	896960	999810	897150	1102850	39
22	897095	999809	897285	1102715	38
23	897229	999808	897421	1102579	37
24	897363	999807	897556	1102444	36
25	897496	999806	897691	1102309	35
26	897629	999804	897825	1102175	34
27	897762	999803	897959	1102041	33
28	897894	999802	898092	1101908	32
29	898026	999801	898225	1101775	31
30	898157	999800	898358	1101642	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	84

	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
	898157	999800	898358	1101642	30
	898288	999798	898490	1101510	29
	898419	999797	898622	1101378	28
	898549	999796	898753	1101247	27
	898679	999795	898884	1101116	26
	898808	999793	899015	1100985	25
	898937	999792	899145	1100855	24
	899066	999791	899275	1100725	23
	899194	999790	899405	1100595	22
	899322	999788	899534	1100466	21
	899450	999787	899662	1100338	20
	899577	999786	899791	1100209	19
2	899704	999785	899919	1100081	18
3	899830	999783	900046	1099954	17
4	899956	999782	900174	1099826	16
5	900082	999781	900301	1099699	15
6	900207	999780	900427	1099573	14
7	900332	999778	900553	1099447	13
8	900456	999777	900679	1099321	12
9	900581	999776	900805	1099195	11
0	900704	999775	900930	1099070	10
1	900828	999773	901055	1098945	9
2	900951	999772	901179	1098821	8
3	901074	999771	901303	1098697	7
4	901196	999769	901427	1098573	6
55	901318	999768	901550	1098450	5
56	901440	999767	901673	1098327	4
57	901561	999765	901796	1098204	3
58	901682	999764	901918	1098082	2
59	901803	999763	902040	1097960	1
60	901923	999761	902162	1097838	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	

6	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	901923	999761	902162	1097838	60
1	902043	999760	902283	1097717	59
2	902163	999759	902404	1097596	58
3	902283	999757	902525	1097475	57
4	902402	999756	902645	1097355	56
5	902520	999755	902766	1097234	55
6	902639	999753	902885	1097115	54
7	902757	999752	903005	1096995	53
8	902874	999751	903124	1096876	52
9	902992	999749	903242	1096758	51
10	903109	999748	903361	1096639	50
11	903226	999747	903479	1096521	49
12	903342	999745	903597	1096403	48
13	903458	999744	903714	1096286	47
14	903574	999742	903832	1096168	46
15	903690	999741	903948	1096052	45
16	903805	999740	904065	1095935	44
17	903920	999738	904181	1095819	43
18	904034	999737	904297	1095703	42
19	904149	999736	904413	1095587	41
20	904262	999734	904528	1095472	40
21	904376	999733	904643	1095357	39
22	904490	999731	904758	1095242	38
23	904603	999730	904873	1095127	37
24	904715	999728	904987	1095013	36
25	904828	999727	905101	1094899	35
26	904940	999726	905214	1094786	34
27	905052	999724	905328	1094672	33
28	905164	999723	905441	1094559	32
29	905275	999721	905553	1094447	31
30	905386	999720	905666	1094334	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	83

6	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
30	905386	999720	905666	1094334	30
31	905497	999718	905778	1094222	29
32	905607	999717	905890	1094110	28
33	905717	999716	906002	1093998	27
34	905827	999714	906113	1093887	26
35	905937	999713	906224	1093776	25
36	906046	999711	906335	1093665	24
37	906155	999710	906445	1093555	23
38	906264	999708	906556	1093444	22
39	906372	999707	906666	1093334	21
40	906481	999705	906775	1093225	20
41	906589	999704	906885	1093115	19
42	906696	999702	906994	1093006	18
43	906804	999701	907103	1092897	17
44	906911	999699	907211	1092789	16
45	907018	999698	907320	1092680	15
46	907124	999696	937428	1092572	14
47	907231	999695	907536	1092464	13
48	907337	999693	907643	1092357	12
49	907442	999692	907751	1092249	11
50	907548	999690	907858	1092142	10
51	907653	999689	907964	1092036	9
52	907758	999687	907071	1091929	8
53	907863	999686	908177	1691823	7
54	907968	999684	908283	1091717	6
55	908072	999683	908389	1091611	5
56	908176	999681	908495	1091505	4
57	908280	999680	908600	1091400	3
58	908383	999678	908705	1091295	2
59	908486	999677	908810	1091190	1
60	908589	999675	908914	1091086	0
	Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	83

7	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.
0	908589	999675	908914	1091086
1	908692	999674	909019	1090981
2	908795	999672	909123	1090877
3	908897	999670	909227	1090773
4	908999	999669	909330	1090670
5	909101	999667	909434	1090566
6	909202	999666	909537	1090463
7	909304	999664	909640	1090360
8	909405	999663	909742	1090258
9	909506	999661	909845	1090155
10	909606	999659	909947	1090053
11	909707	999658	910049	1089951
12	909807	999656	910150	1089850
13	909907	999655	910252	1089748
14	910006	999653	910353	1089647
15	910106	999651	910454	1089546
16	910205	999650	910555	1089445
17	910304	999648	910656	1089344
18	910402	999647	910756	1089244
19	910501	999645	910856	1089144
20	910599	999643	910956	1089044
21	910697	999642	911056	1088944
22	910795	999640	911155	1088845
23	910893	999638	911254	1088746
24	910990	999637	911353	1088647
25	911087	999635	911452	1088548
26	911184	999633	911551	1088449
27	911281	999632	911649	1088351
28	911377	999630	911747	1088253
29	911474	999629	911845	1088155
30	911570	999627	911943	1088057
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.

	Log.	Log.2.	Mef.	Mef.2.	
	911570	999627	911943	1088057	30
1	911666	999625	912040	1087960	29
2	911761	999624	912138	1087862	28
3	911857	999622	912235	1087765	27
4	911952	999620	912332	1087668	26
5	912047	999618	912428	1087572	25
6	912142	999617	912525	1087475	24
7	912236	999615	912621	1087379	23
8	912331	999613	912717	1087283	22
9	912425	999612	912813	1087187	21
0	912519	999610	912909	1087091	20
1	912612	999608	913004	1086996	19
2	912706	999607	913099	1086901	18
3	912799	999605	913194	1086806	17
4	912892	999603	913289	1086711	16
5	912985	999601	913384	1086616	15
6	913078	999600	913478	1086522	14
7	913171	999598	913573	1086427	13
8	913263	999596	913667	1086333	12
9	913355	999595	913761	1086239	11
0	913447	999593	913854	1086146	10
1	913539	999591	913948	1086052	9
2	913630	999589	914041	1085959	8
3	913722	999588	914134	1085866	7
4	913813	999586	914227	1085773	6
5	913904	999584	914320	1085680	5
6	913994	999582	914412	1085588	4
7	914085	999581	914504	1085496	3
8	914175	999579	914597	1085403	2
9	914266	999577	914688	1085312	1
60	914356	999575	914780	1085220	0
	Log.2.	Log.	Mef.2.	Mef.	62

	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	914356	999575	914780	1085220	60
1	914445	999574	914872	1085128	59
2	914535	999572	814963	1085037	58
3	914624	999570	915054	1084946	57
4	914714	999568	915145	1084855	56
5	914803	999566	915236	1084764	55
6	914891	999565	915327	1084673	54
7	914980	999563	915417	1084583	53
8	915069	999561	915508	1084492	52
9	915157	999559	915598	1084402	51
10	915245	999557	915688	1084312	50
11	915333	999556	915777	1084223	49
12	915421	999554	915867	1084133	48
13	915508	999552	915956	1084044	47
14	915596	999550	916046	1083954	46
15	915683	999548	916135	1083865	45
16	915770	999546	916224	1083776	44
17	915857	999545	916312	1083688	43
18	915944	999543	916401	1083599	42
19	916030	999541	916489	1083511	41
20	916116	999539	916577	1083423	40
21	916203	999537	916665	1083335	39
22	916289	999535	916753	1083247	38
23	916374	999533	916841	1083159	37
24	916460	999532	916928	1083072	36
25	916545	999530	917016	1082984	35
26	916631	999528	917103	1082897	34
27	916716	999526	917190	1082810	33
28	916801	999524	917277	1082723	32
29	916886	999522	917363	1082637	31
30	916970	999520	917450	1082550	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	8

	Log.	Log.2	Mes.	Mes.2.	
0	916970	999520	917450	1082550	30
1	917055	999518	917536	1082464	29
2	917139	999517	917622	1082378	28
3	917223	999515	917708	1082292	27
4	917307	999513	917794	1082206	26
5	917391	999511	917880	1082120	25
6	917474	999509	917965	1082035	24
7	917558	999507	918051	1081949	23
8	917641	999505	918136	1081864	22
9	917724	999503	918221	1081779	21
0	917807	999501	918306	1081694	20
1	917890	999499	918391	1081609	19
2	917973	999497	918475	1081525	18
3	918055	999495	918560	1081440	17
4	918137	999494	918644	1081356	16
5	918220	999492	918728	1081272	15
6	918302	999490	918812	1081188	14
7	918383	999488	918896	1081104	13
8	918465	999486	918979	1081021	12
9	918547	999484	919063	1080937	11
0	918628	999482	919146	1080854	10
1	918709	999480	919229	1080771	9
2	918790	999478	919312	1080688	8
3	918871	999476	919395	1080605	7
4	918952	999474	919478	1080522	6
5	919033	999472	919561	1080439	5
6	919113	999470	919643	1080357	4
7	919193	999468	919725	1080275	3
8	919273	999466	919807	1080193	2
59	919353	999464	919889	1080111	1
60	919433	999462	919971	1080029	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	81

9	Log.	Log 2.	Mes.	Mes.2.	
0	919433	999462	919971	1080029	
1	919513	999460	920053	1079947	
2	919592	999458	920134	1079866	
3	919672	999456	920216	1079784	
4	919751	999454	920297	1079703	
5	919830	999452	920378	1079622	5
6	919909	999450	920459	1079541	5
7	919988	999448	920540	1079460	5
8	920067	999446	920621	1079379	5
9	920145	999444	920701	1079299	5
10	920223	999442	920382	1079218	5
1	920302	999440	920862	1079138	4
12	920380	999438	920942	1079058	4
13	920458	999436	921022	1078978	4
14	920535	999434	921102	1078898	4
15	920613	999432	921182	1078818	4
16	920691	999429	921261	1078739	4
17	920768	999427	921341	1078659	4
18	920845	999425	921420	1078580	4
19	920922	999423	921499	1078501	4
20	920999	999421	921578	1078422	4
21	921076	999419	921657	1078343	3
22	921153	999417	921736	1078264	3
23	921229	999415	921814	1078186	3
24	921306	999413	921893	1078107	3
25	921382	999411	921971	1078029	3
26	921458	999409	922049	1077951	3
27	921534	999407	922127	1077873	3
28	921610	999404	922205	1077795	3
29	921685	999402	922283	1077717	3
30	921761	999400	922361	1077639	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	3

Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
921761	999400	922361	1077639	30
921836	999398	922438	1077562	29
921912	999396	922516	1077484	28
921987	999394	922593	1077407	27
922062	999392	922670	1077330	26
922137	999390	922747	1077253	25
922211	999388	922824	1077176	24
922286	999385	922901	1077099	23
922361	999383	922977	1077023	22
922435	999381	923054	1076946	21
922509	999379	923130	1076870	20
922583	999377	923206	1076794	19
922657	999375	923283	1076717	18
922731	999372	923359	1076641	17
922805	999370	923435	1076565	16
922878	999368	923510	1076490	15
922952	999366	923586	1076414	14
923025	999364	923661	1076339	13
923098	999362	923737	1076263	12
923171	999359	923812	1076188	11
923244	999357	923887	1076113	10
923317	999355	923962	1076038	9
923390	999353	924037	1075963	8
923462	999351	924112	1075888	7
923535	999348	924186	1075814	6
923607	999346	924261	1075739	5
923679	999344	924335	1075665	4
923752	999342	924410	1075590	3
923823	999340	924484	1075516	2
923895	999337	924558	1075442	1
923967	999335	924632	1075368	0
Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	80

10	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.
0	923967	999335	924632	1075368
1	924039	999333	924706	1075294
2	924110	999331	924779	1075221
3	924181	999328	924853	1075147
4	924253	999326	924926	1075074
5	924324	999324	925000	1075000
6	924395	999322	925073	1074927
7	924466	999319	925146	1074854
8	924536	999317	925219	1074781
9	924607	999315	925292	1074708
10	924677	999313	925365	1074635
11	924748	999310	925437	1074563
12	924818	999308	925510	1074490
13	924888	999306	925582	1074418
14	924958	999304	925655	1074345
15	925028	999301	925727	1074273
16	925098	999299	925799	1074201
17	925168	999297	925871	1074129
18	925237	999294	925943	1074057
19	925307	999292	926015	1073985
20	925376	999290	926086	1073914
21	925445	999288	926158	1073842
22	925514	999285	926229	1073771
23	925583	999283	926301	1073699
24	925652	999281	926372	1073628
25	925721	989278	926443	1073557
26	925790	999276	926514	1073486
27	925858	999274	926585	1073415
28	925927	999271	926655	1073345
29	925995	999269	926726	1073274
30	926063	999267	926797	1073203
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.

O	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
0	926063	999267	926797	1073203	30
1	926131	999264	926867	1073133	29
2	926199	999262	926937	1073063	28
3	926267	999260	927008	1072992	27
4	926335	999257	927078	1072922	26
5	926403	999255	927148	1072852	25
6	926470	999252	927218	1072782	24
7	926538	999250	927288	1072712	23
8	926605	999248	927357	1072643	22
	926672	999245	927427	1072573	21
	926739	999243	927496	1072504	20
	926806	999241	927566	1072434	19
	926873	999238	927635	1072365	18
	926940	999236	927704	1072296	17
	927007	999233	927773	1072227	16
	927073	999231	927842	1072158	15
	927140	999229	927911	1072089	14
	927206	999226	927980	1072020	13
	927273	999224	928049	1071951	12
	927339	999221	928117	1071883	11
	927405	999219	928186	1071814	10
	927471	999217	928254	1071746	9
	927537	999214	928323	1071677	8
	927602	999212	928391	1071609	7
	927668	999209	928459	1071541	6
	927734	999207	928527	1071473	5
	927799	999204	928595	1071405	4
	927864	999202	928662	1071338	3
	927930	999200	928730	1071270	2
	927995	999197	928798	1071202	1
	928060	999195	928865	1071135	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	

11	Log.	Log 2	Mes.	Mes. 2.	
0	928060	999195	928865	1071135	60
1	928125	999192	928933	1071067	59
2	928190	999190	929000	1071000	58
3	928254	999187	929067	1070933	57
4	928319	999185	929134	1070866	56
5	928384	999182	929201	1070799	55
6	928448	999180	929268	1070732	54
7	928512	999177	929335	1070665	53
8	928577	999175	929402	1070598	52
9	928641	999172	929468	1070532	51
10	928705	999170	929535	1070465	50
11	928769	999167	929601	1070399	49
12	928833	999165	929668	1070332	48
13	928896	999162	929734	1070266	47
14	928960	999160	929800	1070200	46
15	929024	999157	929866	1070134	4
16	929087	999155	929932	1070068	44
17	929150	999152	929998	1070002	43
18	929214	999150	930064	1069936	4
19	929277	999147	930130	1069870	4
20	929340	999145	930195	1069805	4
21	929403	999142	930261	1069739	3
22	929466	999140	930326	1069674	3
23	929529	999137	930391	1069609	3
24	929591	999135	930457	1069543	3
25	929654	999132	930522	1069478	3
26	929716	999130	930587	1069413	3
27	929779	999127	930652	1069348	3
28	929841	999124	930717	1069283	3
29	929903	999122	930782	1069218	3
30	929966	999119	930846	1069154	3
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	

11	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
30	929966	999119	930846	1069154	30
31	930028	999117	930911	1069089	29
32	930090	999114	930975	1069025	28
33	930151	999112	931040	1068960	27
34	930213	999109	931104	1068896	26
35	930275	999106	931168	1068832	25
36	930336	999104	931233	1068767	24
37	930398	999101	931297	1068703	23
38	930459	999099	931361	1068639	22
39	930521	999096	931425	1068575	21
40	930582	999093	931489	1068511	20
41	930643	999091	931552	1068448	19
42	930704	999088	931616	1068384	18
43	930765	999086	931679	1068321	17
44	930826	999083	931743	1068257	16
45	930887	999080	931806	1068194	15
46	930947	999078	931870	1068130	14
47	931008	999075	931933	1068067	13
48	931068	999072	931996	1068004	12
49	931129	999070	932059	1067941	11
50	931189	999067	932122	1067878	10
51	931250	999064	932185	1067815	9
52	931310	999062	932248	1067752	8
53	931370	999059	932311	1067689	7
54	931430	999056	932373	1067627	6
55	931490	999054	932436	1067564	5
56	931549	999051	932498	1067502	4
57	931609	999048	932561	1067439	3
58	931669	999046	932623	1067377	2
59	931728	999043	932685	1067315	1
60	931788	999040	932747	1067253	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	78

12	Log.	Log.2.	Mes.	Mes. 2.	
0	931788	999040	932747	1067253	6
1	931847	999038	932810	1067190	5
2	931907	999035	932872	1067128	5
3	931966	999032	932933	1067067	5
4	932025	999030	932995	1067005	5
5	932084	999027	933057	1066943	5
6	932143	999024	933119	1066881	5
7	932202	999022	933180	1066820	5
8	932261	999019	933242	1066758	5
9	932319	999016	933303	1066697	5
10	932378	999013	933365	1066635	5
11	932437	999011	933426	1066574	4
12	932495	999008	933487	1066513	4
13	932553	999005	933548	1066452	4
14	932612	999002	933609	1066391	4
15	932670	999000	933670	1066330	4
16	932728	998997	933731	1066269	4
17	932786	998994	933792	1066208	4
18	932844	998991	933853	1066147	4
19	932902	998989	933913	1066087	4
20	932960	998986	933974	1066026	4
21	933018	998983	934034	1065966	3
22	933075	998980	934095	1065905	3
23	933133	998978	934155	1065845	3
24	933190	998975	934215	1065785	3
25	933248	998972	934276	1065724	3
26	933305	998969	934336	1065664	3
27	933362	998967	934396	1065604	3
28	933420	998964	934456	1065544	3
29	933477	998961	934516	1065484	3
30	933534	998958	934576	1065424	3
	Log.2.	Log.	Mes 2.	Mes.	7

12	Log.	Log.2.	Mef.	Mef 2.	
30	933534	998958	934576	1065424	30
31	933591	998955	934635	1065365	29
32	933647	998953	934695	1065305	28
33	933704	998950	934755	1065245	27
34	933761	998947	934814	106518	26
35	933818	998944	934874	1065126	25
36	933874	998941	934933	1065067	24
37	933931	998938	934992	1065008	23
38	933987	998936	935051	1064949	22
39	934043	998933	935111	1064889	21
40	934100	998930	935170	1064830	20
41	934156	998927	935229	1064771	19
42	934212	998924	935288	1064712	18
43	934268	998921	935347	1064653	17
44	934324	998919	935405	1064595	16
45	934380	998916	935464	1064536	15
46	934436	998913	935523	1064477	14
47	934491	998910	935581	1064419	13
48	934547	998907	935640	1064360	12
49	934602	998904	935698	1064302	11
50	934658	998901	935757	1064243	10
51	934713	998898	935815	1064185	9
52	934769	998896	935873	1064127	8
53	934824	998893	935931	1064069	7
54	934879	998890	935989	1064011	6
55	934934	998887	936047	1063953	5
56	934989	998884	936105	1063895	4
57	935044	998881	936163	1063837	3
58	935099	998878	936221	1063779	2
59	935154	998875	936279	1063721	1
60	935209	998872	936336	1063664	0
	Log.2.	Log.	Mef.2.	Mef.	77

13	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	935209	998872	936336	1063664	60
1	935263	998869	936394	1063606	59
2	935318	998867	936452	1063548	58
3	935373	998864	936509	1063491	57
4	935427	998861	936566	1063434	56
5	935481	998858	936624	1063376	55
6	935536	998855	936681	1063319	54
7	935590	998852	936738	1063262	53
8	935644	998849	936795	1063205	52
9	935698	998846	936852	1063148	51
10	935752	998843	936909	1063091	50
11	935806	998840	936966	1063034	49
12	935860	998837	937023	1062977	48
13	935914	998834	937080	1062920	47
14	935968	998831	937137	1062863	46
15	936022	998828	937193	1062807	45
16	936075	998825	937250	1062750	44
17	936129	998822	937306	1062694	43
18	936182	998819	937363	1062637	42
19	936236	998816	937419	1062581	41
20	936289	998813	937476	1062524	40
21	936342	998810	937532	1062468	39
22	936395	998807	937588	1062412	38
23	936449	998804	937644	1062356	37
24	936502	998801	937700	1062300	36
25	936555	998798	937756	1062244	35
26	936608	998795	937812	1062188	34
27	936660	998792	937868	1062132	33
28	936713	998789	937924	1062076	32
29	936766	998786	937980	1062020	31
30	936819	998783	938035	1061965	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	76

3	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	936819	998783	938035	1061965	30
31	936871	998780	938091	1061909	29
32	936924	998777	938147	1061853	28
33	936976	998774	938202	1061798	27
34	937028	998771	938257	1061743	26
35	937081	998768	938313	1061687	25
36	937133	998765	938368	1061632	24
37	937185	998762	938423	1061577	23
38	937237	998759	938479	1061521	22
39	937289	998756	938534	1061466	21
40	937341	998753	938589	1061411	20
41	937393	998750	938644	1061356	19
42	937445	998746	938699	1061301	18
43	937497	998743	938754	1061246	17
44	937549	998740	938808	1061192	16
45	937600	998737	938863	1061137	15
46	937652	998734	938918	1061082	14
47	937703	998731	938972	1061028	13
48	937755	998728	939027	1060973	12
49	937806	998725	939082	1060918	11
50	937858	998722	939136	1060864	10
51	937909	998719	939190	1060810	9
52	937960	998715	939245	1060755	8
53	938011	998712	939299	1060701	7
54	938062	998709	939353	1060647	6
55	938113	998706	939407	1060593	5
56	938164	998703	939461	1060539	4
57	938215	998700	939515	1060485	3
58	938266	998697	939569	1060431	2
59	938317	998694	939623	1060377	1
60	938368	998690	939677	1060323	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	76

30

14	Log.	Log.2.	Meſ.1	Meſ.2.	
0	938368	998690	939677	1060323	60
1	938418	998687	939731	1060269	59
2	938469	998684	939785	1060215	58
3	938519	998681	939838	1060162	57
4	938570	998678	939892	1060108	56
5	938620	998675	939945	1060055	55
6	938670	998671	939999	1060001	54
7	938721	998668	940052	1059948	53
8	938771	998665	940106	1059894	52
9	938821	998662	940159	1059841	51
10	938871	998659	940212	1059788	50
11	938921	998656	940266	1059734	49
12	938971	998652	940319	1059681	48
13	939021	998649	940372	1059628	47
14	939071	998646	940425	1059575	46
15	939121	998643	940478	1059522	45
16	939170	998640	940531	1059469	44
17	939220	998636	940584	1059416	43
18	939270	998633	940636	1059364	42
19	939319	998630	940689	1059311	41
20	939369	998627	940742	1059258	40
21	939418	998623	940795	1059205	39
22	939467	998620	940847	1059153	38
23	939517	998617	940900	1059100	37
24	939566	998614	940952	1059048	36
25	939615	998610	941005	1058995	35
26	939664	998607	941057	1058943	34
27	939713	998604	941109	1058891	33
28	939762	998601	941161	1058839	32
29	939811	998597	941214	1058786	31
30	939860	998594	941266	1058734	30
	Log 2	Log.	Meſ.2.	Meſ.	75

14	Log.	Log.2.	Mef.	Mef.2.	
30	939860	928594	9 1266	1058734	30
31	939909	998591	941318	1058682	29
32	939958	998588	941370	1058630	28
33	940006	998584	941422	1058578	27
34	940055	998581	941474	1058526	26
35	940103	998578	941526	1058474	25
36	940152	998574	941578	1058422	24
37	940200	998571	941629	1058371	23
38	940249	998568	941681	1058319	22
39	940297	998565	941733	1058267	21
40	940346	998561	941784	1058216	20
41	940394	998558	941836	1058164	19
42	940442	998555	941887	1058113	18
43	940490	998551	941939	1058061	17
44	940538	998548	941990	1058010	16
45	940586	998545	942041	1057959	15
46	940634	998541	942093	1057907	14
47	940682	998538	942144	1057856	13
48	940730	998535	942195	1057805	12
49	940778	998531	942246	1057754	11
50	940825	998528	942297	1057703	10
51	940873	998525	942348	1057652	9
52	940921	998521	942399	1057601	8
53	940968	998518	942450	1057550	7
54	941016	998515	942501	1057499	6
55	941063	998511	942552	1057448	5
56	941111	998508	942603	1057397	4
57	941158	998505	942653	1057347	3
58	941205	998501	942704	1057296	2
59	941252	998498	942759	1057245	1
60	941300	998494	942805	1057195	0
	Log.2.	Log.	Mef.2.	Mef.	75

10	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.
0	923967	999335	924632	1075368
1	924039	999333	924706	1075294
2	924110	999331	924779	1075221
3	924181	999328	924853	1075147
4	924253	999326	924926	1075074
5	924324	999324	925000	1075000
6	924395	999322	925073	1074927
7	924466	999319	925146	1074854
8	924536	999317	925219	1074781
9	924607	999315	925292	1074708
10	924677	999313	925365	1074635
11	924748	999310	925437	1074563
12	924818	999308	925510	1074490
13	924888	999306	925582	1074418
14	924958	999304	925655	1074345
15	925028	999301	925727	1074273
16	925098	999299	925799	1074201
17	925168	999297	925871	1074129
18	925237	999294	925943	1074057
19	925307	999292	926015	1073985
20	925376	999290	926086	1073914
21	925445	999288	926158	1073842
22	925514	999285	926229	1073771
23	925583	999283	926301	1073699
24	925652	999281	926372	1073628
25	925721	999278	926443	1073557
26	925790	999276	926514	1073486
27	925858	999274	926585	1073415
28	925927	999271	926655	1073345
29	925995	999269	926726	1073274
30	926063	999267	926797	1073203
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.

Log.	Log. 2.	Meſ.	Meſ 2.	
926063	999267	926797	1073203	30
926131	999264	926867	1073133	29
926199	999262	926937	1073063	28
926267	999260	927008	1072992	27
926335	999257	927078	1072922	26
926403	999255	927148	1072852	25
926470	999252	927218	1072782	24
926538	999250	927288	1072712	23
926605	999248	927357	1072643	22
926672	999245	927427	1072573	21
926739	999243	927496	1072504	20
926806	999241	927566	1072434	19
926873	999238	927635	1072365	18
926940	999236	927704	1072296	17
927007	999233	927773	1072227	16
927073	999231	927842	1072158	15
927140	999229	927911	1072089	14
927206	999226	927980	1072020	13
927273	999224	928049	1071951	12
927339	999221	928117	1071883	11
927405	999219	928186	1071814	10
927471	999217	928254	1071746	9
927537	999214	928323	1071677	8
927602	999212	928391	1071609	7
927668	999209	928459	1071541	6
927734	999207	928527	1071473	5
927799	999204	928595	1071405	4
927864	999202	928662	1071338	3
927930	999200	928730	1071270	2
927995	999197	928798	1071202	1
928060	999195	928865	1071135	0
Log. 2.	Log.	Meſ. 2.	Meſ.	

11	Log.	Log 2	Mes.	Mes.2.	
0	928060	999195	928865	1071135	60
1	928125	999192	928933	1071067	59
2	928190	999190	929000	1071000	58
3	928254	999187	929067	1070933	57
4	928319	999185	929134	1070866	56
5	928384	999182	929201	1070799	55
6	928448	999180	929268	1070732	54
7	928512	999177	929335	1070665	53
8	928577	999175	929402	1070598	52
9	928641	999172	929468	1070532	51
10	928705	999170	929535	1070465	50
11	928769	999167	929601	1070399	49
12	928833	999165	929668	1070332	48
13	928896	999162	929734	1070266	47
14	928960	999160	929800	1070200	46
15	929024	999157	929866	1070134	45
16	929087	999155	929932	1070068	44
17	929150	999152	929998	1070002	43
18	929214	999150	930064	1069936	42
19	929277	999147	930130	1069870	41
20	929340	999145	930195	1069805	40
21	929403	999142	930261	1069739	39
22	929466	999140	930326	1069674	38
23	929529	999137	930391	1069609	37
24	929591	999135	930457	1069543	36
25	929654	999132	930522	1069478	35
26	929716	999130	930587	1069413	34
27	929779	999127	930652	1069348	33
28	929841	999124	930717	1069283	32
29	929903	999122	930782	1069218	31
30	929966	999119	930846	1069154	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	78

11	Log.	Log.2.	Mes.	Mes2.	
30	929966	999119	930846	1069154	30
31	930028	999117	930911	1069089	29
32	930090	999114	930975	1069025	28
33	930151	999112	931040	1068960	27
34	930213	999109	931104	1068896	26
35	930275	999106	931168	1068832	25
36	930336	999104	931233	1068767	24
37	930398	999101	931297	1068703	23
38	930459	999099	931361	1068639	22
39	930521	999096	931425	1068575	21
40	930582	999093	931489	1068511	20
41	930643	999091	931552	1068448	19
42	930704	999088	931616	1068384	18
43	930765	999086	931679	1068321	17
44	930826	999083	931743	1068257	16
45	930887	999080	931806	1068194	15
46	930947	999078	931870	1068130	14
47	931008	999075	931933	1068067	13
48	931068	999072	931996	1068004	12
49	931129	999070	932059	1067941	11
50	931189	999067	932122	1067878	10
51	931250	999064	932185	1067815	9
52	931310	999062	932248	1067752	8
53	931370	999059	932311	1067689	7
54	931430	999056	932373	1067627	6
55	931490	999054	932436	1067564	5
56	931549	999051	932498	1067502	4
57	931609	999048	932561	1067439	3
58	931669	999046	932623	1067377	2
59	931728	999043	932685	1067315	1
60	931788	999040	932747	1067253	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	78

12	Log.	Log.2.	Mes.	Mes. 2.	
0	931788	999040	932747	1067253	60
1	931847	999038	932810	1067190	59
2	931907	999035	932872	1067128	58
3	931966	999032	932933	1067067	57
4	932025	999030	932995	1067005	56
5	932084	999027	933057	1066943	55
6	932143	999024	933119	1066881	54
7	932202	999022	933180	1066820	53
8	932261	999019	933242	1066758	52
9	932319	999016	933303	1066697	51
10	932378	999013	933365	1066635	50
11	932437	999011	933426	1066574	49
12	932495	999008	933487	1066513	48
13	932553	999005	933548	1066452	47
14	932612	999002	933609	1066391	46
15	932670	999000	933670	1066330	45
16	932728	998997	933731	1066269	44
17	932786	998994	933792	1066208	43
18	932844	998991	933853	1066147	42
19	932902	998989	933913	1066087	41
20	932960	998986	933974	1066026	40
21	933018	998983	934034	1065966	39
22	933075	998980	934095	1065905	38
23	933133	998978	934155	1065845	37
24	933190	998975	934215	1065785	36
25	933248	998972	934276	1065724	35
26	933305	998969	934336	1065664	34
27	933362	998967	934396	1065604	33
28	933420	998964	934456	1065544	32
29	933477	998961	934516	1065484	31
30	933534	998958	934576	1065424	30
	Log.2.	Log.	Mes 2.	Mes.	77

	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
30	933534	998958	934576	1065424	30
31	933591	998955	934635	1065365	29
32	933647	998953	934695	1065305	28
33	933704	998950	934755	1065245	27
34	933761	998947	934814	106518	26
35	933818	998944	934874	1065126	25
36	933874	998941	934933	1065067	24
37	933931	998938	934992	1065008	23
38	933987	998936	935051	1064949	22
39	934043	998933	935111	1064889	21
40	934100	998930	935170	1064830	20
41	934156	998927	935229	1064771	19
42	934212	998924	935288	1064712	18
43	934268	998921	935347	1064653	17
44	934324	998919	935405	1064595	16
45	934380	998916	935464	1064536	15
46	934436	998913	935523	1064477	14
47	934491	998910	935581	1064419	13
48	934547	998907	935640	1064360	12
49	934602	998904	935698	1064302	11
50	934658	998901	935757	1064243	10
51	934713	998898	935815	1064185	9
52	934769	998896	935873	1064127	8
53	934824	998893	935931	1064069	7
54	934879	998890	935989	1064011	6
55	934934	998887	936047	1063953	5
56	934989	998884	936105	1063895	4
57	935044	998881	936163	1063837	3
58	935099	998878	936221	1063779	2
59	935154	998875	936279	1063721	1
60	935209	998872	936336	1063664	0
	Log.2.	Log.	Mes.a.	Mes.	77

13	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
0	935209	998872	936336	1063664	60
1	935263	998869	936394	1063606	59
2	935318	998867	936452	1063548	58
3	935373	998864	936509	1063491	57
4	935427	998861	936566	1063434	56
5	935481	998858	936624	1063376	55
6	935536	998855	936681	1063319	54
7	935590	998852	936738	1063262	53
8	935644	998849	936795	1063205	52
9	935698	998846	936852	1063148	51
10	935752	998843	936909	1063091	50
11	935806	998840	936966	1063034	49
12	935860	998837	937023	1062977	48
13	935914	998834	937080	1062920	47
14	935968	998831	937137	1062863	4
15	936022	998828	937193	1062807	4
16	936075	998825	937250	1062750	4
17	936129	998822	937306	1062694	4
18	936182	998819	937363	1062637	4
19	936236	998816	937419	1062581	4
20	936289	998813	937476	1062524	4
21	936342	998810	937532	1062468	3
22	936395	998807	937588	1062412	3
23	936449	998804	937644	1062356	3
24	936502	998801	937700	1062300	3
25	936555	998798	937756	1062244	3
26	936608	998795	937812	1062188	3
27	936660	998792	937868	1062132	3
28	936713	998789	937924	1062076	3
29	936766	998786	937980	1062020	3
30	936819	998783	938035	1061965	3
	Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	7

3	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	936819	998783	938035	1061965	30
1	936871	998780	938091	1061909	29
2	936924	998777	938147	1061853	28
3	936976	998774	938202	1061798	27
4	937028	998771	938257	1061743	26
5	937081	998768	938313	1061687	25
6	937133	998765	938368	1061632	24
7	937185	998762	938423	1061577	23
8	937237	998759	938479	1061521	22
9	937289	998756	938534	1061466	21
0	937341	998753	938589	1061411	20
1	937393	998750	938644	1061356	19
2	937445	998746	938699	1061301	18
3	937497	998743	938754	1061246	17
4	937549	998740	938808	1061192	16
5	937600	998737	938863	1061137	15
6	937652	998734	938918	1061082	14
7	937703	998731	938972	1061028	13
8	937755	998728	939027	1060973	12
9	937806	998725	939082	1060918	11
0	937858	998722	939136	1060864	10
1	937909	998719	939190	1060810	9
2	937960	998715	939245	1060755	8
3	938011	998712	939299	1060701	7
4	938062	998709	939353	1060647	6
55	938113	998706	939407	1060593	5
56	938164	998703	939461	1060539	4
57	938215	998700	939515	1060485	3
58	938266	998697	939569	1060431	2
59	938317	998694	939623	1060377	1
60	938368	998690	939677	1060323	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	76

30

14	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
0	938368	998690	939677	1060323	60
1	938418	998687	939731	1060269	59
2	938469	998684	939785	1060215	58
3	938519	998681	939838	1060162	57
4	938570	998678	939892	1060108	56
5	938620	998675	939945	1060055	55
6	938670	998671	939999	1060001	54
7	938721	998668	940052	1059948	53
8	938771	998665	940106	1059894	52
9	938821	998662	940159	1059841	51
10	938871	998659	940212	1059788	50
11	938921	998656	940266	1059734	49
12	938971	998652	940319	1059681	48
13	939021	998649	940372	1059628	47
14	939071	998646	940425	1059575	46
15	939121	998643	940478	1059522	45
16	939170	998640	940531	1059469	44
17	939220	998636	940584	1059416	43
18	939270	998633	940636	1059364	42
19	939319	998630	940689	1059311	41
20	939369	998627	940742	1059258	40
21	939418	998623	940795	1059205	39
22	939467	998620	940847	1059153	38
23	939517	998617	940900	1059100	37
24	939566	998614	940952	1059048	36
25	939615	998610	941005	1058995	35
26	939664	998607	941057	1058943	34
27	939713	998604	941109	1058891	33
28	939762	998601	941161	1058839	32
29	939811	998597	941214	1058786	31
30	939860	998594	941266	1058734	30
	Log 2	Log.	Mes. 2.	Mes.	

75

14	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	939860	998594	941266	1058734	30
31	939909	998591	941318	1058682	29
32	939958	998588	941370	1058630	28
33	940006	998584	941422	1058578	27
34	940055	998581	941474	1058526	26
35	940103	998578	941526	1058474	25
36	940152	998574	941578	1058422	24
37	940200	998571	941629	1058371	23
38	940249	998568	941681	1058319	22
39	940297	998565	941733	1058267	21
40	940346	998561	941784	1058216	20
41	940394	998558	941836	1058164	19
42	940442	998555	941887	1058113	18
43	940490	998551	941939	1058061	17
44	940538	998548	941990	1058010	16
45	940586	998545	942041	1057959	15
46	940634	998541	942093	1057907	14
47	940682	998538	942144	1057856	13
48	940730	998535	942195	1057805	12
49	940778	998531	942246	1057754	11
50	940825	998528	942297	1057703	10
51	940873	998525	942348	1057652	9
52	940921	998521	942399	1057601	8
53	940968	998518	942450	1057550	7
54	941016	998515	942501	1057499	6
55	941063	998511	942552	1057448	5
56	941111	998508	942603	1057397	4
57	941158	998505	942653	1057347	3
58	941205	998501	942704	1057296	2
59	941252	998498	942755	1057245	1
60	941300	998494	942805	1057195	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	75

15	Log.	Log.2.	Mef.	Mef.2.	
0	941300	998494	942805	1057195	60
1	941347	998491	942856	1057144	59
2	941394	998488	942906	1057094	58
3	941441	998484	942957	1057043	57
4	941488	998481	943007	1056993	56
5	941535	998477	943057	1056943	55
6	941582	998474	943108	1056892	54
7	941628	998471	943158	1056842	53
8	941675	998467	943208	1056792	52
9	941722	998464	943258	1056742	51
10	941768	998460	943308	1056692	50
11	941815	998457	943358	1056642	49
12	941861	998453	943408	1056592	48
13	941908	998450	943458	1056542	47
14	941954	998447	943508	1056492	46
15	942001	998443	943558	1056442	45
16	942047	998440	943607	1056393	44
17	942093	998436	943657	1056343	43
18	942140	998433	943707	1056293	42
19	942186	998429	943756	1056244	41
20	942232	998426	943806	1056194	40
21	942278	998422	943855	1056145	39
22	942324	998419	943905	1056095	38
23	942370	998415	943954	1056046	37
24	942416	998412	944004	1055996	36
25	942461	998409	944053	1055947	35
26	942507	998405	944102	1055898	34
27	942553	998402	944151	1055849	33
28	942599	998398	944201	1055799	32
29	942644	998395	944250	1055750	31
30	942690	998391	944299	1055701	30
	Log.2.	Log.	Mef.2.	Mef.	7

15	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	942690	998391	944299	1055701	30
31	942735	998388	944348	1055652	29
32	942781	998384	944397	1055603	28
33	942826	998381	944446	1055554	27
34	942872	998377	944495	1055505	26
35	942917	998373	944544	1055456	25
36	942962	998370	944592	1055408	24
37	943008	998366	944641	1055359	23
38	943053	998363	944690	1055310	22
39	943098	998359	944738	1055262	21
40	943143	998356	944787	1055213	20
41	943188	998352	944836	1055164	19
42	943233	998349	944884	1055116	18
43	943278	998345	944933	1055067	17
44	943323	998342	944981	1055019	16
45	943367	998338	945029	1054971	15
46	943412	998334	935078	1054922	14
47	943457	998331	945126	1054874	13
48	943502	998327	945174	1054826	12
49	943546	998324	945222	1054778	11
50	943591	998320	945271	1054729	10
51	943635	998317	945319	1054681	9
52	943680	998313	945367	1054633	8
53	943724	998309	945415	1054585	7
54	943769	998306	945463	1054537	6
55	943813	998302	945511	1054489	5
56	943857	998299	945559	1054441	4
57	943901	998295	945606	1054394	3
58	943946	998291	945654	1054346	2
59	943990	998288	945702	1054298	1
60	944034	998284	945750	1054250	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	74

10	Log.	Log.2.	Mes	Mes 2.	
0	944034	998284	945750	1054250	60
1	944078	998281	945797	1054203	59
2	944122	998277	945845	1054155	58
3	944166	998273	945892	1054108	57
4	944210	998270	945940	1054060	56
5	944253	998266	945987	1054013	55
6	944297	998262	946035	1053965	54
7	944341	998259	946082	1053918	53
8	944385	998255	946130	1053870	52
9	944428	998251	946177	1053823	51
10	944472	998248	946224	1053776	50
11	944516	998244	946271	1053729	49
12	944559	998240	946319	1053681	48
13	944602	998237	946366	1053634	47
14	944646	998233	946413	1053587	46
15	944689	998229	946460	1053540	45
16	944733	998226	946507	1053493	44
17	944776	998222	946554	1053446	43
18	744819	998218	946601	1053399	42
19	944862	998215	946648	1053352	41
20	944905	998211	946694	1053306	40
21	944948	998207	946741	1053259	39
22	944992	998204	945788	1053212	38
23	945035	998200	946835	1053165	37
24	945077	998196	946881	1053119	36
25	945120	998192	946928	1053072	35
26	945163	998189	946975	1053025	34
27	945206	998185	947021	1052979	33
28	945249	998181	947068	1052932	32
29	945292	998177	947114	1052886	31
30	945334	998174	947160	1052840	30
	Log 2.	Log.	Mes.2.	Mes.	73

16	Log.	Log.2.	Mel.	Mel.2.	
30	945334	998174	947160	1052840	30
31	945377	998170	947207	1052793	29
32	945419	998166	947253	1052747	28
33	945462	998162	947299	1052701	27
34	945504	998159	947346	1052654	26
35	945547	998155	947392	1052608	25
36	945589	998151	947438	1052562	24
37	945632	998147	947484	1052516	23
38	945674	998144	947530	1052470	22
39	945716	998140	947576	1052424	21
40	945758	998136	947622	1052378	20
41	945801	998132	947668	1052332	19
42	945843	998129	947714	1052286	18
43	945885	998125	947760	1052240	17
44	945927	998121	947806	1052194	16
45	945969	998117	947852	1052148	15
46	946011	998113	947897	1052103	14
47	946053	998110	947943	1052057	13
48	946095	998106	947989	1052011	12
49	946136	998102	948035	1051965	11
50	946178	998098	948080	1051920	10
51	946220	998094	948126	1051874	9
52	946262	998090	948171	1051829	8
53	946303	998087	948217	1051783	7
54	946345	998083	948262	1051738	6
55	946386	998079	948307	1051693	5
56	946428	998075	948353	1051647	4
57	946469	998071	948398	1051602	3
58	946511	998067	948443	1051557	2
59	946552	998063	948489	1051511	1
60	946594	998060	948534	1051466	0
	Log.2.	Log.	Mel.2.	Mel.	73

2.35

17	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	946594	998060	948534	1051466	60
1	946635	998056	948579	1051421	59
2	946676	998052	948624	1051376	58
3	946717	998048	948669	1051331	57
4	946758	998044	948714	1051286	56
5	946800	998040	948759	1051241	55
6	946841	998036	948804	1051196	54
7	946882	998032	948849	1051151	53
8	946923	998029	948894	1051106	52
9	946964	998025	948939	1051061	51
10	947005	998021	948984	1051016	50
11	947045	998017	949029	1050971	49
12	947086	998013	949073	1050927	48
13	947127	998009	949118	1050882	47
14	947168	998005	949163	1050837	46
15	947209	998001	949207	1050793	45
16	947249	997997	949252	1050748	44
17	947290	997993	949296	1050704	43
18	947330	997989	949341	1050659	42
19	947371	997986	949385	1050615	41
20	947411	997982	949430	1050570	40
21	947452	997978	949474	1050526	39
22	947492	997974	949519	1050481	38
23	947533	997970	949563	1050437	37
24	947573	997966	949607	1050393	36
25	947613	997962	949652	1050348	35
26	947654	997958	949696	1050304	34
27	947694	997954	949740	1050260	33
28	947734	997950	949784	1050216	32
29	947774	997946	949828	1050172	31
30	947814	997942	949872	1050128	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	72

17	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	947814	997942	949872	1050128	30
31	947854	997938	949916	1050084	29
32	947894	997934	949960	1050040	28
33	947934	997930	950004	1049996	27
34	947974	997926	950048	1049952	26
35	948014	997922	950092	1049908	25
36	948054	997918	950136	1049864	24
37	948094	997914	950180	1049820	23
38	948133	997910	950223	1049777	22
39	948173	997906	950267	1049733	21
40	948213	997902	950311	1049689	20
41	948252	997898	950355	1049645	19
42	948292	997894	950398	1049602	18
43	948332	997890	950442	1049558	17
44	948371	997886	950485	1049515	16
45	948411	997882	950529	1049471	15
46	948450	997878	950572	1049428	14
47	948490	997874	950616	1049384	13
48	948529	997870	950659	1049341	12
49	948568	997866	950703	1049297	11
50	948607	997861	950746	1049254	10
51	948647	997857	950789	1049211	9
52	948686	997853	950833	1049167	8
53	948725	997849	950876	1049124	7
54	948764	997845	950919	1049081	6
55	948803	997841	950962	1049038	5
56	948842	997837	951005	1048995	4
57	948881	997833	951048	1048951	3
58	948920	997829	951092	1048908	2
59	948959	997825	951135	1048865	1
60	948998	997821	951178	1048822	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	72

18	Log.	Log.2	Mes.	Mes.2.	
0	948998	997821	951178	1048822	60
1	949037	997817	951221	1048779	59
2	949076	997812	951264	1048736	58
3	949115	997808	951306	1048694	57
4	949153	997804	951349	1048651	56
5	949192	997800	951392	1048608	55
6	949231	997796	951435	1048565	54
7	949269	997792	951478	1048522	53
8	949308	997788	951520	1048480	42
9	949347	997784	951563	1048437	51
10	949385	997779	951606	1048394	50
11	949424	997775	951648	1048352	49
12	949462	997771	951691	1048309	48
13	949500	997767	951734	1048266	47
14	949539	997763	951776	1048224	46
15	949577	997759	951819	1048181	45
16	949615	997754	951861	1048139	44
17	949654	997750	951903	1048097	43
18	949692	997746	951946	1048054	42
19	949730	997742	951988	1048012	41
20	949768	997738	952031	1047969	40
21	949806	997734	952073	1047927	39
22	949844	997729	952115	1047885	38
23	949882	997725	952157	1047843	37
24	949920	997721	952200	1047800	36
25	949958	997717	952242	1047758	35
26	949996	997713	952284	1047716	34
27	950034	997708	952326	1047674	33
28	950072	997704	952368	1047632	32
29	950110	997700	952410	1047590	31
30	950148	997696	952452	1047548	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	71

18	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
30	950148	997696	952452	1047548	30
31	950185	997691	952494	1047506	29
32	950223	997687	952536	1047464	28
33	950261	997683	952578	1047422	27
34	950298	997679	952620	1047380	26
35	950336	997674	952661	1047339	25
36	950374	997670	952703	1047297	24
37	950411	997666	952745	1047255	23
38	950449	997662	952787	1047213	22
39	950486	997657	952829	1047171	21
40	950523	997653	952870	1047130	20
41	950561	997649	952912	1047088	19
42	950598	997645	952953	1047047	18
43	950635	997640	952995	1047005	17
44	950673	997636	953037	1046963	16
45	950710	997632	953078	1046922	15
46	950747	997628	953120	1046880	14
47	950784	997623	953161	1046839	13
48	950821	997619	953202	1046798	12
49	950858	997615	953244	1046756	11
50	950896	997610	953285	1046715	10
51	950933	997606	953327	1046673	9
52	950970	997602	953368	1046632	8
53	951007	997597	953409	1046591	7
54	951043	997593	953450	1046550	6
55	951080	997589	953492	1046508	5
56	951117	997584	953533	1046467	4
57	951154	997580	953574	1046426	3
58	951191	997576	953615	1046385	2
59	951227	997571	953656	1046344	1
60	951264	997567	953697	1046303	0
	Log 2.	Log.	Mes 2.	Mes	71

40

19	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	951264	997567	953697	1046303	60
1	951301	997563	953738	1046262	59
2	951338	997558	953779	1046221	58
3	951374	997554	953820	1046180	57
4	951411	997550	953861	1046139	56
5	951447	997545	953902	1046098	55
6	951484	997541	953943	1046057	54
7	951520	997536	953984	1046016	53
8	951557	997532	954025	1045975	42
9	951593	997528	954065	1045935	51
10	951629	997523	954106	1045894	50
11	951666	997519	954147	1045853	49
12	951702	997515	954187	1045813	48
13	951738	997510	954228	1045772	47
14	951774	997506	954269	1045731	46
15	951811	997501	954309	1045691	4
16	951847	997497	954350	1045650	4
17	951883	997492	954390	1045610	4
18	951919	997488	954431	1045569	4
19	951955	997484	954471	1045529	4
20	951991	997479	954512	1045488	4
21	952027	997475	954552	1045443	3
22	952063	997470	954593	1045407	3
23	952099	997466	954633	1045367	3
24	952135	997461	954673	1045327	3
25	952171	997457	954714	1045286	3
26	952207	997453	954754	1045246	3
27	952242	997448	954794	1045206	3
28	952278	997444	954835	1045165	3
29	952314	997439	954875	1045125	3
30	952350	997435	954915	1045085	3
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	7

	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	952350	997435	954915	1045085	30
31	952385	997430	954955	1045045	29
32	952421	997426	954995	1045005	28
33	952456	997421	955035	1044965	27
34	952492	997417	955075	1044925	26
35	952527	997412	955115	1044885	25
36	952563	997408	955155	1044845	24
37	952598	997403	955195	1044805	23
38	952634	997399	955235	1044765	22
39	952669	997394	955275	1044725	21
40	952705	997390	955315	1044685	20
41	952740	997385	955355	1044645	19
42	952775	997381	955395	1044605	18
43	952811	997376	955434	1044566	17
44	952846	997372	955474	1044526	16
45	952881	997367	955514	1044486	15
46	952916	997363	955554	1044446	14
47	952951	997358	955593	1044407	13
48	952986	997353	955633	1044367	12
49	953021	997349	955673	1044327	11
50	953056	997344	955712	1044288	10
51	953091	997340	955752	1044248	9
52	953126	997335	955791	1044209	8
53	953161	997331	955831	1044169	7
54	953196	997326	955870	1044130	6
55	953231	997322	955910	1044090	5
56	953266	997317	955949	1044051	4
57	953301	997312	955989	1044011	3
58	953336	997308	956028	1043972	2
59	953370	997303	956067	1043933	1
60	953405	997299	956107	1043893	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	70

	Log.	Log 2.	Mes.	Mes 2.	
0	953405	997299	956107	1043893	60
1	953440	997294	956146	1043854	59
2	953475	997289	956185	1043815	58
3	953509	997285	956224	1043776	57
4	953544	997280	956264	1043736	56
5	953578	997276	956303	1043697	55
6	953613	997271	966342	1043658	54
7	953647	997266	956381	1043619	53
8	953682	997262	956420	1043580	52
9	953716	997257	956459	1043541	51
10	953751	997252	956498	1043502	50
11	953785	997248	956537	1043463	49
12	953819	997243	956576	1043424	48
13	953854	997238	956615	1043385	47
14	953888	997234	956654	1043346	46
15	953922	997229	956693	1043307	45
16	953957	997224	956732	1043268	44
17	953991	997220	956771	1043229	43
18	954025	997215	956810	1043190	42
19	954059	997210	956849	1043151	41
20	954093	997206	956887	1043113	40
21	954127	997201	95[illegible]26	1043074	39
22	954161	997196	956965	1043035	38
23	954195	997192	957004	1042996	37
24	954229	997187	957042	1042958	36
25	954263	997182	957081	1042919	35
26	954297	997178	957120	1042880	34
27	954331	997173	957158	1042842	33
28	954365	997168	957197	1042803	32
29	954399	997163	957235	1042765	31
30	954433	997159	957274	1042726	30
	Log. 2.	Log.	Mes 2.	Mes.	69

	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
	954433	997159	957274	1042726	30
	954466	997154	957312	1042688	29
	954500	997149	957351	1042649	28
	954534	997145	957389	1042611	27
	954567	997140	957428	1042572	26
	954601	997135	957466	1042534	25
	954635	997130	957504	1042496	24
	954668	997126	957543	1042457	23
	954702	997121	957581	1042419	22
	954735	997116	957619	1042381	21
	954769	997111	957658	1042342	20
	954802	997107	957696	1042304	19
2	954836	997102	957734	1042266	18
3	954869	997097	957772	1042228	17
4	954903	997092	957810	1042190	16
5	954936	997087	957849	1042151	15
6	954969	997083	957887	1042113	14
7	955003	997078	957925	1042075	13
8	955036	997073	957963	1042037	12
9	955069	997068	958001	1041999	11
0	955102	997063	958039	1041961	10
1	955136	997059	958077	1041923	9
2	955169	997054	958115	1041885	8
3	955202	997049	958153	1041847	7
4	955235	997044	958191	1041809	6
55	955268	997039	958229	1041771	5
56	955301	997035	958267	1041733	4
57	955334	997030	958304	1041696	3
58	955367	997025	958342	1041658	2
59	955400	997020	958380	1041620	1
60	955433	997015	958418	1041582	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	69

21	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
0	955433	997015	958418	1041582	60
1	955466	997010	958455	1041545	59
2	955499	997005	958493	1041507	58
3	955532	997001	958531	1041469	57
4	955564	996996	958569	1041431	56
5	955597	996991	958606	1041394	55
6	955630	996986	958644	1041356	54
7	955663	996981	958681	1041319	53
8	955695	996976	958719	1041281	52
9	955728	996971	958757	1041243	51
10	955761	996966	958794	1041206	50
11	955793	996962	958832	1041168	49
12	955826	996957	958869	1041131	48
13	955858	996952	958907	1041093	47
14	955891	996947	958944	1041056	46
15	955923	996942	958981	1041019	45
16	955956	996937	959019	1040981	44
17	955988	996932	959056	1040944	43
18	956021	996927	959094	1040906	42
19	956053	996922	959131	1040869	41
20	956085	996917	959168	1040832	40
21	956118	996912	959205	1040795	39
22	956150	996907	959243	1040757	38
23	956182	996903	959280	1040720	37
24	956215	996898	959317	1040683	36
25	956247	996893	959354	1040646	35
26	956279	996888	959391	1040609	34
27	956311	996883	959429	1040571	33
28	956343	996878	959466	1040534	32
29	956375	996873	959503	1040497	31
30	956408	996868	959540	1040460	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	68

Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
956408	996868	959540	1040460	30
956440	996863	959577	1040423	29
956472	996858	959614	1040386	28
956504	996853	959651	1040349	27
956536	996848	959688	1040312	26
956568	996843	959725	1040275	25
956599	996838	959762	1040238	24
956631	996833	959799	1040201	23
956663	996828	959835	1040165	22
956695	996823	959872	1040128	21
956727	996818	959909	1040091	20
956759	996813	959946	1040054	19
956790	996808	959983	1040017	18
956822	996803	960019	1039981	17
956854	996798	960056	1039944	16
956886	996793	960093	1039907	15
956917	996788	960130	1039870	14
956949	996783	960166	1039834	13
956980	996778	960203	1039797	12
957012	996772	960240	1039760	11
957044	996767	960276	1039724	10
957075	996762	960313	1039687	9
957107	996757	960349	1039651	8
957138	996752	960386	1039614	7
957169	996747	960422	1039578	6
957201	996742	960459	1039541	5
957232	996737	960495	1039505	4
957264	996732	960532	1039468	3
957295	996727	960568	1039432	2
957326	996722	960605	1039395	1
957358	996717	960641	1039359	0
Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	68

22	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes 2.	
0	957358	996717	960641	1039359	60
1	957389	996711	960677	1039323	59
2	957420	996706	960714	1039286	58
3	957451	996701	960750	1039250	57
4	957482	996696	960786	1039214	56
5	957514	996691	960823	1039177	55
6	957545	996686	960859	1039141	54
7	957576	996681	960895	1039105	53
8	957607	996676	960931	1039069	52
9	957638	996670	960967	1039033	51
10	957669	996665	961004	1038996	50
11	957700	996660	961040	1038960	49
12	957731	996655	961076	1038924	48
13	957762	996650	961112	1038888	47
14	957793	996645	961148	1038852	46
15	957824	996640	961184	1038816	45
16	957855	996634	961220	1038780	44
17	957885	996629	961256	1038744	43
18	957916	996624	961292	1038708	42
19	957947	996619	961328	1038672	41
20	957978	996614	961364	1038636	40
21	958008	996608	961400	1038600	39
22	958039	996603	961436	1038564	38
23	958070	996598	961472	1038528	37
24	958101	996593	961508	1038492	36
25	958131	996588	961544	1038456	35
26	958162	996582	961579	1038421	34
27	958192	996577	961615	1038385	33
28	958223	996572	961651	1038349	32
29	958253	996567	961687	1038313	31
30	958284	996562	961722	1038278	30
	Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	67

22	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
30	958284	996562	961722	1038278	30
31	958314	996556	961758	1038242	29
32	958345	996551	961794	1038206	28
33	958375	996546	961830	1038170	27
34	958406	996541	961865	1038135	26
35	958436	996535	961901	1038099	25
36	958467	996530	961936	1038064	24
37	958497	996525	961972	1038028	23
38	958527	996520	962008	1037992	22
39	958557	996514	962043	1037957	21
40	958588	996509	962079	1037921	20
41	958618	996504	962114	1037886	19
42	958648	996498	962150	1037850	18
43	958678	996493	962185	1037815	17
44	958709	996488	962221	1037779	16
45	958739	996483	962256	1037744	15
46	958769	996477	962292	1037708	14
47	958799	996472	962327	1037673	13
48	958829	996467	962362	1037638	12
49	958859	996461	962398	1037602	11
50	958889	996456	962433	1037567	10
51	958919	996451	962468	1037532	9
52	958949	996445	962504	1037496	8
53	958979	996440	962539	1037461	7
54	959009	996435	962574	1037426	6
55	959039	996429	962609	1037391	5
56	959069	996424	962645	1037355	4
57	959098	996419	962680	1037320	3
58	959128	996413	962715	1037285	2
59	959158	996408	962750	1037250	1
60	959188	996403	962785	1037215	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	67

	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
0	959188	996403	962785	1037215	60
1	959218	996397	962820	1037180	59
2	959247	996392	962855	1037145	58
3	959277	996387	962890	1037110	57
4	959307	996381	962926	1037074	56
5	959336	996376	962961	1037039	55
6	959366	996370	962996	1037004	54
7	959396	996365	963031	1036969	53
8	959425	996360	963066	1036934	52
9	959455	996354	963101	1036899	51
10	959484	996349	963135	1036865	50
11	959514	996343	963170	1036830	49
12	959543	996338	963205	1036795	48
13	959573	996333	963240	1036760	47
14	959602	996327	963275	1036725	46
15	959632	996322	963310	1036690	45
16	959661	996316	963345	1036655	44
17	959690	996311	963379	1036621	43
18	959720	996305	963414	1036586	42
19	959749	996300	963449	1036551	41
20	959778	996294	963484	1036516	40
21	959808	996289	963519	1036481	39
22	959837	996284	963553	1036447	38
23	959866	996278	963588	1036412	37
24	959895	996273	963623	1036377	36
25	959924	996267	963657	1036343	35
26	959954	996262	963692	1036308	34
27	959983	996256	963726	1036274	33
28	960012	996251	963761	1036239	32
29	960041	996245	963796	1036204	31
30	960070	996240	963830	1036170	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	66

23	Log.	Log.2.	Mes	Mes 2.	
30	960070	996240	963830	1036170	30
31	960099	996234	963865	1036135	29
32	960128	996229	963899	1036101	28
33	960157	996223	963934	1036066	27
34	960186	996218	963968	1036032	26
35	960215	996212	964003	1035997	25
36	960244	996207	964037	1035963	24
37	960273	996201	964072	1035928	23
38	960302	996196	964106	1035894	22
39	960331	996190	964140	1035860	21
40	960359	996185	964175	1035825	20
41	960388	996179	964209	1035791	19
42	960417	996174	964243	1035757	18
43	960446	996168	964278	1035722	17
44	960474	996162	964312	1035688	16
45	960503	996157	964346	1035654	15
46	960532	996151	964381	1035619	14
47	960561	996146	964415	1035585	13
48	960589	996140	964449	1035551	12
49	960618	996135	964483	1035517	11
50	960646	996129	964517	1035483	10
51	960675	996123	964552	1035448	9
52	960704	996118	964586	1035414	8
53	960732	996112	964620	1035380	7
54	960761	996107	964654	1035346	6
55	960789	996101	964688	1035312	5
56	960818	996095	964722	1035278	4
57	960846	996090	964756	1035244	3
58	960875	996084	964790	1035210	2
59	960903	996079	964824	1035176	1
60	960731	996073	964858	1035142	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	66

24	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	960931	996073	964858	1035142	60
1	960960	996067	964892	1035108	59
2	960988	996062	964926	1035074	58
3	961016	996056	964960	1035040	57
4	961045	996050	964994	1035006	56
5	961073	996045	965028	1034972	55
6	961101	996039	965062	1034938	54
7	961129	996034	965096	1034904	53
8	961158	996028	965130	1034870	52
9	961186	996022	965164	1034836	51
10	961214	996017	965197	1034803	50
11	961242	996011	965231	1034769	49
12	961270	996005	965265	1034735	48
13	961298	996000	965299	1034701	47
14	961326	995994	965333	1034667	46
15	961354	995988	965366	1034634	45
16	961382	995982	965400	1034600	44
17	961411	995977	965434	1034566	43
18	961438	995971	965467	1034533	42
19	961466	995965	965501	1034499	41
20	961494	995960	965535	1034465	40
21	961522	995954	965568	1034432	39
22	961550	995948	965602	1034398	38
23	961578	995942	965636	1034364	37
24	961606	995937	965669	1034331	36
25	961634	995931	965703	1034297	35
26	961662	995925	965736	1034264	34
27	961689	995920	965770	1034230	33
28	961717	995914	965803	1034197	32
29	961745	995908	965837	1034163	31
30	961773	995902	965870	1034130	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	65

24	Log.	Log.2.	Mes	Mes 2.	
30	961773	995902	965870	1034130	30
31	961800	995897	965904	1034096	29
32	961828	995891	965937	1034063	28
33	961856	995885	965971	1034029	27
34	961883	995879	966004	1033996	26
35	961911	995873	966038	1033962	25
36	961939	995868	966071	1033929	24
37	961966	995862	966104	1033896	23
38	961994	995856	966138	1033862	22
39	962021	995850	966171	1033829	21
40	962049	995844	966204	1033796	20
41	962076	995839	966238	1033762	19
42	962104	995833	966271	1033729	18
43	962131	995827	966304	1033696	17
44	962159	995821	966337	1033663	16
45	962186	995815	966371	1033629	15
46	962214	995810	966404	1033596	14
47	962241	995804	966437	1033563	13
48	962268	995798	966470	1033530	12
49	962296	995792	966503	1033497	11
50	962323	995786	966537	1033463	10
51	962350	995780	966570	1033430	9
52	962377	995775	966603	1033397	8
53	962405	995769	966636	1033364	7
54	962432	995763	966669	1033331	6
55	962459	995757	966702	1033298	5
56	962486	995751	966735	1033265	4
57	962513	995745	966768	1033232	3
58	962541	995739	966801	1033199	2
59	962568	995733	966834	1033166	1
60	962595	995728	966867	1033133	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	65

25	Log.	Log.2.	Mes.	Mes. 2.	
0	962595	995728	966867	1033133	60
1	962622	995722	965900	1033100	59
2	962649	995716	965933	1033067	58
3	962676	995710	966966	1033034	57
4	962703	995704	966999	1033001	56
5	962730	995698	967032	1032968	55
6	962757	995692	967065	1032935	54
7	962784	995686	967098	1032902	53
8	962811	995680	967131	1032869	52
9	962838	995674	967163	1032837	51
10	962865	995668	967196	1032804	50
11	962892	995663	967229	1032771	49
12	962918	995657	967262	1032738	48
13	962945	995651	967295	1032705	47
14	962972	995645	967327	1032673	46
15	962999	995639	967360	1032640	45
16	963026	995633	967393	1342607	44
17	963052	995627	967426	1032574	43
18	963079	995621	967458	1032542	42
19	963106	995615	967491	1032509	41
20	963133	995609	967524	1032476	40
21	963159	995603	967556	1032444	39
22	963186	995597	967589	1032411	38
23	963213	995591	967622	1032378	37
24	963239	995585	967654	1032346	36
25	963266	995579	967687	1032313	35
26	963292	995573	967719	1032281	34
27	963319	995567	967752	1032248	33
28	963345	995561	967785	1032215	32
29	963372	995555	967817	1032183	31
30	963398	995549	967850	1032150	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	64

25	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	963398	995549	967850	1032150	30
31	963425	995543	967882	1032118	29
32	963451	995537	967915	1032085	28
33	963478	995531	967947	1032053	27
34	963504	995525	967980	1032020	26
35	963531	995519	968012	1031988	25
36	963557	995513	968044	1031956	24
37	963583	995507	968077	1031923	23
38	963610	995500	968109	1031891	22
39	963636	995494	968142	1031858	21
40	963662	995488	968174	1031826	20
41	963689	995482	968206	1031794	19
42	963715	995476	968239	1031761	18
43	963741	995470	968271	1031729	17
44	963767	995464	968303	1031697	16
45	963794	995458	968336	1031664	15
46	963820	995452	968368	1031632	14
47	963846	995446	968400	1031600	13
48	963872	995440	968432	1031568	12
49	963898	995434	968465	1031535	11
50	963924	995427	968497	1031503	10
51	963950	995421	968529	1031471	9
52	963976	995415	968561	1031439	8
53	964002	995409	968593	1031407	7
54	964028	995403	968626	1031374	6
55	964054	995397	968658	1031342	5
56	964080	995391	968690	1031310	4
57	964106	995384	968722	1031278	3
58	964132	995378	968754	1031246	2
59	964158	995372	968786	1031214	1
60	964184	995366	968818	1031182	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	64

26	Log.	Log.2.	Mes	Mes.2.	
0	964184	995366	968818	1031182	60
1	964210	995360	968850	1031150	59
2	964236	995354	968882	1031118	58
3	964262	995348	968914	1031086	57
4	964288	995341	968946	1031054	56
5	964313	995335	968978	1031022	55
6	964339	995329	969010	1030990	54
7	964365	995323	969042	1030958	53
8	964391	995317	969074	1030926	52
9	964417	995310	969106	1030894	51
10	964442	995304	969138	1030862	50
11	964468	995298	969170	1030830	49
12	964494	995292	969202	1030798	48
13	964519	995286	969234	1030766	47
14	964545	995279	969266	1030734	46
15	964571	995273	969298	1030702	45
16	964596	995267	969329	1030671	44
17	964622	995261	969361	1030639	43
18	964647	995254	969393	1030607	42
19	964673	995248	969425	1030575	41
20	964698	995242	969457	1030543	40
21	964724	995236	969488	1030512	39
22	964749	995229	969520	1030480	38
23	964775	995223	969552	1030448	37
24	964800	995217	969584	1030416	36
25	964826	995211	969615	1030385	35
26	964851	995204	969647	1030353	34
27	964877	995198	969679	1030321	33
28	964902	995192	969710	1030290	32
29	964927	995185	969742	1030258	31
30	964953	995179	969774	1030226	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	63

6	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	964953	995179	969774	1030226	30
1	964978	995173	969805	1030195	29
2	965003	995167	969837	1030163	28
3	965029	995160	969868	1030132	27
4	965054	995154	969900	1030100	26
5	965079	995148	969932	1030068	25
6	965104	995141	969963	1030037	24
7	965130	995135	969995	1030005	23
8	965155	995129	970026	1029974	22
9	965180	995122	970058	1029942	21
0	965205	995116	970089	1029911	20
1	965230	995110	970121	1029879	19
2	965255	995103	970152	1029848	18
3	965281	995097	970184	1029816	17
4	965306	995090	970215	1029785	16
5	965331	995084	970247	1029753	15
6	965356	995078	970278	1029722	14
7	965381	995071	970309	1029691	13
8	965406	995065	970341	1029659	12
9	965431	995059	970372	1029628	11
0	965456	995052	970404	1029596	10
1	965481	995046	970435	1029565	9
2	965506	995039	970466	1029534	8
3	965531	995033	970498	1029502	7
4	965556	995027	970529	1029471	6
5	965580	995020	970560	1029440	5
6	965605	995014	970592	1029408	4
7	965630	995007	970623	1029377	3
58	965655	995001	970654	1029346	2
59	965680	994995	970685	1029315	1
60	965705	994988	970717	1029283	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	63

27	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2	
0	965705	994988	970717	1029283	60
1	965729	994982	970748	1039252	59
2	965754	994975	970779	1029221	58
3	965779	994969	970810	1029190	57
4	965804	994962	970841	1029159	56
5	965828	994956	970873	1029127	55
6	965853	994949	970904	1029096	54
7	965878	994943	970935	1029065	53
8	965902	994936	970966	1029034	52
9	965927	994930	970997	1029003	51
10	965952	994923	971028	1028972	50
11	965976	994917	971059	1028941	49
12	966001	994911	971090	1028910	48
13	966025	994904	971121	1028879	47
14	966050	994898	971153	1028847	46
15	966075	994891	971184	1028816	45
16	966099	994885	971215	1028785	44
17	966124	994878	971246	1028754	43
18	966148	994871	971277	1028723	42
19	966173	994865	971308	1028692	41
20	966197	994858	971339	1028661	40
21	966221	994852	971370	1028630	39
22	966246	994845	971401	1028599	38
23	966270	994839	971431	1028569	37
24	966295	994832	971462	1028538	36
25	966319	994826	971493	1028507	35
26	966343	994819	971524	1028476	34
27	966368	994813	971555	1028445	33
28	966392	994806	971586	1028414	32
29	966416	994799	971617	1028383	31
30	966441	994793	971648	1028352	30
	Log.2.	Log.	Mes.2	Mes.	62

27	Log.	Log 2.	Mes.	Mes.2.	
30	966441	994793	971648	1028352	30
31	966465	994786	971679	1028321	29
32	966489	994780	971709	1028291	28
33	966513	994773	971740	1028260	27
34	966537	994767	971771	1028229	26
35	966562	994760	971802	1028198	25
36	966586	994753	971833	1028167	24
37	966610	994747	971863	1028137	23
38	966634	994740	971894	1028106	22
39	966658	994734	971925	1028075	21
40	966682	994727	971955	1028045	20
41	966706	994720	971986	1028014	19
42	966731	994714	972017	1027983	18
43	966755	994707	972048	1027952	17
44	966779	994700	972078	1027922	16
45	966803	994694	972109	1027891	15
46	966827	994687	972140	1027860	14
47	966851	994680	972170	1027830	13
48	966875	994674	972201	1027799	12
49	966899	994667	972231	1027769	11
50	966922	994660	972262	1027738	10
51	966946	994654	972293	1027707	9
52	966970	994647	972323	1027677	8
53	966994	994640	972354	1027646	7
54	967018	994634	972384	1027616	6
55	967042	994627	972415	1027585	5
56	967066	994620	972445	1027555	4
57	967090	994614	972476	1027524	3
58	967113	994607	972506	1027494	2
59	967137	994600	972537	1027463	1
60	967161	994593	972567	1027433	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	62

59

28	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	967161	994593	972567	1027433	60
1	967185	994587	972598	1027402	59
2	967208	994580	972628	1027372	58
3	967232	994573	972659	1027341	57
4	967256	994567	972689	1027311	56
5	967280	994560	972720	1027280	55
6	967303	994553	972750	1027250	54
7	967327	994546	972780	1027220	53
8	967350	994540	972811	1027189	52
9	967374	994533	972841	1027159	51
10	967398	994526	972872	1027128	50
11	967421	994519	972902	1027098	49
12	967445	994513	972932	1027068	48
13	967468	994506	972963	1027037	47
14	967492	994499	972993	1027007	46
15	967515	994492	973023	1026977	45
16	967539	994485	973054	1026946	44
17	967562	994479	973084	1026916	43
18	767586	994472	973114	1026886	42
19	967609	994465	973144	1026855	41
20	967633	994458	973175	1026825	40
21	967656	994451	973205	1026795	39
22	967680	994445	973235	1026765	38
23	967703	994438	973265	1026735	37
24	967726	994431	973295	1026705	36
25	967750	994424	973326	1026674	35
26	967773	994417	973356	1026644	34
27	967796	994410	973386	1026614	33
28	967820	994404	973416	1026584	32
29	967843	994397	973446	1026554	31
30	967866	994390	973476	1026524	30
	Log 2	Log	Mes.2.	Mes.	61

28	Log.	Log 2.	Mes.	Mes.2.	
30	967866	994390	973476	1026524	30
31	967890	994383	973507	1026493	29
32	967913	994376	973537	1026463	28
33	967936	994369	973567	1026433	27
34	967959	994362	973597	1026403	26
35	967982	994355	973627	1026373	25
36	968006	994349	973657	1026343	24
37	968029	994342	973687	1026313	23
38	968052	994335	973717	1026283	22
39	968075	994328	973747	1026253	21
40	968098	994321	973777	1026223	20
41	968121	994314	973807	1026193	19
42	968144	994307	973837	1026163	18
43	968167	994300	973867	1026133	17
44	968190	994293	973897	1026103	16
45	968213	994286	973927	1026073	15
46	968237	994279	973957	1026043	14
47	968260	994273	973987	1026013	13
48	968283	994266	974017	1025983	12
49	968305	994259	974047	1025953	11
50	968328	994252	974077	1025923	10
51	968351	994245	974167	1025893	9
52	968374	994238	974137	1025863	8
53	968397	994231	974166	1025834	7
54	968420	994224	974196	1025804	6
55	968443	994217	974226	1025774	5
56	968466	994210	974256	1025744	4
57	968489	994203	974286	1025714	3
58	968512	994196	974316	1025684	2
59	968534	994189	974345	1025655	1
60	968557	994182	974375	1025625	0
	Log 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	61

29	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	968557	994182	974375	1025625	60
1	968580	994175	974405	1025595	59
2	968603	994168	974435	1025565	58
3	968625	994161	974465	1025535	57
4	968648	994154	974494	1025506	56
5	968671	994147	974524	1025476	55
6	968694	994140	974554	1025446	54
7	968716	994133	974583	1025417	53
8	968739	994126	974613	1025387	52
9	968762	994119	974643	1025357	51
10	968784	994112	974673	1025327	50
11	968807	994105	974702	1025298	49
12	968829	994098	974732	1025268	48
13	968852	994090	974762	1025238	47
14	968875	994083	974791	1025209	46
15	968897	994076	974821	1025179	45
16	968920	994069	974851	1025149	44
17	968942	994062	974880	1025120	43
18	768965	994055	974910	1025090	42
19	968987	994048	974939	1025061	41
20	969010	994041	974969	1025031	40
21	969032	994034	974998	1025002	39
22	969055	994027	975028	1024972	38
23	969077	994020	975058	1024942	37
24	969100	994012	975087	1024913	36
25	969122	994005	975117	1024883	35
26	969144	993998	975146	1024854	34
27	969167	993991	975176	1024824	33
28	969189	993984	975205	1024795	32
29	969212	993977	975235	1024765	31
30	969234	993970	975264	1024736	30
	Log 2	Log.	Mes.2.	Mes.	60

29	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	969234	993970	975264	1024736	30
31	969256	993963	975294	1024706	29
32	969279	993955	975323	1024677	28
33	969301	993948	975353	1024647	27
34	969323	993941	975382	1024618	26
35	969345	993934	975411	1024589	25
36	969368	993927	975441	1024559	24
37	969390	993920	975470	1024530	23
38	969412	993912	975500	1024500	22
39	969434	993905	975529	1024471	21
40	969456	993898	975558	1024442	20
41	969479	993891	975588	1024412	19
42	969501	993884	975617	1024383	18
43	969523	993876	975647	1024353	17
44	969545	993869	975676	1024324	16
45	969567	993862	975705	1024295	15
46	969589	993855	975735	1024265	14
47	969611	993847	975764	1024236	13
48	969633	993840	975793	1024207	12
49	969655	993833	975822	1024178	11
50	959677	993826	975852	1024148	10
51	969699	993819	975881	1024119	9
52	969721	993811	975910	1024090	8
53	969743	993804	975939	1024061	7
54	969765	993797	975969	1024031	6
55	969787	993789	975998	1024002	5
56	969809	993782	976027	1023973	4
57	969831	993775	976056	1023944	3
58	969853	993768	976086	1023914	2
59	969875	993760	976115	1023885	1
60	969897	993753	976144	1023856	0
	Log.2.	Log.	Mes 2.	Mes.	60

30	Log.	Log.2	Mes.	Mes.2	
0	969897	993753	976144	1023856	60
1	969919	993746	976173	1023827	59
2	969941	993738	976202	1023798	58
3	969963	993731	976231	1023769	57
4	969984	993724	976261	1023739	56
5	970006	993717	976290	1023710	55
6	970028	993709	976319	1023681	54
7	970050	993702	976348	1023652	53
8	970072	993695	976377	1023623	52
9	970093	993687	976406	1023594	51
10	970115	993680	976435	1023565	50
11	970137	993673	976454	1023536	49
12	970159	993665	976493	1023507	48
13	970180	993658	976522	1023478	47
14	970202	993650	976551	1023449	46
15	970224	993643	976580	1023420	45
16	970245	993636	976609	1023391	44
17	970267	993628	976639	1023361	43
18	970288	993621	976668	1023332	42
19	970310	993614	976697	1023303	41
20	970332	993606	976725	1023275	40
21	970353	993599	976754	1023246	39
22	970375	993591	976783	1023217	38
23	970396	993584	976812	1023188	37
24	970418	993577	976841	1023159	36
25	970439	993569	976870	1023130	35
26	970461	993562	976899	1023101	34
27	970482	993554	976928	1023072	33
28	970504	993547	976957	1023043	32
29	970525	993539	976986	1023014	31
30	970547	993532	977015	1022985	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	59

30	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	970547	993532	977015	1022985	30
31	970568	993525	977044	1022956	29
32	970590	993517	977073	1022927	28
33	970611	993510	977101	1022899	27
34	970633	993502	977130	1022870	26
35	970654	993495	977159	1022841	25
36	970675	993487	977188	1022812	24
37	970697	993480	977217	1022783	23
38	970718	993472	977246	1022754	22
39	970739	993465	977274	1022726	21
40	970761	993457	977303	1022697	20
41	970782	993450	977332	1022668	19
42	970803	993442	977361	1022639	18
43	970824	993435	977390	1022610	17
44	970846	993427	977418	1022582	16
45	970867	993420	977447	1022553	15
46	970888	993412	977476	1022524	14
47	970909	993405	977505	1022495	13
48	970931	993397	977533	1022467	12
49	970952	993390	977562	1022438	11
50	970973	993382	977591	1022409	10
51	970994	993375	977619	1022381	9
52	971015	993367	977648	1022352	8
53	971036	993360	977677	1022323	7
54	971058	993352	977706	1022294	6
55	971079	993344	977734	1022266	5
56	971100	993337	977763	1022237	4
57	971121	993329	977791	1022209	3
58	971142	993322	977820	1022180	2
59	971163	993314	977849	1022151	1
60	971184	993307	977877	1022123	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	59

31	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	971184	993307	977877	1022123	60
1	971205	993299	977906	1022094	59
2	971226	993291	977935	1022065	58
3	971247	993284	977963	1022037	57
4	971268	993276	977992	1022008	56
5	971289	993269	978020	1021980	55
6	971310	993261	978049	1021951	54
7	971331	993253	978077	1021923	53
8	971352	993246	978106	1021894	52
9	971373	993238	978135	1021865	51
10	971393	993230	978163	1021837	50
11	971414	993223	978192	1021808	49
12	971435	993215	978220	1021780	48
13	971456	993207	978249	1021751	47
14	971477	993200	978277	1021723	46
15	971498	993192	978306	1021694	45
16	971519	993184	978334	1021666	44
17	971539	993177	978363	1021637	43
18	971560	993169	978391	1021609	42
19	971581	993161	978419	1021581	41
20	971602	993154	978448	1021552	40
21	971622	993146	978476	1021524	39
22	971643	993138	978505	1021495	38
23	971654	993131	978533	1021467	37
24	971685	993123	978562	1021438	36
25	971705	993115	978590	1021410	35
26	971726	993108	978618	1021382	34
27	971747	993100	978647	1021353	33
28	971767	993092	978675	1021325	32
29	971788	993084	978704	1021296	31
30	971809	993077	978732	1021268	30
	Log.2	Log.	Mes.2.	Mes.	58

31	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	971809	993077	978732	1021268	30
31	971829	993069	978760	1021240	29
32	971850	993061	978789	1021211	28
33	971870	993053	978817	1021183	27
34	971891	993046	978845	1021155	26
35	971911	993038	978874	1021126	25
36	971932	993030	978902	1021098	24
37	971952	993022	978930	1021070	23
38	971973	993014	978959	1021041	22
39	971994	993007	978987	1021013	21
40	972014	992999	979015	1020985	20
41	972034	992991	979043	1020957	19
42	972055	992983	979072	1020928	18
43	972075	992976	979100	1020900	17
44	972096	992968	979128	1020872	16
45	972116	992960	979156	1020844	15
46	972137	992952	979185	1020815	14
47	972157	992944	979213	1020787	13
48	972177	992936	979241	1020759	12
49	972198	992929	979269	1020731	11
50	972218	992921	979297	1020703	10
51	972238	992913	979326	1020674	9
52	972259	992905	979354	1020646	8
53	972279	992897	979382	1020618	7
54	972299	992889	979410	1020590	6
55	972320	992881	979438	1020562	5
56	972340	992874	979466	1020534	4
57	972360	992866	979495	1020505	3
58	972381	992858	979523	1020477	2
59	972401	992850	979551	1020449	1
60	972421	992842	979579	1020421	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	58

32	Log	Log 2.	Mes.	Mes 2.	
0	972421	992842	979579	1020421	60
1	972441	992834	979607	1020393	59
2	972461	992826	979635	1020365	58
3	972482	992818	979663	1020337	57
4	972502	992810	979691	1020309	56
5	972522	992803	979719	1020281	55
6	972542	992795	979747	1020253	54
7	972562	992787	979776	1020224	53
8	972582	992779	979804	1020196	52
9	972602	992771	979832	1020168	51
10	972622	992763	979860	1020140	50
11	972643	992755	979888	1020112	49
12	972663	992747	979916	1020084	48
13	972683	992739	979944	1020056	47
14	972703	992731	979972	1020028	46
15	972723	992723	980000	1020000	45
16	972743	992715	980028	1019972	44
17	972763	992707	980056	1019944	43
18	972783	992699	980084	1019916	42
19	972803	992691	980112	1019888	41
20	972823	992683	980140	1019860	40
21	972843	992675	980168	1019832	39
22	972863	992667	980195	1019805	38
23	972883	992659	980223	1019777	37
24	972902	992651	980251	1019749	36
25	972922	992643	980279	1019721	35
26	972942	992635	980307	1019693	34
27	972962	992627	980335	1019665	33
28	972982	992619	980363	1019637	32
29	973002	992611	980391	1019609	31
30	973022	992603	980419	1019581	30
	Log. 2.	Log.	Mes 2.	Mes.	57

32	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	973022	992603	980419	1019581	30
31	973041	992595	980447	1019553	29
32	973061	992587	980474	1019526	28
33	973081	992579	980502	1019498	27
34	973101	992571	980530	1019470	26
35	973121	992563	980558	1019442	25
36	973140	992555	980586	1019414	24
37	973160	992546	980614	1019386	23
38	973180	992538	980642	1019358	22
39	973200	992530	980669	1019331	21
40	973219	992522	980697	1019303	20
41	973239	992514	980725	1019275	19
42	973259	992506	980753	1019247	18
43	973278	992498	980781	1019219	17
44	973298	992490	980808	1019192	16
45	973318	992482	980836	1019164	15
46	973337	992473	980864	1019136	14
47	973357	992465	980892	1019108	13
48	973377	992457	980919	1019081	12
49	973396	992449	980947	1019053	11
50	973416	992441	980975	1019025	10
51	973435	992433	981003	1018997	9
52	973455	992425	981030	1018970	8
53	973474	992416	981058	1018942	7
54	973494	992408	981086	1018914	6
55	973513	992400	981113	1018887	5
56	973533	992392	981141	1018859	4
57	973552	992384	981169	1018831	3
58	973572	992376	981196	1018804	2
59	973591	992367	981224	1018776	1
60	973611	992359	981252	1018748	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	57

33	Log.	Log.2.	Meſ.	Meſ 2.	
0	973611	992359	981252	1018748	60
1	973630	992351	981279	1018721	59
2	973650	992343	981307	1018693	58
3	973669	992335	981335	1018665	57
4	973689	992326	981362	1018638	56
5	973708	992318	981390	1018610	55
6	973727	992310	981418	1018582	54
7	973747	992302	981445	1018555	53
8	973766	992293	981473	1018527	52
9	973785	992285	981500	1018500	51
10	973805	992277	981528	1018472	50
11	973824	992269	981556	1018444	49
12	973843	992260	981583	1018417	48
13	973863	992252	981611	1018389	47
14	973882	992244	981638	1018362	46
15	973901	992235	981666	1018334	45
16	973921	992227	981693	1018307	44
17	973940	992219	981721	1018279	43
18	973959	992211	981748	1018252	42
19	973978	992202	981776	1018224	41
20	973997	992194	981803	1018197	40
21	974017	992186	981831	1018169	39
22	974036	992177	981858	1018142	38
23	974055	992169	981886	1018114	37
24	974074	992161	981913	1018087	36
25	974093	992152	981941	1018059	35
26	974113	992144	981968	1018032	34
27	974132	992136	981996	1018004	33
28	974151	992127	982023	1017977	32
29	974170	992119	982051	1017949	31
30	974189	992111	982078	1017922	30
	Log.2.	Log.	Meſ.2.	Meſ.	56

33	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes 2.	
30	974189	992111	982078	1017922	30
31	974208	992102	982106	1017894	29
32	974227	992094	982133	1017867	28
33	974246	992086	982161	1017839	27
34	974265	992077	982188	1017812	26
35	974284	992069	982215	1017785	25
36	974303	992060	982243	1017757	24
37	974322	992052	982270	1017730	23
38	974341	992044	982298	1017702	22
39	974360	992035	982325	1017675	21
40	974379	992027	982352	1017648	20
41	974398	992018	982380	1017620	19
42	974417	992010	982407	1017593	18
43	974436	992002	982435	1017565	17
44	974455	991993	982462	1017538	16
45	974474	991985	982489	1017511	15
46	974493	991976	982517	1017483	14
47	974512	991968	982544	1017456	13
48	974531	991959	982571	1017429	12
49	974549	991951	982599	1017401	11
50	974568	991942	982626	1017374	10
51	974587	991934	982653	1017347	9
52	974606	991925	982681	1017319	8
53	974625	991917	982708	1017292	7
54	974644	991908	982735	1017265	6
55	974662	991900	982762	1017238	5
56	974681	991891	982790	1017210	4
57	974700	991883	982817	1017183	3
58	974719	991874	982844	1017156	2
59	974737	991866	982871	1017129	1
60	974756	991857	982899	1017101	0
	Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	56

34	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
0	974756	991857	982899	1017101	60
1	974775	991849	982926	1017074	59
2	974794	991840	982953	1017047	58
3	974812	991832	982980	1017020	57
4	974831	991823	983008	1016992	56
5	974850	991815	983035	1016965	55
6	974868	991806	983062	1016938	54
7	974887	991798	983089	1016911	53
8	974906	991789	983117	1016883	52
9	974924	991781	983144	1016856	51
10	974943	991772	983171	1016829	50
11	974961	991763	983198	1016802	49
12	974980	991755	983225	1016775	48
13	974999	991746	983252	1016748	47
14	975017	991738	983280	1016720	46
15	975036	991729	983307	1016693	45
16	975054	991720	983334	1016666	44
17	975073	991712	983361	1016639	43
18	975091	991703	983388	1016612	42
19	975110	991695	983415	1016585	41
20	975128	991686	983442	1016558	40
21	975147	991677	983470	1016530	39
22	975165	991669	983497	1016503	38
23	975184	991660	983524	1016476	37
24	975202	991651	983551	1016449	36
25	975221	991643	983578	1016422	35
26	975239	991634	983605	1016395	34
27	975258	991625	983632	1016368	33
28	975276	991617	983659	1016341	32
29	975294	991608	983686	1016314	31
30	975313	991599	983713	1016287	30
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	55

34	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	975313	991599	983713	1016287	30
31	975331	991591	983740	1016260	29
32	975350	991582	983768	1016232	28
33	975368	991573	983795	1016205	27
34	975386	991565	983822	1016178	26
35	975405	991556	983849	1016151	25
36	975423	991547	983876	1016124	24
37	975441	991538	983903	1016097	23
38	975459	991530	983930	1016070	22
39	975478	991521	983957	1016043	21
40	975496	991512	983984	1016016	20
41	975514	991504	984011	1015989	19
42	975533	991495	984038	1015962	18
43	975551	991486	984065	1015935	17
44	975569	991477	984092	1015908	16
45	975587	991469	984119	1015881	15
46	975605	991460	984146	1015854	14
47	975624	991451	984173	1015827	13
48	975642	991442	984200	1015800	12
49	975660	991433	984227	1015773	11
50	975678	991425	984254	1015746	10
51	975696	991416	984280	1015720	9
52	975714	991407	984307	1015693	8
53	975733	991398	984334	1015666	7
54	975751	991389	984361	1015639	6
55	975769	991381	984388	1015612	5
56	975787	991372	984415	1015585	4
57	975805	991363	984442	1055558	3
58	975823	991354	984469	1015531	2
59	975841	991345	984496	1015504	1
60	975859	991336	984523	1015477	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	55

35	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	975859	991336	984523	1015477	60
1	975877	991328	984550	1015450	59
2	975895	991319	984576	1015424	58
3	975913	991310	984603	1015397	57
4	975931	991301	984630	1015370	56
5	975949	991292	984657	1015343	55
6	975967	991283	984684	1015316	54
7	975985	991274	984711	1015289	53
8	976003	991266	984738	1015262	52
9	976021	991257	984764	1015236	51
10	976039	991248	984791	1015209	50
11	976057	991239	984818	1015182	49
12	976075	991230	984845	1015155	48
13	976093	991221	984872	1015128	47
14	976111	991212	984899	1015101	46
15	976129	991203	984925	1015075	4
16	976146	991194	984952	1015048	4
17	976164	991185	984979	1015021	4
18	976182	991176	985006	1014994	4
19	976200	991167	985033	1014967	4
20	976218	991158	985059	1014941	4
21	976236	991149	985086	1014914	3
22	976253	991141	985113	1014887	3
23	976271	991132	985140	1014860	3
24	976289	991123	985166	1014834	
25	976307	991114	985193	1014807	
26	976324	991105	985220	1014780	
27	976342	991096	985247	1014753	
28	976360	991087	985273	1014727	
29	976378	991078	985300	1014700	
30	976395	991069	985327	1014673	
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	

35	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes 2.	
30	976395	991069	985327	1014673	30
31	976413	991060	985354	1014646	29
32	976431	991051	985380	1014620	28
33	976448	991042	985407	1014593	27
34	976466	991033	985434	1014566	26
35	976484	991023	985460	1014540	25
36	976501	991014	985487	1014513	24
37	976519	991005	985514	1014486	23
38	976537	990996	985540	1014460	22
39	976554	990987	985567	1014433	21
40	976572	990978	985594	1014406	20
41	976590	990969	985620	1014380	19
42	976607	990960	985647	1014353	18
43	976625	990951	985674	1014326	17
44	976642	990942	985700	1014300	16
45	976660	990933	985727	1014273	15
46	976677	990924	985754	1014246	14
47	976695	990915	985780	1014220	13
48	976712	990906	985807	1014193	12
49	976730	990896	985834	1014166	11
50	976747	990887	985860	1014140	10
51	976765	990878	985887	1014113	9
52	976782	990869	985913	1014087	8
53	976800	990860	985940	1014060	7
54	976817	990851	985967	1014033	6
55	976835	990842	985993	1014007	5
56	976852	990832	986020	1013980	4
57	976870	990823	986046	1013954	3
58	976887	990814	986073	1013927	2
59	976904	990805	986100	1013900	1
60	976922	990796	986126	1013874	0
	Log. 2.	Log.	Mes 2.	Mes.	54

36	Log.	Log. 2	Mes.	Mes. 2.
0	976922	990796	986126	1013874
1	976939	990787	986153	1013847
2	976957	990777	986179	1013821
3	976974	990768	985206	1013794
4	976991	990759	986232	1013768
5	977009	990750	986259	1013741
6	977026	990741	986285	1013715
7	977043	990731	986312	1013688
8	977061	990722	986338	1013662
9	977078	990713	986365	1013635
10	977095	990704	986392	1013608
11	977112	990694	986418	1013582
12	977130	990685	986445	1013555
13	977147	990676	986471	1013529
14	977164	990667	986498	1013502
15	977181	990657	986524	1013476
16	977199	990648	986551	1013449
17	977216	990639	986577	1013423
18	977233	990630	986603	1013397
19	977250	990620	986630	1013370
20	977268	990611	986656	1013344
21	977285	990602	986683	1013317
22	977302	990592	986709	1013291
23	977319	990583	986736	1013264
24	977336	990574	986762	1013238
25	977353	990565	986789	1013211
26	977370	990555	986815	1013185
27	977387	990546	986842	1013158
28	977405	990537	986868	1013132
29	977422	990527	986894	1013106
30	977439	990518	986921	1013079
	Log 2.	Log	Mes. 2.	Mes.

36	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2.	
30	977439	990518	986921	1013079	30
31	977456	990509	986947	1013053	29
32	977473	990499	986974	1013026	28
33	977490	990490	987000	1013000	27
34	977507	990480	987027	1012973	26
35	977524	990471	987053	1012947	25
36	977541	990462	987079	1012921	24
37	977558	990452	987106	1012894	23
38	977575	990443	987132	1012868	22
39	977592	990434	987158	1012842	21
40	977609	990424	987185	1012815	20
41	977626	990415	987211	1012789	19
42	977643	990405	987238	1012762	18
43	977660	990396	987264	1012736	17
44	977677	990386	987290	1012710	16
45	977694	990377	987317	1012683	15
46	977711	990368	987343	1012657	14
47	977728	990358	987369	1012631	13
48	977744	990349	987396	1012604	12
49	977761	990339	987422	1012578	11
50	977778	990330	987448	1012552	10
51	977795	990320	987475	1012525	9
52	977812	990311	987501	1012499	8
53	977829	990301	987527	1012473	7
54	977846	990292	987554	1012446	6
55	977862	990282	987580	1012420	5
56	977879	990273	987606	1012394	4
57	977896	990263	987633	1012367	3
58	977913	990254	987659	1012341	2
59	977930	990244	987685	1012315	1
60	977946	990235	987711	1012289	0
	Log 2.	Log.	Mes.2.	Mes.	53

37	Log.	Log. 2.	Mef.	Mef. 2.	
0	977946	990235	987711	1012289	60
1	977963	990225	987738	1012262	59
2	977980	990216	987764	1012236	58
3	977997	990206	987790	1012210	57
4	978013	990197	987817	1012183	56
5	978030	990187	987843	1012157	55
6	978047	990178	987869	1012131	54
7	978063	990168	987895	1012105	53
8	978080	990159	987922	1012078	52
9	978097	990149	987948	1012052	51
10	978113	990139	987974	1012026	50
11	978130	990130	988000	1012000	49
12	978147	990120	988027	1011973	48
13	978163	990111	988053	1011947	47
14	978180	990101	988079	1011921	46
15	978197	990091	988105	1011895	45
16	978213	990082	988131	1011869	44
17	978230	990072	988158	1011842	43
18	978246	990063	988184	1011816	42
19	978263	990053	988210	1011790	41
20	978280	990043	988236	1011764	40
21	978296	990034	988262	1011738	39
22	978313	990024	988289	1011711	38
23	978329	990014	988315	1011685	37
24	978346	990005	988341	1011659	36
25	978362	989995	988367	1011633	35
26	978379	989985	988393	1011607	34
27	978395	989976	988420	1011580	33
28	978412	989966	988446	1011554	32
29	978428	989956	988472	1011528	31
30	978445	989947	988498	1011502	30
	Log. 2.	Log.	Mef. 2.	Mef.	52

37	Log.	Log.2.	Mes	Mes.2.	
30	978445	989947	998498	1011502	30
31	978461	989937	988524	1011476	29
32	978478	989927	988550	1011450	28
33	978494	989918	988577	1011423	27
34	978510	989908	988603	1011397	26
35	978527	989898	988629	1011371	25
36	978543	989888	988655	1011345	24
37	978560	989879	988681	1011319	23
38	978576	989869	988707	1011293	22
39	978592	989859	988733	1011267	21
40	978609	989849	988759	1011241	20
41	978625	989840	988786	1011214	19
42	978642	989830	988812	1011188	18
43	978658	989820	988838	1011162	17
44	978674	989810	988864	1011136	16
45	978691	989801	988890	1011110	15
46	978707	989791	988916	1011084	14
47	978723	989781	988942	1011058	13
48	978739	989771	988968	1011032	12
49	978756	989761	988994	1011006	11
50	978772	989752	989020	1010980	10
51	978788	989742	989046	1010954	9
52	978805	989732	989073	1010927	8
53	978821	989722	989099	1010901	7
54	978837	989712	989125	1010875	6
55	978853	989702	989151	1010849	5
56	978869	989693	989177	1010823	4
57	978886	989683	989203	1010797	3
58	978902	989673	989229	1010771	2
59	978918	989663	989255	1010745	1
60	978934	989653	989281	1010719	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	52

38	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	978934	989653	989281	1010719	60
1	978950	989643	989307	1010693	59
2	978967	989633	989333	1010667	58
3	978983	989624	989359	1010641	57
4	978999	989614	989385	1010615	56
5	979015	989604	989411	1010589	55
6	979031	989594	989437	1010563	54
7	979047	989584	989463	1010537	53
8	979063	989574	989489	1010511	52
9	979079	989564	989515	1010485	51
10	979095	989554	989541	1010459	50
11	979111	989544	989567	1010433	49
12	979128	989534	989593	1010407	48
13	979144	989524	989619	1010381	47
14	979160	989514	989645	1010355	46
15	979176	989504	989671	1010329	45
16	979192	989495	989697	1010303	44
17	979208	989485	989723	1010277	43
18	979224	989475	989749	1010251	42
19	979240	989465	989775	1010225	41
20	979256	989455	989801	1010199	40
21	979272	989445	989827	1010173	39
22	979288	989435	989853	1010147	38
23	979304	989425	989879	1010121	37
24	979319	989415	989905	1010095	36
25	979335	989405	989931	1010069	35
26	979351	989395	989957	1010043	34
27	979367	989385	989983	1010017	33
28	979383	989375	990009	1009991	32
29	979399	989364	990035	1009965	31
30	979415	989354	990061	1009939	30
	Log 2.	Log.	Mes.2	Mes.	51

38	Log.	Log 2.	Mes.	Mes.2.	
30	979415	989354	990061	1009939	30
31	979431	989344	990086	1009914	29
32	979447	989334	990112	1009888	28
33	979463	989324	990138	1009862	27
34	979478	989314	990164	1009836	26
35	979494	989304	990190	1009810	25
36	979510	989294	990216	1009784	24
37	979526	989284	990242	1009758	23
38	979542	989274	990268	1009732	22
39	979558	989264	990294	1009706	21
40	979573	989254	990320	1009680	20
41	979589	989244	990346	1009654	19
42	979605	989233	990371	1009629	18
43	979621	989223	990397	1009603	17
44	979636	989213	990423	1009577	16
45	979652	989203	990449	1009551	15
46	979668	989193	990475	1009525	14
47	979684	989183	990501	1009499	13
48	979699	989173	990527	1009473	12
49	979715	989162	990553	1009447	11
50	979731	989152	990578	1009422	10
51	979746	989142	990604	1009396	9
52	979762	989132	990630	1009370	8
53	979778	989122	990656	1009344	7
54	979793	989112	990682	1009318	6
55	979809	989101	990708	1009292	5
56	979825	989091	990734	1009266	4
57	979840	989081	990759	1009241	3
58	979856	989071	990785	1009215	2
59	979872	989060	990811	1009189	1
60	979887	989050	990837	1009163	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	51

39	Log.	Log. 2.	Meſ.	Meſ. 2.	
0	979887	989050	990837	1009163	60
1	979903	989040	990863	1009137	59
2	979918	989030	990889	1009111	58
3	979934	989020	990914	1009086	57
4	979950	989009	990940	1009060	56
5	979965	988999	990966	1009034	55
6	979981	988989	990992	1009008	54
7	979996	988978	991018	1008982	53
8	980012	988968	991043	1008957	52
9	980027	988958	991069	1008931	51
10	980043	988948	991095	1008905	50
11	980058	988937	991121	1008879	49
12	980074	988927	991147	1008853	48
13	980089	988917	991172	1008828	47
14	980105	988906	991198	1008802	46
15	980120	988896	991224	1008776	45
16	980136	988886	991250	1008750	44
17	980151	988875	991276	1008724	43
18	980166	988865	991301	1008699	42
19	980182	988855	991327	1008673	41
20	980197	988844	991353	1008647	40
21	980213	988834	991379	1008621	39
22	980228	988824	991404	1008596	38
23	980244	988813	991430	1008570	37
24	980259	988803	991456	1008544	36
25	980274	988793	991482	1008518	35
26	980290	988782	991507	1008493	34
27	980305	988772	991533	1008467	33
28	980320	988761	991559	1008441	32
29	980336	988751	991585	1008415	31
30	980351	988741	991610	1008390	30
	Log. 2.	Log.	Meſ. 2.	Meſ.	50

39	Log.	Log 2.	Mes.	Mes.2.	
30	980351	988741	991610	1008390	30
31	980366	988730	991636	1008364	29
32	980382	988720	991662	1008338	28
33	980397	988709	991688	1008312	27
34	980412	988699	991713	1008287	26
35	980428	988688	991739	1008261	25
36	980443	988678	991765	1008235	24
37	980458	988668	991791	1008209	23
38	980473	988657	991816	1008184	22
39	980489	988647	991842	1008158	21
40	980504	988636	991868	1008132	20
41	980519	988626	991893	1008107	19
42	980534	988615	991919	1008081	18
43	980550	988605	991945	1008055	17
44	980565	988594	991971	1008029	16
45	980580	988584	991996	1008004	15
46	980595	988573	992022	1007978	14
47	980610	988563	992048	1007952	13
48	980625	988552	992073	1007927	12
49	980641	988542	992099	1007901	11
50	980656	988531	992125	1007875	10
51	980671	988521	992150	1007850	9
52	980686	988510	992176	1007824	8
53	980701	988499	992202	1007798	7
54	980716	988489	992227	1007773	6
55	980731	988478	992253	1007747	5
56	980746	988468	992279	1007721	4
57	980762	988457	992304	1007696	3
58	980777	988447	992330	1007670	2
59	980792	988436	992356	1007644	1
60	980807	988425	992381	1007619	0
	Log.2.	Log.	Mes.2.	Mes.	50

40	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	980807	988425	992381	1007619	60
1	980822	988415	992407	1007593	59
2	980837	988404	992433	1007567	58
3	980852	988394	992458	1007542	57
4	980867	988383	992484	1007516	56
5	980882	988372	992510	1007490	55
6	980897	988362	992535	1007465	54
7	980912	988351	992561	1007439	53
8	980927	988340	992587	1007413	52
9	980942	988330	992612	1007388	51
10	980957	988319	992638	1007362	50
11	980972	988308	992663	1007337	49
12	980987	988298	992689	1007311	48
13	981002	988287	992715	1007285	47
14	981017	988276	992740	1007260	46
15	981032	988266	992766	1007234	45
16	981047	988255	992792	1007208	44
17	981061	988244	992817	1007183	43
18	981076	988234	992843	1007157	42
19	981091	988223	992868	1007132	41
20	981106	988212	992894	1007106	40
21	981121	988201	992920	1007080	39
22	981136	988191	992945	1007055	38
23	981151	988180	992971	1007029	37
24	981166	988169	992996	1007004	36
25	981180	988158	993022	1006978	35
26	981195	988148	993048	1006952	34
27	981210	988137	993073	1006927	33
28	981225	988126	993099	1006901	32
29	981240	988115	993124	1006876	31
30	981254	988105	993150	1006850	30
	Log 2.	Log.	Mes.2.	Mes.	49

40	Log.	Log 2.	Mes.	Mes.2.	
30	981254	988105	993150	1006850	30
31	981269	988094	993175	1006825	29
32	981284	988083	993201	1006799	28
33	918299	988072	993227	1006773	27
34	981314	988061	993252	1006748	26
35	981328	988051	993278	1006722	25
36	981343	988040	993303	1006697	24
37	981358	988029	993329	1006671	23
38	981372	988018	993354	1006646	22
39	981387	988007	993380	1006620	21
40	981402	987996	993406	1006594	20
41	981417	987985	993431	1006569	19
42	981431	987975	993457	1006543	18
43	981446	987964	993482	1006518	17
44	981461	987953	993508	1006492	16
45	981475	987942	993533	1006467	15
46	981490	987931	993559	1006441	14
47	981505	987920	993584	1006416	13
48	981519	987909	993610	1006390	12
49	981534	987898	993636	1006364	11
50	981549	987887	993661	1006339	10
51	981563	987877	993687	1006313	9
52	981578	987866	993712	1006288	8
53	981592	987855	993738	1006262	7
54	981607	987844	993763	1006237	6
55	981622	987833	993789	1006211	5
56	981636	987822	993814	1006186	4
57	981651	987811	993840	1006160	3
58	981665	987800	993865	1006135	2
59	981680	987789	993891	1006109	1
60	981694	987778	993916	1006084	0
	Log 2.	Log.	Mes.2.	Mes.	49

41	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	981694	987778	993916	1006084	60
1	981709	987767	993942	1006058	59
2	981723	987756	993967	1006033	58
3	981738	987745	993993	1006007	57
4	981752	987734	994018	1005982	56
5	981767	987723	994044	1005956	55
6	981781	987712	994069	1005931	54
7	981796	987701	994095	1005905	53
8	981810	987690	994120	1005880	52
9	981825	987679	994146	1005854	51
10	981839	987668	994171	1005829	50
11	981854	987657	994197	1005803	49
12	981868	987646	994222	1005778	48
13	981882	987635	994248	1005752	47
14	981897	987624	994273	1005727	46
15	981911	987613	994299	1005701	45
16	981926	987601	994324	1005676	44
17	981940	987590	994350	1005650	43
18	981955	987579	994375	1005625	42
19	981969	987568	994401	1005599	41
20	981983	987557	994426	1005574	40
21	981998	987546	994452	1005548	39
22	982012	987535	994477	1005523	38
23	982026	987524	994503	1005497	37
24	982041	987513	994528	1005472	36
25	982055	987501	994554	1005446	35
26	982069	987490	994579	1005421	34
27	982084	987479	994604	1005396	33
28	982098	987468	994630	1005370	32
29	982112	987457	994655	1005345	31
30	982126	987446	994681	1005319	30
	Log 2.	Log.	Mes.2.	Mes.	48

41	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
30	982126	987446	994681	1005319	30
31	982141	987434	994706	1005294	29
32	982155	987423	994732	1005268	28
33	982169	987412	994757	1005243	27
34	982184	987401	994783	1005217	26
35	982198	987390	994808	1005192	25
36	982212	987378	994834	1005166	24
37	982226	987367	994859	1005141	23
38	982240	987356	994884	1005116	22
39	982255	987345	994910	1005090	21
40	982269	987334	994935	1005065	20
41	982283	987322	994961	1005039	19
42	982297	987311	994986	1005014	18
43	982311	987300	995012	1004988	17
44	982326	987288	995037	1004963	16
45	982340	987277	995062	1004938	15
46	982354	987266	995088	1004912	14
47	982368	987255	995113	1004887	13
48	982382	987243	995139	1004861	12
49	982396	987232	995164	1004836	11
50	982410	987221	995190	1004810	10
51	982424	987209	995215	1004785	9
52	982439	987198	995240	1004760	8
53	982453	987187	995266	1004734	7
54	982467	987175	995291	1004709	6
55	982481	987164	995317	1004683	5
56	982495	987153	995342	1004658	4
57	982509	987141	995368	1004632	3
58	982523	987130	995393	1004607	2
59	982537	987119	995418	1004582	1
60	982551	987107	995444	1004556	0
	Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	48

42	Log.	Log.2	Mes.	Mes.2.	
0	982551	987107	995444	1004556	60
1	982565	987096	995469	1004531	59
2	982579	987085	995495	1004505	58
3	982593	987073	995520	1004480	57
4	982607	987062	995545	1004455	56
5	982621	987050	995571	1004429	55
6	982635	987039	995596	1004404	54
7	982649	987028	995622	1004378	53
8	982663	987016	995647	1004353	52
9	982677	987005	995672	1004328	51
10	982691	986993	995698	1004302	50
11	982705	986982	995723	1004277	49
12	982719	986970	995748	1004252	48
13	982733	986959	995774	1004226	47
14	982747	986947	995799	1004201	46
15	982761	986936	995825	1004175	45
16	982775	986924	995850	1004150	44
17	982788	986913	995875	1004125	43
18	982802	986902	995901	1004099	42
19	982816	986890	995926	1004074	41
20	982830	986879	995952	1004048	40
21	982844	986867	995977	1004023	39
22	982858	986855	996002	1003998	38
23	982872	986844	996028	1003972	37
24	982885	986832	996053	1003947	36
25	982899	986821	996078	1003922	35
26	982913	986809	996104	1003896	34
27	982927	986798	996129	1003871	33
28	982941	986786	996155	1003845	32
29	982955	986775	996180	1003820	31
30	982968	986763	996205	1003795	30
	Log.2	Log.	Mes.2.	Mes.	47

42	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
30	982968	986763	996205	1003795	30
31	982982	986752	996231	1003769	29
32	982996	986740	996256	1003744	28
33	983010	986728	996281	1003719	27
34	983023	986717	996307	1003693	26
35	983037	986705	996332	1003668	25
36	983051	986694	996357	1003643	24
37	983065	986682	996383	1003617	23
38	983078	986670	996408	1003592	22
39	983092	986659	996433	1003567	21
40	983106	986647	996459	1003541	20
41	983120	986635	996484	1003516	19
42	983133	986624	996510	1003490	18
43	983147	986612	996535	1003465	17
44	983161	986600	996560	1003440	16
45	983174	986589	996586	1003414	15
46	983188	986577	996611	1003389	14
47	983202	985565	996636	1003364	13
48	983215	986554	996662	1003338	12
49	983229	986542	996687	1003313	11
50	983242	986530	996712	1003288	10
51	983256	986518	996738	1003262	9
52	983270	986507	996763	1003237	8
53	983283	986495	996788	1003212	7
54	983297	986483	996814	1003186	6
55	983310	986472	996839	1003161	5
56	983324	986460	996864	1003136	4
57	983338	986448	996890	1003110	3
58	983351	986436	996915	1003085	2
59	983365	986425	996940	1003060	1
60	983378	986413	996966	1003034	0
	Log 2.	Log	Mes 2.	Mes.	47

43	Log.	Log.2.	Mes.	Mes.2.	
0	983378	986413	996965	1003034	60
1	983392	986401	996991	1003009	59
2	983405	986389	997016	1002984	58
3	983419	986377	997042	1002958	57
4	983432	986366	997067	1002933	56
5	983446	986354	997092	1002908	55
6	983459	986342	997118	1002882	54
7	983473	986330	997143	1002857	53
8	983486	986318	997168	1002832	52
9	983500	986306	997193	1002807	51
10	983513	986295	997219	1002781	50
11	983527	986283	997244	1002756	49
12	983540	986271	997269	1002731	48
13	983554	986259	997295	1002705	47
14	983567	986247	997320	1002680	46
15	983581	986235	997345	1002655	45
16	983594	986223	997371	1002629	44
17	983608	986211	997396	1002604	43
18	983621	986200	997421	1002579	42
19	983634	986188	997447	1002553	41
20	983648	986176	997472	1002528	40
21	983661	986164	997497	1002503	39
22	983674	986152	997523	1002477	38
23	983688	986140	997548	1002452	37
24	983701	986128	997573	1002427	36
25	983715	986116	997598	1002402	35
26	983728	986104	997624	1002376	34
27	983741	986092	997649	1002351	33
28	983755	986080	997674	1002326	32
29	983768	986068	997700	1002300	31
30	983781	986056	997725	1002275	30
	Log.2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	46

43	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
30	983781	986056	997725	1002275	30
31	983795	986044	997750	1002250	29
32	983808	986032	997776	1002224	28
33	983821	986020	997801	1002199	27
34	983834	986008	997826	1002174	26
35	983848	985996	997851	1002149	25
36	983861	985984	997877	1002123	24
37	983874	985972	997902	1002098	23
38	983887	985960	997927	1002073	22
39	983901	985948	997953	1002047	21
40	983914	985936	997978	1002022	20
41	983927	985924	998003	1001997	19
42	983940	985912	998029	1001971	18
43	983954	985900	998054	1001946	17
44	983967	985888	998079	1001921	16
45	983980	985876	998104	1001896	15
46	983993	985864	998130	1001870	14
47	984006	985851	998155	1001845	13
48	984020	985839	998180	1001820	12
49	984033	985827	998206	1001794	11
50	984046	985815	998231	1001769	10
51	984059	985803	998256	1001744	9
52	984072	985791	998281	1001719	8
53	984085	985779	998307	1001693	7
54	984098	985766	998332	1001668	6
55	984112	985754	998357	1001643	5
56	984125	985742	998383	1001617	4
57	984138	985730	998408	1001592	3
58	984151	985718	998433	1001567	2
59	984164	985706	998458	1001542	1
60	984177	985693	998484	1001516	0
	Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	46

44	Log.	Log.2.	Mes.	Mes 2	
0	984177	985693	998484	1001516	60
1	984190	985681	998509	1001491	59
2	984203	985669	998534	1001465	58
3	984216	985657	998560	1001440	57
4	984229	985645	998585	1001415	56
5	984242	985632	998610	1001390	55
6	984255	985620	998635	1001365	54
7	984269	985608	998661	1001339	53
8	984282	985596	998686	1001314	52
9	984295	985583	998711	1001289	51
10	984308	985571	998737	1001263	50
11	984321	985559	998762	1001238	49
12	984334	985547	998787	1001213	48
13	984347	985534	998812	1001188	47
14	984360	985522	998838	1001162	46
15	984373	985510	998863	1001137	45
16	984385	985497	998888	1001112	44
17	984398	985485	998913	1001087	43
18	984411	985473	998939	1001061	42
19	984424	985460	998964	1001036	41
20	984437	985448	998989	1001011	40
21	984450	985436	999015	1000985	39
22	984463	985423	999040	1000960	38
23	984476	985411	999065	1000935	37
24	984489	985399	999090	1000910	36
25	984502	985386	999116	1000884	35
26	984515	985374	999141	1000859	34
27	984528	985361	999166	1000834	33
28	984540	985349	999191	1000809	32
29	984553	985337	999217	1000783	31
30	984566	985324	999242	1000758	30
	Log.2.	Log.	Mes 2.	Mes.	45

44	Log.	Log. 2.	Mes.	Mes. 2.	
30	984566	985324	999242	1000758	30
31	984579	985312	999267	1000733	29
32	984592	985299	999293	1000707	28
33	984605	985287	999318	1000682	27
34	984618	985274	999343	1000657	26
35	984630	985262	999368	1000632	25
36	984643	985250	999394	1000606	24
37	984656	985237	999419	1000581	23
38	984669	985225	999444	1000556	22
39	984682	985212	999469	1000531	21
40	984694	985200	999495	1000505	20
41	984707	985187	999520	1000480	19
42	984720	985175	999545	1000455	18
43	984733	985162	999570	1000430	17
44	984745	985150	999596	1000404	16
45	984758	985137	999621	1000379	15
46	984771	985125	999646	1000354	14
47	984784	985112	999672	1000328	13
48	984796	985100	999697	1000303	12
49	984809	985087	999722	1000278	11
50	984822	985074	999747	1000253	10
51	984835	985062	999773	1000227	9
52	984847	985049	999798	1000202	8
53	984860	985037	999823	1000177	7
54	984873	985024	999848	1000152	6
55	984885	985012	999874	1000126	5
56	984898	984999	999899	1000101	4
57	984911	984986	999924	1000076	3
58	984923	984974	999949	1000051	2
59	984936	984961	999975	1000025	1
60	984949	984949	1000000	1000000	0
	Log. 2.	Log.	Mes. 2.	Mes.	45

TAVOLA

SECONDA

LOGARITMICA.

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ
1	000000	17609	31	149136	1379
2	030103	12494	32	150515	1336
3	047712	9691	33	151851	1297
4	060206	7918	34	153148	1259
5	069897	6695	35	154407	1223
6	077815	5799	36	155630	1190
7	084510	5115	37	156820	1158
8	090309	4576	38	157978	1128
9	095424	4139	39	159106	1100
10	100000	3779	40	160206	1072
11	104139	3476	41	161278	1047
12	107918	3219	42	162325	1022
13	111394	2996	43	163347	998
14	114613	2803	44	164345	976
15	117609	2633	45	165321	955
16	120412	2482	46	166276	934
17	123045	2348	47	167210	914
18	125527	2228	48	168124	896
19	127875	2119	49	169020	877
20	130103	2020	50	169897	860
21	132222	1931	51	170757	843
22	134242	1848	52	171600	828
23	136173	1773	53	172428	811
24	138021	1703	54	173239	797
25	139794	1639	55	174036	783
26	141497	1580	56	174819	769
27	143136	1524	57	175587	756
28	144716	1472	58	176343	742
29	146240	1424	59	177085	730
30	147712		60	177815	718

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
61	178533	706	91	195904	475
62	179239	695	92	196379	469
63	179934	684	93	196848	465
64	180618	673	94	197313	459
65	181291	663	95	197772	455
66	181954	653	96	198227	450
67	182607	644	97	198677	446
68	183251	634	98	199123	441
69	183885	625	99	199564	436
70	184510	616	100	200000	432
71	185126	607	101	200432	428
72	185733	599	102	200860	424
73	186332	591	103	201284	419
74	186923	583	104	201703	416
75	187506	575	105	202119	412
76	188081	568	106	202531	407
77	188649	560	107	202938	404
78	189209	554	108	203342	401
79	189763	546	109	203743	396
80	190309	540	110	204139	393
81	190849	532	111	204532	390
82	191381	527	112	204922	386
83	191908	520	113	205308	382
84	192428	514	114	205690	380
85	192942	508	115	206070	376
86	193450	502	116	206446	373
87	193952	496	117	206819	369
88	194448	491	118	207188	367
89	194939	485	119	207555	363
90	195424	480	120	207918	360

N.	Log.	Differ.	N	Log.	Differ.
121	208279	357	151	217898	286
122	208636	355	152	218184	285
123	208991	351	153	218469	283
124	209342	349	154	218752	281
125	209691	346	155	219033	279
126	210037	343	156	219312	278
127	210380	341	157	219590	276
128	210721	338	158	219866	274
129	211059	335	159	220140	272
130	211394	333	160	220412	271
131	211727	330	161	220683	269
132	212057	328	162	220952	267
133	212385	325	163	221219	265
134	212710	323	164	221484	264
135	213033	321	165	221748	263
136	213354	318	166	222011	261
137	213672	316	167	222272	259
138	213988	313	168	222531	258
139	214301	312	169	222789	256
140	214613	309	170	223045	255
141	214922	307	171	223300	253
142	215229	305	172	223553	252
143	215534	302	173	223805	250
144	215836	301	174	224055	249
145	216137	29[illegible]	175	224304	247
146	216435	29[illegible]	176	224551	246
147	216732	294	177	224797	245
148	217026	293	178	225042	243
149	217319	290	179	225285	242
150	217609	289	180	225527	241

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
181	225768	239	211	232428	206
182	226007	238	212	232634	204
183	226245	237	213	232838	203
184	226482	235	214	233041	203
185	226717	234	215	233244	201
186	226951	233	216	233445	201
187	227184	232	217	233646	200
188	227416	230	218	233846	198
189	227646	229	219	234044	198
190	227875	228	220	234242	197
191	228103	227	221	234439	196
192	228330	226	222	234635	195
193	228556	224	223	234830	195
194	228780	223	224	235025	193
195	229003	223	225	235218	193
196	229226	221	226	235411	192
197	229447	220	227	235603	190
198	229667	218	228	235793	191
199	229885	218	229	235984	189
200	230103	217	230	236173	188
201	230320	215	231	236361	188
202	230535	215	232	236549	187
203	230750	213	233	236736	186
204	230963	212	234	236922	185
205	231175	212	235	237107	184
206	231387	210	236	237291	184
207	231597	209	237	237475	183
208	231806	209	238	237658	182
209	232015	207	239	237840	181
210	232222	206	240	238021	181

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
301	247857	144	331	251983	131
302	248001	143	332	252114	130
303	248144	143	333	252244	131
304	248287	143	334	252375	129
305	248430	142	335	252504	130
306	248572	142	336	252634	129
307	248714	141	337	252763	129
308	248855	141	338	252892	128
309	248995	140	339	253020	128
310	249136	140	340	253148	127
311	249276	139	341	253275	128
312	249415	139	342	253403	126
313	249554	139	343	253529	127
314	249693	138	344	253656	126
315	249831	138	345	253782	126
316	249969	137	346	253908	125
317	250106	137	347	254033	125
318	250243	136	348	254158	125
319	250379	136	349	254283	124
320	250515	136	350	254407	124
321	250651	135	351	254531	123
322	250786	134	352	254654	123
323	250920	135	353	254777	123
324	251055	133	354	254900	123
325	251188	134	355	255023	122
326	251322	133	356	255145	122
327	251455	132	357	255267	121
328	251587	133	358	255388	121
329	251720	131	359	255509	121
330	251851	132	360	255630	121

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
361	255751	120	391	259218	11 [partially cut off]
362	255871	120	392	259329	11 [partially cut off]
363	255991	119	393	259439	11 [partially cut off]
364	256110	119	394	259550	11 [partially cut off]
365	256229	119	395	259660	11 [partially cut off]
366	256348	119	396	259770	10 [partially cut off]
367	256467	118	397	259879	10 [partially cut off]
368	256585	118	398	259988	109
369	256703	117	399	260097	109
370	256820	117	400	260206	108
371	256937	117	401	260314	10 [partially cut off]
372	257054	117	402	260423	108
373	257171	116	403	260531	107
374	257287	116	404	260638	108
375	257403	116	405	260746	107
376	257519	115	406	260853	106
377	257634	115	407	260959	107
378	257749	115	408	261066	106
379	257864	114	409	261172	106
380	257978	114	410	261278	106
381	258092	114	411	261384	106
382	258206	114	412	261490	105
383	258320	113	413	261595	105
384	258433	113	414	261700	105
385	258546	113	415	261805	104
386	258659	112	416	261909	105
387	258771	112	417	262014	104
388	258883	112	418	262118	103
389	258995	111	419	262221	104
390	259106	112	420	262325	103

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
421	262428	103	451	265418	96
422	262531	103	452	265514	96
423	262634	103	453	265610	96
424	262737	102	454	265706	95
425	262839	102	455	265801	95
426	262941	102	456	265896	96
427	263043	101	457	265992	95
428	263144	102	458	266087	94
429	263246	101	459	266181	95
430	263347	101	460	266276	94
431	263448	100	461	266370	94
432	263548	101	462	266464	94
433	263649	100	463	266558	94
434	263749	100	464	266652	93
435	263849	100	465	266745	94
436	263949	99	466	266839	93
437	264048	99	467	266932	93
438	264147	99	468	267025	92
439	264246	99	469	267117	93
440	264345	99	470	267210	92
441	264444	98	471	267302	92
442	264542	98	472	267394	92
443	264640	98	473	267485	92
444	264738	98	474	267578	91
445	264836	97	475	267669	92
446	264933	98	476	267761	91
447	265031	97	477	267852	91
448	265128	97	478	267943	91
449	265225	96	479	268034	90
450	265321	97	480	268124	91

N.	Log.	Differ	N.	Log.	Differ
81	268215	90	511	270842	85
82	268305	90	512	270927	85
83	268395	90	513	271012	84
84	268485	89	514	271096	85
85	268574	90	515	271181	84
486	268664	89	516	271265	84
487	268753	89	517	271349	84
488	268842	89	518	271433	84
489	268931	89	519	271517	83
490	269020	88	520	271600	84
491	269108	89	521	271684	83
492	269197	88	522	271767	83
493	269285	88	523	271850	83
494	269373	88	524	271933	83
495	269461	87	525	272016	83
496	269548	88	526	272099	82
497	269636	87	527	272181	82
498	269723	87	528	272263	83
499	269810	87	529	272346	82
500	269897	87	530	272428	81
501	269984	86	531	272509	82
502	270070	87	532	272591	82
503	270157	86	533	272673	81
504	270243	86	534	272754	81
505	270329	86	535	272835	81
506	270415	86	536	272916	81
507	270501	85	537	272997	81
508	270586	86	538	273078	81
509	270672	85	539	273159	80
510	270757	85	540	273239	81

N.	Log.	Differ.	N.	Log	Differ.
541	273320	80	571	275664	76
542	273400	80	572	275740	75
543	273480	80	573	275815	76
544	273560	80	574	275891	76
545	273640	79	575	275967	75
546	273719	80	576	276042	76
547	273799	79	577	276118	75
548	273878	79	578	276193	75
549	273957	79	579	276268	75
550	274036	79	580	276343	75
551	274115	79	581	276418	74
552	274194	79	582	276492	75
553	274273	78	583	276567	74
554	274351	78	584	276641	75
555	274429	78	585	276716	74
556	274507	79	586	276790	74
557	274586	77	587	276864	74
558	274663	78	588	276938	74
559	274741	78	589	277012	73
560	274819	77	590	277085	74
561	274896	78	591	277159	73
562	274974	77	592	277232	73
563	275051	77	593	277305	74
564	275128	77	594	277379	73
565	275205	77	595	277452	73
566	275282	76	596	277525	72
567	275358	77	597	277597	73
568	275435	76	598	277670	73
569	275511	76	599	277743	72
570	275587	77	600	277815	72

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
601	277887	73	631	280003	69
602	277960	72	632	280072	68
603	278032	72	633	280140	69
604	278104	72	634	280209	68
605	278176	71	635	280277	69
606	278247	72	636	280346	68
607	278319	71	637	280414	68
608	278390	72	638	280482	68
609	278462	71	639	280550	68
610	278533	71	640	280618	68
611	278604	71	641	280686	68
612	278675	71	642	280754	67
613	278746	71	643	280821	68
614	278817	71	644	280889	67
615	278888	70	645	280956	67
616	278958	71	646	281023	67
617	279029	70	647	281090	68
618	279099	70	648	281158	66
619	279169	70	649	281224	67
620	279239	70	650	281291	67
621	279309	70	651	281358	67
622	279379	70	652	281425	66
623	279449	69	653	281491	67
624	279518	70	654	281558	66
625	279588	69	655	281624	66
626	279657	70	656	281690	67
627	279727	69	657	281757	66
628	279796	69	658	281823	66
629	279865	69	659	281889	65
630	279934	69	660	281954	

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
661	282020	66	691	283948	63
662	282086	65	692	284011	62
663	282151	66	693	284073	63
664	282217	65	694	284136	62
665	282282	65	695	284198	63
666	282347	66	696	284261	62
667	282413	65	697	284323	63
668	282478	65	698	284386	62
669	282543	64	699	284448	62
670	282607	65	700	284510	62
671	282672	65	701	284572	62
672	282737	65	702	284634	62
673	282802	64	703	284696	61
674	282866	64	704	284757	62
675	282930	65	705	284819	61
676	282995	64	706	284880	62
677	283059	64	707	284942	61
678	283123	64	708	285003	62
679	283187	64	709	285065	61
680	283251	64	710	285126	61
681	283315	63	711	285187	61
682	283378	64	712	285248	61
683	283442	64	713	285309	61
684	283506	63	714	285370	61
685	283569	63	715	285431	60
686	283632	64	716	285491	61
687	283696	63	717	285552	60
688	283759	63	718	285612	61
689	283822	63	719	285673	60
690	283885	63	720	285733	61

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
723	285794	60	751	287564	58
722	285854	60	752	287622	57
723	285914	60	753	287679	58
724	285974	60	754	287737	58
725	286034	60	755	287795	57
726	286094	59	756	287852	58
727	286153	60	757	287910	57
728	286213	60	758	287967	57
729	286273	59	759	288024	57
730	286332	60	760	288081	57
731	286392	59	761	288138	57
732	286451	59	762	288195	57
733	286510	60	763	288252	57
734	286570	59	764	288309	57
735	286629	59	765	288366	57
736	286688	59	766	288423	57
737	286747	59	767	288480	56
738	286806	58	768	288536	57
739	286864	59	769	288593	56
740	286923	59	770	288649	56
741	286982	58	771	288705	57
742	287040	59	772	288762	56
743	287099	58	773	288818	56
744	287157	59	774	288874	56
745	287216	58	775	288930	56
746	287274	58	776	288986	56
747	287332	58	777	289042	56
748	287390	58	778	289098	56
749	287448	58	779	289154	55
750	287506	58	780	289209	56

N.	Log.	Differ.	N	Log.	Differ.
781	289265		811	290902	
782	289321	56	812	290956	54
783	289376	55	813	291009	53
784	289432	56	814	291062	53
785	289487	55	815	291116	54
		55			53
786	289542		816	291169	
787	289597	55	817	291222	53
788	289653	56	818	291275	53
789	289708	55	819	291328	53
790	289763	55	820	291381	53
		55			53
791	289818		821	291434	
92	289873	55	822	291487	53
93	289927	54	823	291540	53
94	289982	55	824	291593	53
95	290037	55	825	291645	52
		54			53
96	290091		826	291698	
97	290146	55	827	291751	53
98	290200	54	828	291803	52
99	290255	55	829	291855	52
00	290309	54	830	291908	53
		54			52
01	290363		831	291960	
02	290417	54	832	292012	52
03	290472	55	833	292065	53
04	290526	54	834	292117	52
05	290580	54	835	292169	52
		54			52
06	290634		836	292221	
07	290687	53	837	292273	52
08	290741	54	838	292324	51
09	290795	54	839	292376	52
10	290849	54	840	292428	52
		53			52

iwo

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
841	292480	51	871	294002	50
842	292531	52	872	294052	49
843	292583	51	873	294101	50
844	292634	52	874	294151	50
845	292686	51	875	294201	49
846	292737	51	876	294250	50
847	292788	52	877	294300	49
848	292840	51	878	294349	50
849	292891	51	879	294399	49
850	292942	51	880	294448	50
851	292993	51	881	294498	49
852	293044	51	882	294547	49
853	293095	51	883	294596	49
854	293146	51	884	294645	49
855	293197	50	885	294694	49
856	293247	51	886	294743	49
857	293298	51	887	294792	49
858	293349	50	888	294841	49
859	293399	51	889	294890	49
860	293450	50	890	294939	49
861	293500	51	891	294988	48
862	293551	50	892	295036	49
863	293601	50	893	295085	49
864	293651	51	894	295134	48
865	293702	50	895	295182	49
866	293752	50	896	295231	48
867	293802	50	897	295279	49
868	293852	50	898	295328	48
869	293902	50	899	295376	48
870	293952	50	900	295424	48

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
901	295472	49	931	296895	47
902	295521	48	932	296942	46
903	295569	48	933	296988	47
904	295617	48	934	297035	46
905	295665	48	935	297081	47
906	295713	48	936	297128	46
907	295761	48	937	297174	46
908	295809	47	938	297220	47
909	295856	48	939	297267	46
910	295904	48	940	297313	46
911	295952	47	941	297359	46
912	295999	48	942	297405	46
913	256047	48	943	297451	46
914	296095	47	944	297497	46
915	296142	48	945	297543	46
916	296190	47	946	297589	46
917	296237	47	947	297635	46
918	296284	48	948	297681	46
919	296332	47	949	297727	45
920	296379	47	950	297772	46
921	296426	47	951	297818	46
922	296473	47	952	297864	45
923	296520	47	953	297909	46
924	296567	47	954	297955	45
925	296614	47	955	298000	46
926	296661	47	956	298046	45
927	296708	47	957	298091	46
928	296755	47	958	298137	45
929	296802	46	959	298182	45
930	296848	47	960	298227	45

N.	Log.	Differ.	N.	Log.	Differ.
961	298272		981	299167	
962	298318	46	982	299211	44
963	298363	45	983	299255	44
964	298408	45	984	299300	45
965	298453	45	985	299344	44
966	298498	45	986	299388	44
967	298543	45	987	299432	44
968	298588	45	988	299476	44
969	298632	44	989	299520	44
970	298677	45	990	299564	44
971	298722	45	991	299607	43
972	298767	45	992	299651	44
973	298811	44	993	299695	44
974	298856	45	994	299739	44
975	298900	44	995	299782	43
976	298945	45	996	299826	44
977	298989	44	997	299870	44
978	299034	45	998	299913	43
979	299078	44	999	299957	44
980	299123	45	1000	300000	43
		44			

Tauola della Decl. del Sole, e della Eclittica.

G	♈ ♎ G	M	D M	♉ ♏ G	M	D M	♊ ♐ G	M	D M	
0	0	0		11	31		20	13		30
1	0	24	24	11	52	21	20	26	13	29
2	0	48	24	12	13	21	20	38	12	28
3	1	12	24	12	33	20	20	50	12	27
4	1	36	24	12	54	21	21	1	11	26
5	2	0	24	13	14	20	21	13	12	25
6	2	24	24	13	34	20	21	23	10	24
7	2	47	23	13	54	20	21	33	10	23
8	3	11	24	14	14	20	21	43	10	22
9	3	35	24	14	33	19	21	53	10	21
10	3	58	23	14	52	19	22	2	9	20
11	4	22	24	15	11	19	22	10	8	19
12	4	46	24	15	29	18	22	19	9	18
13	5	9	23	15	48	19	22	27	8	17
14	5	33	24	16	6	18	22	34	7	16
15	5	56	23	16	24	18	22	41	7	15
16	6	19	23	16	41	17	22	47	6	14
17	6	42	23	16	58	17	22	53	6	13
18	7	5	23	17	15	17	22	59	6	12
19	7	28	23	17	32	17	23	4	5	11
20	7	51	23	17	48	16	23	9	5	10
21	8	13	22	18	4	16	23	13	4	9
22	8	36	23	18	20	16	23	17	4	8
23	8	58	22	18	35	15	23	20	3	7
24	9	21	23	18	50	15	23	23	3	6
25	9	43	22	19	5	15	23	26	3	5
26	10	5	22	19	19	14	23	28	2	4
27	10	26	21	19	33	14	23	30	2	3
28	10	48	22	19	47	14	23	31	1	2
29	11	9	21	20	0	13	23	31	0	1
30	11	31	22	20	13	13	23	32	1	0
	♍	♓		♌	♒		♋	♑		

Luog	1		D	2		D.	3		D	4		D.
Ag. S	G	M	M	G	M	M	G	M	M	G	M	M
♈ 0	0	55	55	1	50	55	2	45	55	3	40	55
♎ 3	0	55	55	1	50	55	2	45	55	3	40	55
6	0	55	55	1	50	55	2	45	55	3	40	55
9	0	55	55	1	50	55	2	45	55	3	40	55
12	0	56	55	1	51	55	2	46	55	3	41	55
15	0	56	55	1	51	55	2	46	55	3	41	56
18	0	55	56	1	51	55	2	45	55	3	41	56
21	0	56	56	1	52	55	2	47	55	3	42	56
24	0	56	56	1	52	55	2	47	56	3	43	56
27	0	57	56	1	53	55	2	48	56	3	44	56
♉ 0	0	56	56	1	52	56	2	48	56	3	44	56
♏ 3	0	57	56	1	53	56	2	49	56	3	45	57
6	0	57	56	1	53	57	2	50	56	3	46	57
9	0	58	55	1	53	58	2	51	56	3	47	57
12	0	57	57	1	54	57	2	51	57	3	48	57
15	0	57	57	1	54	57	2	51	57	3	48	58
18	0	57	58	1	55	58	2	53	57	3	50	58
21	0	58	58	1	56	57	2	53	58	3	51	58
24	0	59	58	1	57	58	2	55	58	3	53	58
27	0	58	59	1	57	58	2	55	58	3	53	59
♊ 0	0	59	58	1	57	59	2	56	58	3	54	59
♐ 3	0	59	58	1	57	59	2	56	59	3	55	59
6	0	59	59	1	58	59	2	57	59	3	56	59
9	1	0	59	1	59	59	2	58	59	3	57	59
12	1	0	60	2	0	59	2	59	59	3	58	60
15	1	0	60	2	0	59	2	59	60	3	59	59
18	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	59
21	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	59
24	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	59
27	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	60
30	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	60

5		D	6		D	7		D	8		
G	M	M	G	M	M	G	M	M	G	M	Ag.
4	35	55	5	30	55	6	25	55	7	20	30
4	35	55	5	30	55	6	25	54	7	19	27
4	35	55	5	30	55	6	25	55	7	20	24
4	35	55	5	30	55	6	25	55	7	20	21
4	36	55	5	31	55	6	26	55	7	21	18
4	37	55	5	32	55	6	27	55	7	22	15
4	37	55	5	32	55	6	27	55	7	22	12
4	38	55	5	33	55	6	28	56	7	24	9
4	39	55	5	34	56	6	30	55	7	25	6
4	40	56	5	36	56	6	32	55	7	27	3
4	40	56	5	36	56	6	32	56	7	28	0 ♍
4	42	56	5	38	56	6	34	56	7	30	27 ♓
4	43	56	5	39	57	6	36	56	7	32	24
4	44	56	5	40	57	6	37	56	7	33	21
4	45	57	5	42	57	6	39	57	7	36	18
4	46	57	5	43	57	6	40	57	7	37	15
4	48	57	5	45	57	6	42	58	7	40	12
4	49	58	5	47	57	6	44	58	7	42	9
4	51	58	5	49	58	6	47	58	7	45	6
4	52	58	5	50	58	6	48	58	7	46	3
4	53	58	5	51	59	6	50	58	7	48	0 ♌
4	54	59	5	53	59	6	52	59	7	51	27 ♒
4	55	59	5	54	59	6	53	59	7	52	24
4	56	59	5	55	60	6	55	59	7	54	21
4	58	59	5	57	60	6	57	59	7	56	18
4	58	60	5	58	60	6	58	59	7	57	15
4	59	59	5	58	60	6	58	60	7	58	12
4	59	60	5	59	60	6	59	60	7	59	9
4	59	60	5	59	60	6	59	60	7	59	6
5	0	60	6	0	60	7	0	60	8	0	3
5	0	60	6	0	60	7	0	60	8	0	0 ♋ ♑

Sec. parte della Tau. dell'Equat. della Decl.

Lat. sol.	G	1 G	1 M	D. M	2 G	2 M	D. M	3 G	3 M	D. M	4 G	4 M	D. M
♈	0	0	55	55	1	50	55	2	45	55	3	40	55
♎	3	0	55	56	1	51	55	2	46	55	3	41	55
	6	0	56	55	1	51	55	2	46	55	3	41	55
	9	0	56	55	1	51	55	2	45	55	3	41	56
	12	0	55	55	1	50	55	2	45	56	3	41	56
	15	0	55	55	1	50	56	2	46	55	3	41	56
	18	0	56	55	1	51	56	2	47	55	3	42	56
	21	0	56	55	1	51	56	2	47	55	3	43	56
	24	0	56	55	1	51	56	2	47	56	3	43	56
	27	0	55	56	1	51	56	2	47	56	3	43	56
♉	0	0	56	56	1	52	56	2	48	57	3	45	56
♏	3	0	57	57	1	54	56	2	50	56	3	46	57
	6	0	56	57	1	53	57	2	50	56	3	46	57
	9	0	57	57	1	54	57	2	51	57	3	48	57
	12	0	57	57	1	54	57	2	51	57	3	48	58
	15	0	58	58	1	56	57	2	53	57	3	50	58
	18	0	58	57	1	55	58	2	53	58	3	51	58
	21	0	58	58	1	56	58	2	54	58	3	52	58
	24	0	58	58	1	56	58	2	54	58	3	52	59
	27	0	58	59	1	57	58	2	55	59	3	54	58
♊	0	0	59	58	1	57	59	2	56	59	3	55	58
♐	3	0	59	59	1	58	59	2	57	59	3	56	58
	6	0	59	59	1	58	59	2	57	59	3	56	60
	9	0	59	59	1	58	59	2	57	59	3	56	60
	12	0	59	60	1	59	59	2	58	60	3	58	59
	15	1	0	60	2	0	60	3	0	59	3	59	60
	18	1	0	60	2	0	60	3	0	59	3	59	60
	21	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	60
	24	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	60
	27	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	60
	30	1	0	60	2	0	60	3	0	60	4	0	60

5		D	6		D	7		D	8		
G	M	M	G	M	M	G	M	M	G	M	Sour.
4	35	55	5	30	55	6	25	55	7	20	30
4	36	55	5	31	55	6	26	55	7	21	27
4	36	55	5	31	55	6	26	55	7	21	24
4	37	55	5	32	55	6	27	55	7	22	21
4	37	56	5	33	55	6	28	56	7	24	18
4	37	56	5	33	56	6	29	56	7	25	15
4	38	55	5	33	56	6	29	56	7	25	12
4	39	55	5	34	56	6	30	56	7	26	9
4	39	56	5	35	56	6	31	55	7	26	6
4	39	56	5	35	57	6	32	55	7	27	3
4	41	56	5	37	57	6	34	56	7	30	0 ♓
4	43	56	5	39	57	6	36	56	7	32	27
4	43	57	5	40	57	6	37	57	7	34	24
4	45	57	5	42	57	6	39	57	7	36	21
4	46	57	5	43	57	6	40	57	7	37	18
4	48	57	5	45	58	5	43	57	7	40	15
4	49	57	5	46	59	6	45	57	7	42	12
4	50	58	5	48	58	6	46	58	7	44	9
4	51	58	5	49	58	6	47	58	7	45	6
4	52	59	5	51	58	6	49	58	7	47	3
4	53	59	5	52	59	6	51	58	7	49	0 ♌
4	54	59	5	53	59	6	52	59	7	51	27
4	56	59	5	55	59	6	54	59	7	53	24
4	56	59	5	55	60	6	55	59	7	54	21
4	57	60	5	57	59	6	56	60	7	56	18
4	59	60	5	59	59	6	58	60	7	58	15
4	59	60	5	59	59	6	58	60	7	58	12
5	0	60	6	0	60	7	0	60	7	58	9
5	0	60	6	0	60	7	0	60	8	0	6
5	0	60	6	0	60	7	0	60	8	0	3 ♋
5	0	60	6	0	60	7	0	60	8	0	0

G	♈ G	M	D M	♉ G	M	D M	♊ G	M	D M
0	0	0	55	27	54	57	57	48	63
1	0	55	55	28	51	58	58	51	62
2	1	50	55	29	49	57	59	53	63
3	2	45	55	30	46	58	60	56	63
4	3	40	55	31	44	58	61	59	64
5	4	35	55	32	42	58	63	3	63
6	5	30	55	33	40	58	64	6	63
7	6	25	56	34	38	59	65	9	64
8	7	21	55	35	37	59	67	13	64
9	8	16	55	36	36	58	6	17	64
10	9	11	55	37	34	59	68	21	64
11	10	6	56	38	33	60	69	25	64
12	11	2	55	39	33	59	70	29	65
13	11	57	56	40	32	59	71	34	64
14	12	53	55	41	31	60	72	38	65
15	13	48	56	42	31	60	73	43	64
16	14	44	56	43	31	60	74	47	65
17	15	40	55	44	31	60	75	12	65
18	16	35	56	45	31	61	76	57	64
19	17	31	56	46	32	60	78	2	65
20	18	27	56	47	32	61	79	7	65
21	19	23	57	48	33	61	80	12	65
22	20	20	56	49	34	61	81	17	65
23	21	16	56	50	35	61	82	2	66
24	22	12	57	51	36	62	83	28	65
25	23	9	57	52	38	62	84	33	65
26	24	6	56	53	40	61	85	38	66
27	25	2	57	54	41	62	86	44	65
28	25	59	57	55	43	63	87	49	66
29	26	56	58	56	46	62	88	55	65
30	27	54		57	48		90	0	

G	♋ G	M	D M	♌ G	M	D M	♍ G	M	D M
0	90	0	65	122	12	62	152	6	58
1	91	5	66	123	14	62	153	4	57
2	92	11	65	124	16	63	154	1	57
3	93	16	66	125	19	61	154	58	56
4	94	22	65	126	20	62	155	54	57
5	95	27	65	127	22	62	156	51	57
6	96	32	66	128	24	61	157	48	56
7	97	38	65	129	25	61	158	44	56
8	98	43	65	130	26	61	159	40	57
9	99	48	65	131	27	61	160	37	56
10	100	53	65	132	28	60	161	33	56
11	101	58	65	133	28	61	162	29	56
12	103	3	65	134	29	60	163	25	55
13	104	8	65	135	29	60	164	20	56
14	105	13	64	136	29	60	165	16	56
15	106	17	65	137	29	60	166	12	55
16	107	22	64	138	29	59	167	7	56
17	108	26	65	139	28	59	168	3	55
18	109	31	64	140	27	60	168	58	56
19	110	35	64	141	27	59	169	54	55
20	111	39	64	142	26	58	170	49	55
21	112	43	64	143	24	59	171	44	55
22	113	47	64	144	23	59	172	39	56
23	114	51	63	145	22	58	173	35	55
24	115	54	63	146	20	58	174	30	55
25	116	57	64	147	18	58	175	25	55
26	118	1	63	148	16	58	176	20	55
27	119	4	63	149	14	57	177	15	55
28	120	7	62	150	11	58	178	10	55
29	121	9	63	151	9	57	179	5	55
30	122	12		152	6		180	0	

G	♎ G	♎ M	D M	♏ G	♏ M	D M	♐ G	♐ M	D M
0	180	0	55	207	54	57	237	48	63
1	180	55	55	208	51	58	238	51	62
2	181	50	55	209	49	57	239	53	63
3	182	45	55	210	46	58	240	56	63
4	183	40	55	211	44	58	241	59	64
5	184	35	55	212	42	58	243	3	63
6	185	30	55	213	40	58	244	6	63
7	186	25	56	214	38	59	245	9	64
8	187	21	55	215	37	59	246	13	64
9	188	16	55	216	36	58	247	17	64
10	189	11	55	217	34	59	248	21	64
11	190	6	56	218	33	60	249	25	64
12	191	2	55	219	33	59	250	29	65
13	191	57	56	220	32	59	251	34	64
14	192	53	55	221	31	60	252	38	65
15	193	48	56	222	31	60	253	43	64
16	194	44	56	223	31	60	254	47	65
17	195	40	55	224	31	60	255	52	65
18	196	35	56	225	31	61	256	57	65
19	197	31	56	226	32	60	258	2	65
20	198	27	56	227	32	61	259	7	65
21	199	23	57	228	33	61	260	12	65
22	200	20	56	229	34	61	261	17	65
23	201	16	56	230	35	61	262	22	66
24	202	12	57	231	36	62	263	28	65
25	203	9	57	232	38	62	264	33	65
26	204	6	56	233	40	61	265	38	66
27	205	2	57	234	41	62	266	44	65
28	205	59	58	235	43	63	267	49	66
29	206	56	57	236	46	62	268	55	65
30	207	54	—	237	48		270	0	

G	♑ G	M	D M	♒ G	M	D M	♓ G	M	D M
0	270	0		302	12		332	6	
1	271	5	65	303	14	62	333	4	58
2	272	11	66	304	16	62	334	1	57
3	273	16	65	305	19	63	334	58	57
4	274	22	66	306	20	61	335	54	56
5	275	27	65	307	22	62	336	51	57
6	276	32	65	308	24	62	337	48	57
7	277	38	66	309	25	61	338	44	56
8	278	43	65	310	26	62	339	40	56
9	279	48	65	311	27	61	340	37	57
10	280	53	65	312	28	61	341	33	56
11	281	58	65	313	28	60	342	29	56
12	283	3	65	314	29	61	343	25	56
13	284	8	65	315	29	60	344	20	55
14	285	13	65	316	29	60	345	16	56
15	286	17	64	317	29	60	346	12	56
16	287	22	65	318	29	60	347	7	55
17	288	26	64	319	28	59	348	3	56
18	289	31	65	320	27	59	348	58	55
19	290	35	64	321	27	60	349	54	56
20	291	39	64	322	26	59	350	49	55
21	292	43	64	323	24	58	351	44	55
22	293	47	64	324	23	59	352	39	55
23	294	51	64	325	22	59	353	35	56
24	295	54	63	326	20	58	354	30	55
25	296	57	63	327	18	58	355	25	55
26	298	1	64	328	16	58	356	20	55
27	299	4	63	329	14	58	357	15	55
28	300	7	63	330	11	57	358	10	55
29	301	9	62	331	9	58	359	5	55
30	302	12	63	332	6	57	360	0	55

5		D	6		D	7		D	8		
G	M	M	G	M	M	G	M	M	G	M	Agg.
1	59	24	2	23	24	2	47	25	3	12	30
1	59	24	2	23	24	2	47	24	3	11	27
1	59	24	2	23	24	2	47	24	3	11	24
2	0	24	2	24	24	2	48	24	3	12	21
1	59	24	2	23	24	2	47	24	3	11	18
1	58	24	2	22	24	2	46	24	3	10	15
1	56	24	2	20	24	2	44	24	3	8	12
1	55	24	2	19	23	2	42	24	3	6	9
1	53	24	2	17	23	2	40	24	3	4	6
1	51	23	2	14	23	2	37	24	3	1	3
1	49	23	2	12	23	2	35	23	2	58	0 ♍
1	48	22	2	9	22	2	31	23	2	54	27 ♓
1	44	22	2	6	22	2	28	22	2	50	24
1	42	21	2	3	21	2	24	21	2	55	21
1	38	21	1	59	20	2	19	21	2	40	18
1	33	20	1	53	20	2	13	20	2	33	15
1	30	19	1	49	19	2	8	19	2	27	12
1	26	18	1	44	18	2	2	18	2	20	9
1	21	17	1	38	17	1	55	17	2	12	6
1	15	16	1	31	16	1	47	16	2	3	3
1	10	15	1	25	15	1	40	15	1	55	0 ♌
1	4	14	1	18	13	1	31	14	1	45	27 ♒
0	58	12	1	10	12	1	22	13	1	35	24
0	52	11	1	3	11	1	14	11	1	25	21
0	44	10	0	54	9	1	3	10	1	13	18
0	38	8	0	46	8	0	54	8	1	2	15
0	30	7	0	37	6	0	43	7	0	50	12
0	23	5	0	28	5	0	33	5	0	38	9
0	16	3	0	19	3	0	22	4	0	26	6
0	8	2	0	10	1	0	11	2	0	13	3 ♋
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ♑

Agg.	1 G	1 M	D	2 G	2 M	D	3 G	3 M	D	4 G	4 M	D
♈ 0	0	23	24	0	47	24	1	11	24	1	35	24
♎ 3	0	23	24	0	47	24	1	11	24	1	35	24
6	0	24	24	0	48	24	1	12	24	1	36	24
9	0	24	24	0	48	24	1	12	23	1	35	24
12	0	23	24	0	47	24	1	11	23	1	34	24
15	0	24	23	0	47	23	1	10	23	1	33	24
18	0	23	23	0	46	23	1	9	23	1	32	23
21	0	24	22	0	46	23	1	9	22	1	31	23
24	0	23	22	0	45	23	1	8	22	1	30	22
27	0	23	22	0	45	22	1	7	21	1	28	22
♉ 0	0	22	21	0	43	21	1	4	21	1	25	21
♏ 3	0	21	21	0	42	21	1	3	21	1	24	21
6	0	21	20	0	41	20	1	1	20	1	21	20
9	0	20	19	0	39	20	0	59	19	1	18	19
12	0	19	19	0	38	19	0	57	18	1	15	19
15	0	19	18	0	37	18	0	55	18	1	13	18
18	0	18	17	0	35	17	0	52	18	1	10	17
21	0	17	16	0	33	17	0	50	16	1	6	16
24	0	16	15	0	31	16	0	47	15	1	2	15
27	0	15	15	0	30	14	0	44	14	0	58	14
♊ 0	0	14	13	0	27	14	0	41	13	0	54	13
♐ 3	0	13	12	0	25	12	0	37	13	0	50	11
6	0	11	11	0	22	11	0	33	13	0	46	9
9	0	10	10	0	20	9	0	29	12	0	41	8
12	0	9	8	0	17	9	0	25	9	0	34	7
15	0	7	7	0	14	7	0	21	7	0	28	7
18	0	6	6	0	12	6	0	18	5	0	23	6
21	0	5	4	0	9	4	0	13	4	0	17	5
24	0	2	3	0	5	3	0	8	3	0	11	3
27	0	1	1	0	2	2	0	4	1	0	5	2
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

5		D	6		D	7		D	8		
G	M	M	G	M	M	G	M	M	G	M	Sott.
1	59	24	2	23	24	2	47	25	3	12	30
1	59	24	2	23	24	2	47	24	3	11	27
2	0	23	2	23	24	2	47	24	3	11	24
1	59	23	2	22	24	2	46	23	3	9	21
1	58	23	2	21	24	2	45	22	3	7	18
1	57	23	2	20	23	2	43	23	3	6	15
1	55	23	2	18	23	2	41	23	3	4	12
1	54	22	2	16	23	2	39	22	3	1	9
1	52	22	2	14	22	2	36	22	2	58	6
1	50	21	2	11	22	2	33	21	2	54	3 ♍
1	46	21	2	7	21	2	28	21	2	49	0 ♓
1	45	20	2	5	20	2	25	20	2	45	27
1	41	20	2	1	20	2	21	19	2	40	24
1	37	19	1	56	19	2	15	19	2	34	21
1	34	18	1	52	18	2	10	18	2	28	18
1	31	17	1	48	18	2	6	17	2	23	15
1	27	16	1	43	17	2	0	16	2	16	12
1	22	16	1	38	16	1	54	15	2	9	9
1	17	15	1	32	15	1	47	14	2	1	6
1	12	14	1	26	14	1	40	13	1	53	3 ♌
1	7	12	1	19	13	1	32	12	1	44	0 ♒
1	1	12	1	13	12	1	25	11	1	36	27
0	55	10	1	5	11	1	16	10	1	26	24
0	49	9	0	58	9	1	7	9	1	16	21
0	42	8	0	50	8	0	58	8	1	6	18
0	35	7	0	42	7	0	49	6	0	55	15
0	29	5	0	34	6	0	40	5	0	45	12
0	22	4	0	26	4	0	30	4	0	34	9
0	14	3	0	17	3	0	20	2	0	22	6
0	7	1	0	8	2	0	10	1	0	11	3 ♋
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ♑

Gr.	Per la semiascẽs.		Per il semidescẽs.	
0	018362	981638	018362	981638
1	018695	981965	018035	981305
2	019035	982286	017714	980965
3	019381	982601	017399	980619
4	019735	982911	017089	980265
5	020096	983215	016785	979904
6	020465	983514	016486	979535
7	020841	983808	016192	979159
8	021226	984097	015903	978774
9	021620	984381	015619	978380
10	022022	984661	015339	977978
11	022434	984936	015064	977566
12	022856	985207	014793	977144
13	023288	985475	014525	976712
14	023731	985738	014262	976269
15	024186	985997	014003	975814
16	024652	986252	013748	975348
17	025129	986505	013495	974871
18	025621	986753	013247	974379
19	026126	986999	013001	973874
20	026645	987240	012760	973355
21	027179	987479	012521	972821
22	027729	987715	012285	972271
23	028296	987947	012053	971704
24	028830	988178	011822	971120
25	029482	988405	011595	970518
26	030135	988630	011370	969895
27	030748	988851	011149	969252
28	031414	989071	010929	968586
29	032102	989288	010712	967898
30	032815	989503	010497	967185

Po	Per la semiascen.		Per il semieccef.		Cafe	
	025001	986437	013563	974999	11	3
	031067	988958	011042	968933	12	2
31	033555	989715	010285	966445	1	
	025464	986675	013325	974536	11	3
	031697	989162	010838	968303	12	2
32	034322	989926	010074	965678	1	
	025613	986748	013252	974387	11	3
	032349	989363	010637	967651	12	2
33	035120	990134	009866	964880	1	
	025939	986909	013091	974061	11	3
	033022	989563	010437	966978	12	2
34	035949	990340	009660	964051	1	
	026280	987071	012929	973720	11	3
	033731	989765	010235	966269	12	2
35	036813	990544	009456	963187	1	
	026627	987232	012768	973373	11	3
	034467	989963	010037	965533	12	2
36	037714	990746	009254	962286	1	
	026990	987396	012604	973010	11	3
	035229	990162	009838	964771	12	2
37	038654	990947	009053	961346	1	
	027360	987550	012450	972640	11	3
	036021	990357	009643	963979	12	2
38	039636	991145	008855	960364	1	
	027748	987723	012277	972252	11	3
	036842	990551	009449	963158	12	2
39	040664	991342	008658	959336	1	
	028165	987890	012110	971835	11	[illegible]
	037714	990746	009254	962286	12	[illegible]
40	041743	991537	008463	958257	1	

G°	Per la semiascẽſ.		Per il semieccẽſ.		Caſe	
	028576	988059	011941	971424	11	3
	038622	990940	009060	961378	12	2
41	042875	991729	008271	957125		1
	029019	988231	011769	970981	11	3
	039602	991125	008875	960398	12	2
42	044065	991922	008078	955935		1
	029482	988405	011595	970518	11	3
	040594	991329	008671	959406	12	2
43	045320	992111	007889	954680		1
	029969	988582	011418	970031	11	3
	041651	991520	008480	958349	12	2
44	046645	992300	007700	953355		1
	030467	988756	011244	969533	11	3
	042759	991710	008290	957241	12	2
45	048047	992487	007513	951953		1
	030990	988933	011067	969010	11	3
	043923	991899	008101	956077	12	2
46	049535	992672	007328	950465		1
	031537	989111	010889	968463	11	3
	045171	992090	007910	954829	12	2
47	051116	992857	007143	948884		1
	032126	989296	010704	967874	11	3
	046486	992278	007722	953514	12	2
48	052802	993039	006961	947198		1
	032742	989482	010518	967258	11	3
	047904	992469	007531	952096	12	2
49	054606	993221	006779	945394		1
	033393	989670	010330	966607	11	3
	049397	992657	007343	950603	12	2
50	056541	993402	006598	943459		1

Grad	Per la semiascen.		Per il semi cces.		Case	
	034076	989859	010141	965924	11	3
	051007	992845	007155	948993	12	2
51	058627	993581	006419	941373	1	
	034811	990055	009945	965189	11	3
	052714	993032	006968	947286	12	2
52	060882	993759	006241	939118	1	
	035586	990251	009749	964414	11	3
	054574	993219	006781	945426	12	2
53	063334	993937	006063	936666	1	
	036405	990450	009550	963595	11	3
	056574	993405	006595	943426	12	2
54	066015	994113	005887	933985	1	
	037288	990652	009348	962712	11	3
	058839	993551	006449	941161	12	2
55	068964	994287	005713	931036	1	
	038226	990856	009144	961774	11	3
	061079	993774	006226	938921	12	2
56	072232	994400	005540	927768	1	
	039221	991064	008936	960779	11	3
	063678	993960	006040	936322	12	2
57	075884	994633	005367	924116	1	
	040317	991276	008724	959683	11	3
	066535	994143	005857	933465	12	2
58	080011	994806	005194	919989	1	
	041468	991487	008513	958532	11	3
	069696	994328	005672	930304	12	2
59	084732	994977	005023	915268	1	
	042740	991707	008293	957260	11	3
	073283	994513	005487	926717	12	2
60	090226	995147	004853	909774	1	

Tauola di 100 Stelle fisse, con la loro longhezza, larghezza, e grandezza

Nomi delle Stelle	Longh.		Largh.		Gr
Di Cassiopea Schedir	2	17 ♉	46	36 b	3
Stella Polare	23	2 ♊	66	2 b	2
Aust. dl. Cod dl. Bal	26	56 ♓	20	47 a	2
Nel pieg. di Caſ.	8	27 ♉	48	46 b	3
Cing. di Andromed	24	49 ♈	25	59 b	2
Ginocchio di Caſ.	12	21 ♉	46	22 b	3
Corno preced. di ♈	27	37 ♈	7	9 b	4
Ventre della Bal.	19	25 ♈	20	19 a	3
Corno ſeguēte di ♈	28	23 ♈	8	29 b	4
Piede auſtr. di Andr.	8	39 ♉	27	47 b	2
Nodo del leg. de' ♓	23	47 ♈	9	5 a	3
Lucida di ♈	2	6 ♉	9	57 b	3
Luc. dl Maſc. dl. Bal.	8	47 ♉	12	37 a	2
Capo di Meduſa	20	37 ♉	22	22 b	3
Lato lucido di Perſ.	26	17 ♉	30	5 b	2
Lucida dl. Plei. del ♉	24	24 ♉	4	0 b	3
Infima delle Hiade	2	22 ♊	5	53 a	4
Occhio Boreo del ♉	2	53 ♊	2	37 a	3
Aldebaram del ♉	4	12 ♊	5	31 a	1
Capretta	16	16 ♊	22	51 b	1
Piè luc. di Or. Regel.	11	17 ♊	31	12 a	1
Corno bor. del ♉	16	5 ♊	5	20 b	2
Spalla preced. di Or.	15	23 ♊	16	53 a	2
Nel vētre della Lep.	14	6 ♊	43	58 a	3
Preced. dl Cing. d'Or	16	50 ♊	23	38 a	2
Sopr. del Capo d'Or.	18	11 ♊	13	26 a	4

Declin.			Asc. ret				Me. del C.			
G	M	M	G	M	G	M	G	M	G	M
54	21 b	34 a	4	36	1	22	5	1 ♈	1	30
87	10 b	34 a	5	47	2	53	6	19 ♈	3	7
20	12 a	34 a	5	51	1	17	6	23 ♈	1	23
58	33 b	34 a	8	21	1	27	9	5 ♈	1	35
33	32 b	33 a	11	50	1	23	12	52 ♈	1	30
58	7 b	33 a	15	3	1	35	16	20 ♈	1	43
17	19 b	31 a	22	56	1	23	24	46 ♈	1	28
12	16 a	31 a	22	59	1	15	24	49 ♈	1	20
18	40 b	31 a	23	10	1	22	25	1 ♈	1	27
40	23 b	30 a	24	55	1	29	26	52 ♈	1	34
0	50 b	30 a	25	22	1	18	27	21 ♈	1	22
21	33 b	30 a	26	13	1	25	28	15 ♈	1	28
2	29 b	25 a	40	25	1	15	12	52 ♉	1	17
39	22 b	25 a	40	38	1	37	13	6 ♉	1	38
48	22 b	21 a	44	2	1	28	16	31 ♉	1	28
22	49 b	21 a	50	57	1	29	23	22 ♉	1	26
14	37 b	17 a	59	16	1	25	1	94 ♊	1	22
18	14 b	17 a	61	21	1	24	3	24 ♊	1	19
15	38 b	15 a	63	17	1	26	5	12 ♊	1	23
45	30 b	10 a	71	49	1	49	13	14 ♊	1	41
8	43 a	10 a	73	51	1	16	15	7 ♊	1	11
28	12 b	8 a	75	16	1	37	16	27 ♊	1	29
5	55 b	8 a	75	58	1	19	17	6 ♊	1	12
21	6 a	7 a	77	48	1	5	18	47 ♊	1	0
0	39 a	7 a	77	58	1	17	18	56 ♊	1	11
9	36 b	7 a	78	21	1	22	19	18 ♊	1	15
[illegible]	[illegible] b	7 a	78	26	1	[illegible]	19	22 ♊	1	24

Nomi delle Stelle	Longh.			Largh.			Gr
	G	M		G	M		
Corno Austr. del ♉	19	12	♊	2	14	a	3
Qu.di m.d'l Ci.dell'O.	17	54	♊	24	33	a	2
Qu.di so.d'l Ci.d'Or.	7	57	♊	20	55	a	4
Spalla dest.dell'Auri.	25	52	♊	21	27	b	2
Spal. che segue d'Or.	23	12	♊	16	6	a	2
Il piede lucen.de' ♊	3	31	♋	6	48	a	2
Cane magg. Sirio	8	35	♋	39	30	a	1
Capo superior.de' ♊	14	41	♋	10	2	b	2
Cane min. Procione	20	18	♋	15	57	a	2
Capo inferiore de' ♊	17	43	♋	6	38	b	2
Luc.nell.pop.d'l.Na.	5	53	♌	43	18	a	3
Presepio del ♋	1	46	♌	1	14	b	ne
Asinello Bor.del ♋	1	57	♌	3	8	b	4
Asinello Aust.del ♋	3	8	♌	0	4	a	4
Cuore dell'Hidra	21	45	♌	22	24	a	1
Infer.del collo del ♌	22	20	♌	4	52	b	3
Cuo.del Leo. Basilis.	24	17	♌	0	26	b	1
Super.del coll.del ♌	21	57	♌	11	50	b	3
Qu.di me.d'l co.d'l ♌	23	59	♌	8	47	b	2
Inf.ch.pc.il q.d'l'O.m	13	43		45	3	b	2
Super.del quad.mag	9	34	♌	49	40	b	2
Luc.del lombo del ♌	5	41	♍	14	20	b	2
Coda del ♌	16	3	♍	12	18	b	1
Inf.ch.s.il q.d'l'O.m.	24	45	♌	47	6	b	2
Sup.di q̄l.ch.se.il qu.	25	25	♌	51	37	b	2
Cingolo della ♍	5	55	♎	8	41	b	3

Decl.			Asc.ret.				Med.d.C		
G	M	M	G	M	G	M	G	M	G M
20	51 b	7 a	78	26	1	3	19	22 ♊	1.24
1	30 a	6	79	1	1	17	19	54 ♊	1.12
2	12 a	5 a	80	10	1	16	20	58 ♊	1.10
44	50 b	4 a	82	40	1	55	23	17 ♊	1.45
7	16 b	4 a	83	26	1	22	27	59 ♊	1.15
16	40 b	2 a	93	38	1	28	3	19 ♋	1.22
16	11 a	4 a	96	53	1	7	6	18 ♋	1. 2
32	41 b	1 a	107	9	1	44	15	48 ♋	1.36
6	12 b	12 a	109	37	1	20	18	6 ♋	1.15
28	55 b	12 a	110	13	1	34	18	39 ♋	1.29
23	11 a	15 a	117	39	1	4	25	40 ♋	1. 1
21	2 b	19 a	124	20	1	28	2	4 ♌	1.25
22	51 b	20 a	124	58	1	30	2	41 ♌	1.27
19	35 b	20 a	125	27	1	27	3	9 ♌	1.34
6	57 a	25 a	137	1	1	15	14	32 ♌	1.15
18	42 b	28 a	146	22	1	28	24	2 ♌	1.31
13	53 b	29 a	146	45	1	22	24	26 ♌	1.25
25	23 b	29 a	148	33	1	28	26	16 ♌	1.31
21	50 b	29 a	149	25	1	25	27	12 ♌	1.28
58	31 b	32 a	159	12	1	37	7	29 ♍	1.44
63	54 b	32 a	159	37	1	41	7	56 ♍	1.48
22	43 b	34 a	163	10	1	27	11	44 ♍	1.33
16	49 b	34 a	172	9	1	19	21	26 ♍	1.26
55	57 b	34 a	173	3	1	23	22	25 ♍	1.31
59	15 b	34 a	178	50	1	20	28	44 ♍	1.27
5	37 b	34 a	188	53	1	18	9	41 ♎	1.24

Nomi delle ſtelle	Longh.		Largh.		Gr
	G	M	G	M	
Rad.del Co.dell'O.m	3	10 ♍	54	18 b	2
Vendemiat. della ♍	4	23 ♎	16	16 b	3
Spiga della ♍	18	16 ♎	1	59 a	1
Pen.del,Co dell'Or.m	9	56 ♍	56	22 b	2
Vlt. d'l.Co.dell'Or.m	21	12 ♍	54	25 b	2
Arturo	18	39 ♎	31	3 b	1
Spalla ſiniſt di Boote	13	5 ♎	49	53 b	3
La lãce auſtr. della ♎	9	31 ♏	0	25 b	2
La lãce bor. della ♎	13	48 ♏	8	35 b	2
Lucida della Corona	6	38 ♏	44	23 b	2
Luc.del Col.del Serp.	16	30 ♏	25	36 b	2
Bor.della frõte del ♏	29	3 ♏	1	42 b	4
Siniſt. mano di Off.	26	44 ♏	17	19 b	3
Cuore dello ♏ Ant.	4	13 ♐	4	27 a	1
Spalla deſtra di Erc.	25	27 ♏	42	48 b	3
Siniſt.ginoc. di Off.	3	39 ♐	11	30 b	3
Deſtro ginoc. di Off.	12	24 ♐	7	18 b	3
Capo d'Ercole	10	31 ♐	37	23 b	3
Siniſtra ſpalla d'Erc.	9	10 ♐	47	47 b	3
Capo di Offiucho	16	50 ♐	35	57 b	3
Deſtra ſpalla di Off.	19	45 ♐	28	1 b	3
Luc del capo del Dra.	22	14 ♐	75	4 b	3
Lucida della Lira	9	43 ♑	61	48 b	1
Orient.del cap.del ♐	7	56 ♑	1	45 b	4
Coda dell'auoltore	14	15 ♑	36	17 b	3
Becco del Cigno	25	44 ♑	49	2 b	3

Decl. G	Decl. M	M	Asc. ret. G	Asc. ret. M	G	M	Med. d. C G	Med. d. C M	G.M
58	10 b	33 s	189	1	1	9	9	49 ♎	1.15
13	8 b	35 s	190	36	1	17	11	32 ♎	1.24
9	1	32 a	196	4	1	19	17	26 ♎	1.26
57	3 b	32 s	196	54	1	3	18	20 ♎	1. 8
51	22 b	31 s	202	54	1	2	24	44 ♎	1. 5
21	18 b	29 s	209	23	1	11	1	33 ♏	1.14
40	3 b	27 s	214	2	1	2	6	23 ♏	1. 3
14	18 a	27 a	217	14	1	23	9	39 ♏	1.25
7	50 a	24 a	223	54	1	12	16	23 ♏	1.22
28	6 b	21 s	229	26	1	5	21	52 ♏	1. 4
7	46 b	21 s	231	12	1	15	23	36 ♏	1.13
18	38 a	19 a	235	34	1	28	27	51 ♏	1.24
2	37 a	18 a	238	25	1	23	0	26 ♐	1.29
25	26 a	16 a	241	18	1	32	3	21 ♐	1.27
22	27 b	15 s	243	15	1	5	5	11 ♐	1. 2
9	39 a	15 a	243	42	1	23	5	44 ♐	1.19
15	7 a	10 a	251	50	0	50	13	16 ♐	0.46
14	55 b	8 s	254	6	1	1	15	22 ♐	1. 3
25	22 b	8 s	254	40	0	52	15	53 ♐	0.49
12	56 b	7 s	259	5	1	11	19	58 ♐	1. 6
4	49 b	5 s	260	56	1	13	21	41 ♐	1. 7
51	37 b	2 s	266	52	0	35	27	7 ♐	0.33
38	28 b	4 a	275	58	0	50	5	23 ♑	0.46
21	35 a	8 s	281	32	1	31	10	36 ♑	1.24
13	20 b	8 a	281	47	1	13	10	50 ♑	1.17
27	50 b	11 a	288	40	1	1	17	13 ♑	0.56

Nomi delle Stelle	Longh.		Latgh.		Gr
	G	M	G	M	
Lucente dell'Auolt.	26	9 ♑	29	21 b	2
Super. Ala del Cigno	10	53 ♒	54	28 b	3
Super. del Cor. del ♑	28	18 ♑	7	2 b	3
Infer. del Cor. del ♑	28	31 ♑	4	41 b	3
Petto del Cigno	19	25 ♒	57	9 b	3
Mano finiſtr. dell'♒	6	12 ♒	8	10 b	4
Coda del Cigno	29	53 ♒	59	56 b	2
Ala infer. del Cigno	22	9 ♒	49	26 b	3
Spalla ſiniſtra d'♒	17	51 ♒	8	42 b	3
Prec. nella coda del ♑	16	14 ♒	2	26 a	3
Cingolo di Ceſeo	0	13 ♉	71	7 b	3
Bocca del Caual Peg.	26	22 ♒	22	7 b	3
Que. ch. ſe. ne. c. d̄l ♑	18	0 ♒	2	29 a	3
Spalla deſtra d'♒	27	9 ♒	10	42 b	3
Vlt. nella effuſ. d'♒	28	11 ♒	21	0 a	1
Scheat del Cau. Peg.	23	49 ♓	31	7 b	2
Marchab dell'iſteſſo	17	56 ♓	19	26 b	2
Nuca del Peſce auſtr.	15	50 ♓	7	17 b	4
Capo d'Andromeda	8	47 ♈	25	42 b	2
Luc. della cat. di Caſſ.	29	35 ♈	51	14 b	3
L'vlt. dell'ala del C. P.	3	38 ♈	12	35 b	2
Bor. della Co. del. Ba.	25	23 ♓	10	1 a	3

Declin.			Asc. ret.				Me. del C.				
G	M	M	G	M	G	M	G	M		G	M
7	54 b	13 a	292	49	1	17	21	6	♑	1	1
44	12 b	14 a	293	10	0	48	21	25	♑	0	4
13	40 a	26 a	298	57	1	25	26	54	♑	1	2
15	57 a	17 a	299	39	1	27	27	34	♑	1	23
39	1 b	18 a	302	2	0	54	29	50	♑	0	53
10	53 a	19 a	306	32	1	16	4	12	♒	1	1
43	53 b	21 a	306	58	0	52	4	37	♒	0	50
32	30 b	21 a	307	31	1	0	5	9	♒	0	58
7	15 a	26 a	317	37	1	21	15	8	♒	1	21
18	21 a	26 a	319	28	1	26	17	0	♒	1	27
68	50 b	26 a	320	46	0	22	18	19	♒	0	23
8	5 b	26 a	321	10	1	18	18	44	♒	1	19
17	51 a	27 a	321	16	1	25	18	50	♒	1	26
2	13 a	29 a	326	19	1	20	23	59	♒	1	23
31	39 a	31 a	338	46	1	25	7	1	♓	1	31
25	56 b	32 a	341	9	1	12	9	34	♓	1	17
13	5 b	32 a	341	15	1	15	9	41	♓	1	20
1	7 b	33 a	344	9	1	17	12	47	♓	1	23
26	54 b	34 a	356	59	1	17	26	43	♓	1	24
56	58 b	34 a	357	5	1	15	26	49	♓	1	22
12	58 b	34 a	358	14	1	16	28	4	♓	1	23
11	1 a	34 a	359	49	1	18	29	48	♓	1	25

Ho re	Dist. azim	♋ Ombra	Altez za	Dist. azim	♈ ♎ Omb	Altez
9	7382	83844	986			
10	7593	5335	797			
11	7765	2574	601			
12	7934	1585	368	0	Infin	1000
13	113	1258	49	179	5105	801
14	352	720		386	2498	571
15	796	487		669	1619	257
16	1645	352		1137	1189	
17	2413	358		1600	970	
18	3252	501		2000	900	
19	3670	541		2400	970	
20	3901	1089	77	2863	1189	
21	4079	1636	387	3331	1619	257
22	4243	2682	616	3614	2498	571
23	4421	5749	811	3821	5108	801
24	4636	Infin.	1000	4000	Infin	1000
9	7396	32730	964			
10	7607	4879	780			
11	7785	2465	585			
12	7955	1543	351	0	Infin	1000
13	142	1039	28	183	5185	804
14	396	714		394	2545	578
15	885	491		682	1656	269
16	1706	367		1153	1222	
17	2436	381		1607	1002	
18	3247	526		2000	933	
19	3662	766		2393	1002	
20	3896	1187	103	2847	1222	
21	4078	1672	400	3318	1656	269
22	4247	2738	624	3606	2545	578
23	4429	5871	815	3817	5185	804
24	4650	Infin.	1000	4000	Infin	1000

Per il Polo G.42.

Dist. azim	♑ Vmb	Alt.	Dist. hor.
			7381
			7600
			7807
			8000
			197
			400
			619
908	6925	805	863
1275	3570	654	1128
1583	2589	582	1331
1858	2237	549	1487
2123	2227	547	1614
2396	2547	577	1723
2701	3457	647	1821
3067	6460	788	1912
3364	Infin	1000	2000

Per il Polo G 43.

Dist. azim	♑ Vmb	Alt.	Dist. hor.
			7393
			7607
			7807
			8000
			193
			393
			607
890	8067	834	847
1260	3878	679	1111
1569	2755	605	1318
1844	2356	571	1477
2106	2326	567	1606
2377	2642	595	1718
2677	3562	661	1817
3041	6625	791	1910
3350	Infin	1000	2000

Hora	Dist. azim	♋ Ombra	Altezza	Dist. azim	♈ ♎ Omb	Altezza
9	7411	20206	943			
10	7624	4492	763			
11	7803	2363	569			
12	7977	1522	334	0	Infin	1000
13	172	1021	6	186	5276	807
14	443	708		401	2594	585
15	984	495		695	1693	280
16	1762	383		1169	1256	
17	2459	405		1614	1035	
18	3244	552		2000	966	
19	3655	793		2386	1035	
20	3893	1148	124	2831	1256	
21	4078	1711	414	3305	1693	280
22	4251	2798	632	3599	2594	585
23	4438	5997	818	3814	5276	807
24	4666	Infin.	1000	4000	Infin	1000
9	7428	14606	922			
10	7639	4155	744			
11	7822	2269	552			
12	8000	1464	317	0	Infin	1000
13	224	1005		190	5369	810
14	493	703		408	2646	592
15	1086	500		707	1732	293
16	1815	399		1183	1291	
17	2483	429		1621	1069	
18	3242	578		2000	1000	
19	3651	820		2379	1069	
20	3891	1179	147	2817	1291	
21	4079	1753	429	3295	1732	293
22	4256	2861	639	3592	2646	592
23	4448	6140	821	3810	5369	810
24	4683	Infin.	1000	4000	Infin	1000

Dist. azim	Ombra	Altezza	Dist. hora.	
			7404	Per il Polo G. 44.
			7614	
			7810	
			8000	
			190	
			385	
			596	
872	9649	862	831	
1243	4241	704	1095	
1555	2943	628	1305	
1829	2488	592	1467	
2090	2434	588	1599	
2357	2745	613	1712	
2654	3676	675	1814	
3013	6799	794	1908	
3334	Infin.		2000	
			7414	Per il Polo G. 45.
			7621	
			7814	
			8000	
			186	
			379	
			586	
853	12035	891	817	
1225	4678	730	1078	
1539	3156	651	1293	
1813	2633	614	1457	
2073	2554	607	1592	
2338	2858	631	1707	
2631	3803	689	1810	
2984	6997	799	1907	
3317	Infin.		2000	

Tauola per fare gli Horologi horizontali

o G	♋ Bor	♈♎ Bor.	♑ Bor.	P bo Bor.	Foc Au	Cētr. Auſt.
31	131	601	1404	1768	599	1664
32	149	625	1457	1804	586	1600
33	167	649	1513	1841	574	1540
34	185	675	1572	1881	561	1483
35	203	700	1634	1920	549	1428
36	221	727	1700	1963	538	1376
37	239	754	1770	2006	527	1327
38	258	781	1844	2050	514	1280
39	277	810	1924	2097	502	1235
40	296	839	2009	2144	491	1192
41	315	869	2100	2194	479	1150
42	334	800	2198	2146	469	1111
43	353	933	2304	2300	458	1072
44	373	966	2418	2356	447	1036
45	393	1000	2543	2414	436	1000
46	414	1036	2679	2476	424	966
47	434	1072	2829	2538	414	933
48	455	1111	2994	2605	403	800
49	476	1150	3178	2674	393	869
50	498	1192	3383	2748	382	839
51	520	1235	3614	2824	371	810
52	542	1280	3876	2904	361	781
53	565	1327	4176	2989	351	754
54	588	1376	4523	3077	341	727
55	612	1428	4930	3171	330	700
56	636	1483	5413	3271	321	675
57	661	1540	5997	3376	310	649
58	686	1600	6718	3487	301	625
59	712	1664	7630	3606	291	601
60	739	1732	8823	3732	281	577

E per li paralleli di questi Segni.

Pol	♉ ♍	♏ ♓	Foc	♊ ♌	♐ ♒	Foc
G	Bor.	Bor.	Au.	Bor.	Bor.	Au.
31	354	917	573	190	1245	590
32	374	950	561	208	1291	578
33	394	983	549	227	1338	565
34	414	1018	538	245	1388	553
35	434	1054	528	264	1441	542
36	455	1092	517	282	1496	531
37	477	1131	504	301	1554	519
38	498	1172	495	320	1615	508
39	520	1214	484	340	1680	495
40	543	1258	471	359	1748	485
41	565	1304	462	379	1821	473
42	589	1352	449	399	1899	463
43	612	1403	441	420	1983	451
4	637	1456	429	440	2072	441
5	651	1512	420	461	2168	431
6	687	1571	409	483	2271	419
7	713	1633	398	504	2383	409
8	740	1699	388	526	2504	398
9	767	1769	378	549	2637	387
0	795	1843	368	572	2783	377
1	824	1922	357	595	2943	367
2	854	2007	347	619	3121	357
3	884	2098	339	644	3319	346
4	916	2196	328	669	3542	336
5	948	2302	320	594	3794	327
6	982	2416	309	720	4082	317
7	1017	2541	300	747	4413	307
8	1053	2677	290	775	4801	296
9	1091	2827	280	603	5259	287
0	1130	2992	270	832	5810	277

Gior.	Genaro		Febrar		Marzo.		Aprile.	
	♑		♒		♓		♈	
	G	M	G	M	G	M	G	M
1	10	29	12	4	11	18	12	3
2	11	30	13	5	12	18	13	2
3	12	31	14	6	13	18	14	1
4	13	33	15	6	14	18	15	0
5	14	34	16	7	15	18	15	58
6	15	35	17	8	16	18	16	57
7	16	36	18	9	17	18	17	56
8	17	38	19	9	18	18	18	55
9	18	39	20	10	19	18	19	53
10	19	40	21	11	20	17	20	52
11	20	41	22	12	21	17	21	50
12	21	43	23	12	22	17	22	49
13	22	44	24	13	23	16	23	48
14	23	45	25	13	24	16	24	46
15	24	46	26	14	25	16	25	45
16	25	47	27	14	26	15	26	43
17	26	48	28	15	27	15	27	41
18	27	50	29	15	28	14	28	40
19	28	51	0 ♓	16	29	14	29	38
20	29	52	1	16	0 ♈	13	0 ♉	36
21	0 ♒	53	2	16	1	12	1	35
22	1	54	3	17	2	12	2	33
23	2	55	4	17	3	11	3	31
24	3	56	5	17	4	10	4	29
25	4	57	6	18	5	9	5	27
26	5	58	7	18	6	9	6	26
27	6	59	8	18	7	8	7	24
28	8	0	9	18	8	7	8	22
29	9	1	10	18	9	6	9	20
30	10	2			10	5	10	18
31	11	3			11	4		

Gio.	Maggio ♉ G	M	Giugno ♊ G	M	Luglio ♋ G	M	Agosto ♌ G	M
1	11	16	11	0	9	33	9	6
2	12	14	11	57	10	30	10	4
3	13	11	12	54	11	27	11	1
4	14	9	13	52	12	24	11	58
5	15	7	14	49	13	22	12	56
6	16	5	15	46	14	19	13	53
7	17	3	16	43	15	16	14	51
8	18	1	17	40	16	13	15	49
9	18	58	18	37	17	10	16	46
10	19	56	19	35	18	7	17	44
11	20	54	20	32	19	4	18	41
12	21	51	21	29	20	1	19	39
13	22	49	22	26	20	58	20	37
14	23	46	23	23	21	56	21	34
15	24	44	24	20	22	53	22	32
16	25	42	25	17	23	50	23	30
17	26	39	26	14	24	47	24	28
18	27	37	27	11	25	44	25	25
19	28	34	28	9	26	41	26	23
20	29	32	29	6	27	39	27	21
21	0 ♊	29	0 ♋	3	28	36	28	19
22	1	27	1	0	29	33	29	17
23	2	24	1	57	0 ♌	30	0 ♍	15
24	3	21	2	54	1	28	1	13
25	4	19	3	51	2	25	2	11
26	5	16	4	48	3	22	3	9
27	6	13	5	45	4	19	4	7
28	7	11	6	42	5	17	5	5
29	8	8	7	39	6	14	6	3
30	9	5	8	36	7	11	7	1
31	10	3			8	9	7	59

Gio	Settem		Ottobr.		Nouem		Decem.	
	♍		♎		♏		♐	
	G	M	G	M	G	M	G	M
1	8	57	8	20	9	14	9	37
2	9	56	9	19	10	15	10	38
3	10	54	10	18	11	15	11	39
4	11	52	11	18	12	15	12	40
5	12	51	12	17	13	16	13	41
6	13	49	13	16	14	16	14	42
7	14	47	14	16	15	17	15	44
8	15	46	15	15	16	17	16	45
9	16	44	16	15	17	18	17	46
10	17	43	17	15	18	19	18	47
11	18	41	18	14	19	19	19	48
12	19	40	19	14	20	20	20	50
13	20	39	20	14	21	21	21	51
14	21	37	21	13	22	21	22	52
15	22	36	22	13	23	22	23	53
16	23	35	23	13	24	23	24	55
17	24	33	24	13	25	24	25	56
18	25	32	25	13	26	24	26	57
19	26	31	26	12	27	25	27	58
20	27	30	27	12	28	26	29	0
21	28	29	28	12	29	27	0 ♑	1
22	29	28	29	12	0 ♐	28	1	2
23	0 ♎	27	0 ♏	12	1	29	2	3
24	1	26	1	12	2	30	3	5
25	2	25	2	13	3	31	4	6
26	3	24	3	13	4	32	5	7
27	4	23	4	13	5	33	6	9
28	5	22	5	13	6	34	7	10
29	6	21	6	13	7	35	8	11
30	7	20	7	14	8	36	9	13
31			8	14			10	14

ANNOTATIONI NELL'OPERA,

E Correttioni de gli errori più notabili.

Nella Prattica Astrologica.

CApo primo. Per intelligẽza maggiore di questo Capo, sappisi che ogni numero, ò sia di piedi, passi, ò palmi, ò lire, ò scudi, ò di seno, Tangente, ò Secante &c. hà il suo rispondente log. e quante vnità hà il log. tante proportioni atome, ò minime eguali (delle quali ne vanno 100000 a fare la proportione di, 10. à, 1. cioè la decupla) mostra che cadono trà il dato numero, e l'vnità. Onde essendo, per essempio, del num. 7. log. 084510. questo non vuole dire altro, se non che la proportione di, 7. à, 1. è composta di 84510. proportioni atome. Parimente se nella Tauola de Seni, Tang.

Tang. e Secanti, si supporrà il Raggio, ò Seno toto 10000000000. il seno, per essempio di g. 35. sarà 5735764363. il cui lóg. (che si chiama poi log. dell' arco di g. 35. si come accade anco per le Tang. e Sec.) è 975859. che mostra trà il detto seno, e l'vnità interporsi 975859. proportioni atome eguali, delle quali 100000. compogono la decupla, cioè interporsi 9. decuple, (che è la caratteristica spiegata nel Prob. primo della Centuria) e di più 75859. proportioni atome, douendo noi concepire tutti li numeri in quest' ordine, ò progressione geometrica, continuata dall'vnità per queste proportioni atome in infinito, come pure si spiega nel Direttorio alla p. p. Cap. 5. I log. de numeri si cauano poi dalla Tauola seconda logarit. e quelli de Seni Tāg. e Sec. cioè de loro archi, si hāno dalla prima Tauola, come insegna il seguēte Cap. 2. e per li numeri il primo, e secondo Problema della Centuria.

Cap. secondo. Volendo osseruare la parte proportionale, nell'estrarre vn log.

log. ò mesſ. di vn'arco, ò angolo à g. min. e ſecondi, ſi prenderà il log. ò meſ. con li g. e min. e ſi traſcriuerà anco la differẽza proſſimamẽte ſuſſeguẽte, che è da vn minuto all'altro, la quale moltiplicata per li noſtri ſecondi, e partito il prodotto per 60. ci darà la equatione del log. ò meſ. aggiuntiua al di già notato, ſe creſcono, ò ſottrattiua da eſſo, ſe calano i log. ò meſ. e ne verrà il log. ò meſ. giuſtificato. Per il reſ. log. poi, ò reſ. log. ſecondo, ſarà meglio prendere a parte il log. ò log. ſecondo, e quello ſottratto da 1000000. notare poi nel calcolo il reſ. log. ò reſ. log. ſecondo, che ſi cerca. Conuerſamente dato vn log. ò meſ. prenderemo li g. e min. che li riſpondono, e per i ſecondi ſottraremo il proſſimo minore dal proſſimo maggiore della Tauola, & anco dal noſtro, conſtituendo la differẽza maggiore, e minore, moltiplicando poi la minore per 60. e partendo il prodotto per la maggiore, ne verranno nel quotiente li ſecondi, da porſi oltre li g. e min. di già notati,

con-

conforme, che si vsa anco nelle altre Tauole nel prendere la parte proportionale. Log. 2 ò mes. 2. poi di vn'arco, vuol dire log. ò mes. del comp. di esso arco. Auertasi anco finalmente, quãdo nella Tauola si hà da cercare vn log. ò log. 2 che si deue andare cercando tanto nella prima, quanto nella seconda colonna de log senza guardare alli titoli di sopra, ò da basso: trouatolo poi in vna di esse, all'hora si guarda al titolo, poiche se cerchiamo vn log. e quel titolo sarà in cima alla colonna, nella quale si sarà trouato il log. con quello si prẽderà l'arco sinist. ma se sarà da basso si prenderà l'arco destro: ma se si cercarà vn log. 2. e quel titolo sarà di sopra, si prenderà l'arco sinistro, e se di sotto l'arco destro. E questo s'intenderà ancora quando si cercarà vn mes. ò mes. 2. quali si douranno cercare nelle due colonne de mes.

Cap. 3. La distanza dal più vicino Equinottio s'haurà facilmẽte, numerando quanti Segni, g. e min. cadono

trà

trà il dato punto, e detto Equinottio, risoluendo i Segni in g. Alla pag. 35. nella Tauoletta delle cautioni, nell'vltimo luogo, doue dirimpetto à. 1. è notato *si caua dal cerchio intiero* dirimpetto à. 2 si notarà *si aggiunge al mezo cerchio*, e dirimpetto à. 3. *si caua dal mezo cerchio*, le quali due cautioni mancano in que'l' vltimo luogo della Tauoletta. Nel primo calcolo con g. 27. 15. si prende tutt'à vn tratto nella Tauola il log. 966075. & il mes. 2. 1028816, il che si farà sempre, quando dirimpetto alli g. e min. saranno ne calcoli notati due caratteri.

Cap. 4 La Declinatione semplice si hà con prendere il Segno, ò in fronte della sua Tauoletta, & i g. descendendo, ò da basso cō i g. ascendēdo, poiche nell'area si hà la Declinatione. Così l'Ascensione retta semplice si hà prēdēdo in frōte il Segno, e lateralmente i g &c. osseruādo la parte proportionale per li minuti, quādovi son oltre li gradi intieri, al che saria di molta cōmodità la solita Tauola sessagenaria.

Cap.8.pag.63. La forma del ſecon do calcolo, la quale potiamo vſare quando non vogliamo fare le Direttioni à tutti i Promiſſori (per le quali ſeruirà eccellentemente la forma del quarto Calcolo poſta alla pág. 68.) riuſcirà forſi più chiara ſtando come quà da baſſo ſi vede, poiche in eſſo appariſce il modo di prendere la diſtanza, e ſemidiſtanza dal M. C. e ſi ſottoſcriue la eleu. polare alla dec. del Promiſſore, douendo l'vltima additione farſi del log. dell'arco di poſ. del meſ. della dec. del Prom. e del meſ. della eleu. polare. Similmente ſi auuerta in eſſo, che l'aſcenſione obliqua del Significatore ſi hà giungendo l'arco di poſitione alla aſcenſione retta del M. C. E ricordiſi quando il Signif. è nella parte deſcendente, che biſogna hauere in pronto la dec. e aſc. retta tanto dell'oppoſto del Significatore, quãto dell'oppoſto del Promiſſore, poiche con queſti oppoſti operando, ſi troua l'arco della Direttione, che conuiene poi anco al dato Sig. e Pro. il che s'inten-

tenderà parimente nella forma generale del quarto calcolo, e nella seguẽte della pag.68. Per le direttioni poi dell'Ascend. a più promissori si terrà questa forma pure della pag. 68. ma in cambio del log. commune, seruirà il mes. della eleuatione polare, non ci bisognando per questo il calcolo della pag.67 le quali due forme sono il meglio di questa dottrina delle Direttioni; delle quali si possono vedere le ragioni nella Centuria al Prob 54. Essendo l'arco di positione g. 94. 33. il suo log. sarà il log. del rimanente a g. 180. cioè il log. di g. 87. 27. ouero il log. 2. di g. 4. 33. eccesso sopra g. 90. che è l'istesso, e così lo prenderemo, quãdo passi g. 90. e sia meno di g. 180. Osseruisi anco che la dif. ascens. è aggiuntiua per il Prom. di dec. aus. e sottrattiua, quando la dec. è boreale. Li Promissori finalmente per la pag. 68. si cauano dallo Specchio Astrologico, noto alli Astrologi, dalla Tauoletta delli Antiscij, e Contrantiscij, da quella de Termini, da quella delle Stelle

le fisse, dalle Case della figura celeste &c.

Forma generale per fare una Direttione.

Asc.retta del Signif.g.235. 9			
Ascens.retta del M.C.165.21			
Distanza dal M.C.	69.48		
Elevatione polare	42. 0	m	995444
Declinat.del Sig.aust.	25. 1	m	966900
Angolo	67.13	m2	1962344
Residuo sẽpre di g.45	22.13	m	961112
Semidistanza dal M.C.34.54		m2	1015639
Arco sẽpre aggiunt uo	59 39	m2	1976751
Arco di positione	94 33	l	999863
Declin del Prom.aus.	26.22	m	969520
Eleuatione polare	42. 0	m	995444
Diff asc.del Prom agg.26.25		l	1964827
Ascẽs retta del Prom.267.42			
Asc.obliq. del Prom. 294 7			
Asc. obliqua del Sig. 259.54			
Arco di Direttione	34 13		

per il Sig bor si ascr alla se. midist.& arc. aggiunt.mes.

Ma per l'aus, come quà, se li ascr.mes.2; come si nota alla pag.53.

Se questo poi paresse al Lettore di troppa fatica, lasci le Direttioni, e passi alla Centuria, & al Compendio, ne quali non haurà operationi si lunghe, ne di tanta difficoltà, essendo que-

questo il più difficile delle Direttioni, e per così dire di tutto questo Libro.

Annotationi nella Centuria.

PRoblema primo. Ogni rotto si cõuertirà in rotti decimi, moltiplicando il numeratore per 10. ò per 100. ò per 1000. &c. e partendo il prodotto per il denominatore; e così per essempio, trouo che $\frac{3}{4}$. sono 0. 75. E $\frac{7}{9}$. sono prossimamente (che tanto basta) 0. 778. Per il contrario li rotti decimi si commutaranno in altri rotti, moltiplicando il denominatore del rotto decimo, che è quello, che si scriue doppo il punto, come nel 0.75. moltiplicando 75. per il denominatore del rotto come per 4. e partendo il prodotto per il denominatore del rotto decimo, che sarà 10. 100. ò 1000. &c. cioè come per 100 che ne verrà il il numeratore 3. & il rotto $\frac{3}{4}$. equiualente a 0. 75. Così ridurremo li rotti decimi in Oncie, moltiplicando il denominatore del rotto decimo per 12. e

partendo il prodotto per il denominatore del rotto decimo, cioè per 10. 100. ò 1000. &c. onde 0. 25. trouo esſere $\frac{3}{12}$. cioè Oncie 3. e 0. 778.. sarà proſſimamẽte $\frac{9}{12}$. e più eſquiſitamente $\frac{9}{12}$. $\frac{4}{12}$. cioè 9. onc. e 4. dodiceſ. d'vn' Oncia, e così ſi operarà in ogni altro rotto. Ma tale commutatione ſi faria facilmente ſeruendoſi ſempre per miſurare di vn braccio, ò palmo, ò piedi &c. diuiſo in 10. parti eguali, e poi ſubdiuiſo in altre dieci &c.

Prob. 4 pag. 47. Nel calcolo s'intēda che giungendo inſieme li due log. con li due reſ. l. ſi fà il ll 2. 1983975. il quale dimezato dà il log. 2. 991987. che ci dà la ſemidiſtanza g. 33. 45. la quale duplicata pongo poi di ſopra, notando la diſtanza g 67. 30. con titolo di Doppio. Ciò dico acciò nō s'ingannaſſe il calcolatore, credendo che detta diſtanza g. 67. 30. foſſe preſa immediatamente cō il log. 1983975. Il che ſerua per auertimento in ogni altra ſimile forma di calcolo.

Non ſi ſono apportate le ragioni di

alcu-

alcune puoche cose, tanto nella Prat. Astr. quanto in questa Centuria, per nõ accrescere troppo il Volume, ma l'Autore è pronto a sodisfarne a qualũque hauesse curiosità di saperle.

Prob. 70. Per facilitare l'vso di questo problema hò fatto la seguente Tauoletta de log. delle portioni di Cerchio conuenienti alle particole cẽtesime del semidiametro, cominciando dall'estremo di esso, che è la cima della portione data fino al centro. Volendo adunque misurare vna portione di cerchio per questa Tauoletta, bisogna hauere nota la saetta, ò asse della portione in palmi, ò piedi &c. & anco il semidiametro, e quando questo non fusse noto, bisognaria notificarlo, come si insegna nel detto Prob. 70. douendo perciò noi all'hora hauere nota anco la base della portione. Supposto dunque noto il semidiametro, e l'asse della portione, ridurremo prima quest'asse à centesimi del semidiametro, moltiplicando detto asse per 100, e partendo il prodotto per il semidiametro,

metro; ouero per i logar. giungendo insieme il res. log. del semidiametro con il log. del detto asse, e con il logar. di 100, che ne verrà il log. delle particole centesime, le quali cercate nella seguente Tauoletta, ci daranno dirimpetto vn log. quale giunto al doppio del log del semidiametro (leuando l'vnità &c.) ci darà il log. dell'area della portione di cerchio, che si cerca; e questo s'intende per le portioni minori di mezzocerchio. Per le maggiori poi, cercaremo la portione minore rimanente, e l'area del cerchio intiero per la Tauoletta del Prob. *66.* posta alla pag. 380, dalla quale sottratta la portione minore restarà la maggiore ricercata.

Così adunque nella figura del Prob. 70. essendosi supposto, B N, p. 4. nell' Essempio, e trouata, E B, p. 20, facendo come p. 20. a p. 4. così 100 al quarto proportionale, che sarà 20, trouaremo, B N, essere 20 particole centesime, le quali cercate nella seguente Tauoletta ci daranno il log. 921378,

quale

quale giungeremo con il doppio del logar. di 20, che è 130103, cioè con 260206, e ne verrà il logar. 181584. della portione, LBM, p 65.44, puoco differēte dalla ritrouata nel detto Essempio del Prob. 70, che fù p. 65 $\frac{64}{169}$.

Si poteua poi fare anco la Tauoletta de log. delle portioni di sfera, e delle capacità delle Volte, alle particole centesime del semidiametro, in sussidio de Prob. 79. e 81. ma per non moltiplicare più fogli, ciò si lascia all'industria dell'infaticabile calcolatore.

Tauoletta de log. delle portioni di Cerchio, alle particole centesime del Semidiametro.

1	730103	34	954949	67	996530
2	773229	35	956750	68	997405
3	798227	36	958501	69	998 72
4	818184	37	960228	70	999123
5	832222	38	961888	71	999965
6	844091	39	963508	72	1000792
7	853908	40	965070	73	1001603
8	862531	41	966614	74	1002399
9	870243	42	968106	75	1003189
10	876918	43	969566	76	1003965
11	883123	44	970978	77	1004727
12	888762	45	972 62	78	1005484
13	893852	46	973729	79	1006221
14	898588	47	975051	80	1006952
15	903019	48	976343	81	1007671
16	907115	49	977597	82	1008386
17	910992	50	978845	83	1009082
18	914675	51	980058	84	1009774
19	918127	52	981238	85	1010449
20	921378	53	982400	86	1011120
21	924502	54	983544	87	1011780
22	927462	55	984658	88	1012437
23	930276	56	985745	89	1013078
24	933001	57	986817	90	1013710
25	935564	58	987875	91	1014339
26	938057	59	988908	92	1014959
27	940449	60	989916	93	1015564
28	942716	61	990913	94	1016 67
29	944932	62	991887	95	1016761
30	947070	63	992850	96	1017348
31	949[illegible]6	64	993792	97	[illegible]79[illegible]6
32	951135	65	994724	98	10[illegible]8493
33	953071	66	9956[illegible]6	99	1019061

100 | 1019618

Prob.94.pag.500. Variãdo la proportione della frõte al fianco, e facendola per essempio, come di 9. à 5. s'intendono però l'istesse distanze da soldato, à soldato cioè di p. 3. in fronte, e di p. 7. per fianco, onde chi volesse sapere li piedi quadri occupati dalli soldati del fatto Squadrone, douria pure giungere i log. della fronte, e fianco grandi, con i log. non della fronte, e fianco piccoli, che sariano di 9. e 5. ma con i log. di 7. e di 3. e ne verria il log. delli piedi quadri occupati da detti soldati.

Annot. nel Compendio.

PAg. 8. nel fine della Prefatione. Si seruiamo in questo Compendio de i nomi di lato, ipotenusa, base, caso del perpendicolo &c. lato nel triangolo piano, e sferico rettangolo, si dice ciascuno di quelli, che stanno intorno all'angolo retto, & ipotenusa la sottesa ad esso angolo retto. In ogni triangolo piano, ò sferico,

si può

ſi può fingere per baſe qualunque lato, e poi li rimanenti tengono il nome di lati. Caſo è la parte della baſe rinchiuſa trà il perpendicolo, e ciaſcuno de lati. Queſto Compendio poi non ſi potrà pratticare, ſe non ſi ſarà inteſo il primo, e ſecondo Capo della Prattica Aſtrol. & il primo, e ſecondo Problema della Centuria.

Errori

Errori più notabili da correggersi.

Nella Prattica Astrologica.

Pag	lin	errori.	correttioni.
21			*Douea anteporsi à questo Capo il titolo dell'Opera, e mettersi anco in fronte delle pag.*
23	14	1, e 4	1, e 3
30	7	il mes.	il mes.2.
36	7	g 25.10	g.25.17
44	11	g.3.47	g.1.20
44	12	min.11	min.4
49	6	12.54	18.54
53	3	il mes.del	il mes.2.del
55	11	Cerchio disposi-sitione.38.8	Cerchio di posi-tione 38.8, *nel primo Calcolo*
58	3	Asc.18.0	Asc.17 0
60	5	retta, n'hauremo	retta del M.C. n'hauremo
61	11	Vergine	Scorpio
66	10	Promissori, per dare	Promissori, sup-posti in M C g. 8. di Acquario, per dare
84	14	quello bisogna-ria	quella, hauendo semieccesso, bi-sognaria

Polo

92	20	Polo 44	Polo 45
93	4	Polo 44	Polo 45
107	3	e questa del M.C	e questa quella del M.C.
130	20	Napoli 40. 55 | 41.37	Napoli 41. 37 | 40.55

Nella Centuria.

37	16	Hor.Ital.13.log 099627	log.999627
45	14	semidifferenza	semidistanza
49	3	Centuria	Compendio
61	25	al Polo g.44	*questo si scancelli*
62	3	g.25.28	g.27.15
63	6	in Sole	il Sole
74	19	PYQ,	PAQ,
78	15	che, I,	che, G,
111			*Nella figura manca il, D, doue s'intende esser l'ago, ò stile &c.*
130	14	che causa	che casca
131	10	la foraremo	lo foraremo
131	23	ponda	sponda
133	vl.	deue la cima del stile	deuono la cima dello stile
134	7	la merediana	la meridiana
138	17	e notedo nella superficie del vaso molti punti;pro propinque	e notando nella superficie del vaso molti punti propinqui
140	16	ò alto	ò altro

e con

218	15	e con il ref. logar.2f.	e con il log.2.
231	10	Cerchiſi angolo	Cerchiſi l'ãgolo
231	13	Almagetto	Almageſto
233	5	ſudetto	ſudetto luogo
239	13	a g.ù80	à g. 180
24	10	OAR,	OAN,
245	9	di che dunque	ſi che dunque
251	2	in quale	il quale
266	22	le baſi, B P,	le baſi, AP,
271	11	Arco, QN , *nel calcolo*	Arco, RO,
287	3	occidentale	orientale
291	24	eſſendo eſſendo	eſſendo
302	12	poſitione Baſſa	poſitione di Baſſa
309	4	di, DEC, bor.	di declinatione boreale
312	24	e parallelo à,CH	e parallelo,ACH
314	3	LO,LP,QT.Eſſendo	LO,LP, Eſſendo
315	4	QST,	QTS,
315	7	I O,	LO,
315	12	LMO,	LOM,
315	16	NVL,	NV,
317	vl	IPB,	LPB,
318	2	retta	detta
323	9	maggiore,IHL	maggiore,ILH,
327	17	reſtilinei	rettilinei
335	3	DE ,	D B ,
338	2	hauere	per hauere
365			*Nella figura mutiſi, F,in, D, &, D, in, F, e ſi metta, G, che diui-*

			diuida, CD, egualmente in, G,
387	5	STVI, è come	KTMI, all'iſteſſo, KTMI, è come
391	16	IM,	LM,
400	6	onde, LM,	onde, LN,
475	20	poi ſi dell'operatione	poi dell'operatione ſi
501	6	grande, il che	grande (coſi ſe ne formaria vn più piccolo ſcemãdo &c) il che
504	6		*Mettaſi il titolo di logar. ſopra l'eſtrema colõna dal calcolo à mano deſtra.*
516	16	per lib. 7.	per li 7.
516	22	ſoſtratto	ſottratto

Nel Compendio.

9		30.38, *nel calcolo*	30.58
18	2	di ciaſcuno de lati	di qualunque de lati
40	22	ſiniſtra lontana e coſi nell' altre parti	ſiniſtra lontana, con il log. 2. del compim di, BA (che è log. pure di, BA) deſtra lontana, e coſi nell' altre parti.

ec-

65	11	eccetto dati tre lati ne piani.	*si scancellino queste parole*
68	8	à 100, che	rimanente à 100 di 25, che
77			*Nella figura la, A G, deue passar per il punto, t.*

Nelle Tauole.

NElla Tauola 2. logar. pag. 94. la prima colonna delle differenze stà malamente situata, poiche la differenza 17609, che è trà, 1, e 2, si deue mettere trà 2, e 3, e cosi le altre di questa colonna si deuono tirare vn grado più giù.

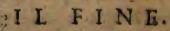
Nella Tauoletta della Declin. del Sole, e della Eclittica posta alla pag. 111, li gradi laterali ascendenti alla destra, si deuono cominciando da basso separarare à cinque à cinque, tirando vna lineetta dopo il 4, 9, 14, 19, 24 &c. scancellando le già tirate, perche stanno male.

Nelle Tauolette dell' Equatione

per

per la Declinatione, & Aſcenſ. retta, Agg. vuol dire Aggiungi, e Sottr. Sottra per li Segni ſottopoſti (alli quali ſi deue hauere riguardo, benche il Segno foſſe in vna pagina, e la larghezza nell'altra, ſi deue, dico, guardare al titolo ſopra il noſtro Segno) dalla Decl. ò Aſc. retta ſemplice, trouata nelle antepoſte Tauole. In fronte poi di eſſe ſtanno li 8. gradi di larghezza, e la littera, D, interpoſta ſignifica, differenza.

Nella Tauola delle 100 ſtelle alla pag. 129, ſi ſcancelli tutta l'vltima riga de numeri poſta in fondo à eſſa pagina, poiche vi è di più.

Li altri errori delle Tauole ſono tutti corretti con la penna, ſi che ſe ne potrà ſeruire con ſicurezza il calcolatore, alla cui induſtria ſi rimettono gli altri errori nella proſa, che ſono di manco rilieuo.

IL FINE.

Vid. D. Ludouicus Modronus in Metropol. Bonon. Pænit. pro Eminentiss. & Reuerendiss. D.D. Card. Archiepisc.

Imprimatur.

Fr. Hieronymus Onuphrius Consultor S. Officij pro Reuerendiss. Pat. Inq. Bonon.